Baccalauréat Nancy série mathématiques
juin 1946

Exercice 1 (au choix)

1er sujet

Établir les formules donnant les fonctions circulaires de l'arc $a+b$ au moyen des fonctions circulaires des arcs a et b.

2e sujet

Résoudre un triangle dont on donne deux côtés de mesures a et b et l'angle opposé à l'un d'eux.

3e sujet

Résoudre l'équation $\cos 2x = 5 - 6\cos^2 x$ et représenter les extrémités des arcs solutions sur le cercle trigonométrique.

Exercice 2

Dans un plan on donne un cercle (Γ) de centre O et de rayon R. On désigne par AB un diamètre fixe de ce cercle et par (Δ) la tangente en B à (Γ).

1. M étant un point donné sur (Γ), montrer que, parmi tous les cercles tangents en M à (Γ), il en existe un et un seul (γ) qui soit tangent à (Δ).

   Déterminer son point de contact P avec (Δ).

   Montrer que la droite MP passe par un point fixe lorsque M décrit $(Gamma)$; en déduire une construction simple du cercle (γ).

   Trouver l'enveloppe de la médiatrice du segment MP et le lieu du centre ω de (γ) lorsque M décrit (Γ).

   Montrer que tous les cercles (γ) sont orthogonaux à un cercle fixe (Ω) que l'on caractérisera.
2. Montrer qu'il existe un centre d'inversion transformant tous les cercles (γ) en cercles égaux.

   Retrouver à l'aide de cette inversion la construction du cercle (γ) tangent en M à (Γ).

   Construire les cercles (γ) passant par un point donné N du plan.

   Discuter suivant la position de N dans le plan.

   Trouver le lieu géométrique du point N pour que les cercles (γ) passant par N soient tangents entre eux en N.

   Lieu géométrique des centres des inversions transformant le cercle (Γ) et la droite (Δ) en cercles égaux.