∽ Montréal septembre 1956 ∾
Baccalauréat série mathématiques et mathématiques et technique

I. 1er sujet

Symétrie par rapport à un point (dans le plan ou dans l'espace).
Propriété caractéristique de cette transformation.
Produit de deux symétries successives par rapport à deux points donnés, O_1 et O_2.
Application : Étudier le produit de quatre symétries successives par rapport aux quatre sommets consécutifs d'un carré, 0_1, O_2, 0_3, O_4.

I. 2e sujet

Figure inverse d'une droite (dans le plan ou dans l'espace).
Application : Étudier la figure transformée d'un carré ABCD de côté a dans l'inversion qui a pour pôle le centre de ce carré et pour puissance $\dfrac{a^2}{2}$.

I. 3e sujet

Équation de l'hyperbole rapportée à ses axes.
Application : Détermination des directions asymptotiques de l'hyperbole.

II. Problème

Dans un triangle ABC, de côtés BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$ et d'angles A, B, C,on désigne par r le rayon du cercle inscrit, par r' le rayon du cercle exinscrit dans l'angle A et l'on pose $d = r' - r,\; s = r' + r$.

1. Calculer tg $\dfrac{\text{A}}{2},\; b + c,\; \sin\mathbf{B} + \sin\mathbf{C}$ en fonction de $a,\; d,\; s$.
   Dans toute la suite du problème, on suppose qu'on se donne les trois longueurs $a,\; d,\; s$ ($a > 0$, $d > 0$, $s > 0$).
2. Calculer les angles A, B, C du triangle ABC.
   À cet effet, on introduira (sous réserve d'existence) les angles aigus θ et φ définis par
   $$\text{tg}\,\theta = \frac{d}{a},\quad \cos\varphi = \frac{s}{\sqrt{a^2 + d^2}}$$
   et l'on exprimera A, B, C en fonction de $\theta,\; \varphi$.
   Discuter.
3. Calculer directement (sans utiliser les angles auxiliaires (θ et φ) les côtés b, c du triangle ABC, dont on donnera les expressions en fonction de $a,\; d,\; s$.
   Discuter.
   Exprimer aussi l'aire S du triangle à l'aide des trois longueurs données.
4. Construire géométriquement le triangle ABC et retrouver ainsi le résultat des discussions précédentes.