Durée : 4 heures

Baccalauréat C Nancy septembre 1971

EXERCICE 1

Soit f la fonction réelle définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par la formule

$$f(x) = x - 2 + \frac{4}{(x-1)^2}$$

Construire la représentation graphique (C) de f dans un système d'axes orthonormé.

EXERCICE 2

On divise les nombres 9 733 et 6 425 par un même nombre entier naturel x; on obtient comme restes respectivement 73 et 100. Calculer x.

PROBLÈME

Dans le plan complexe, on considère la transformation T qui, à tout point M d'affixe $z = x+\text{i}y$, associe le point M' d'affixe $z' = x' + \text{i}y'$, où

$$z' = (z+1)^2.$$

1. **a.** Déterminer les points doubles de T.

   b. Montrer que T est surjective.

   c. Montrer que

$$\left\{\begin{array}{l c l} x' & = & (x+1)^2 - y^2,\\ y' & = & 2y(x+1)\end{array}\right.$$

   En déduire la transformée de la droite d'équation $x = 0$, ainsi que les transformées des droites d'équation $y = a(x+1)$, où a désigne un nombre réel donné.

2. **a.** Déterminer la courbe ayant comme transformée la droite d'équation $x = 0$, ainsi que les courbes ayant comme transformées les droites d'équation $y = b$ (b : nombre réel donné).

   b. Étudier la nature de la courbe (C_a) dont la transformée est la droite d'équation $x = a$; a est un nombre réel différent de zéro.

   Préciser les éléments géométriques de (C_a) dans les deux cas suivants : $a = 4$ et $a = -1$.

3. Soit I le point de coordonnées $(-1~;~0)$.

   a. Étudier la courbe $\left(\gamma'\right)$ transformée par T du cercle (γ) de centre I et de rayon r.

   b. Discuter suivant les valeurs de r le nombre des points communs à (γ) et à $\left(\gamma'\right)$.

N. B. - Dans la question 2. on tiendra compte du résultat démontré en 1. b.