

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat Nancy juin 1965 ∞  
Série mathématiques élémentaires

**EXERCICE 1**

Déterminer les entiers naturels  $x$  et  $y$  qui admettent comme P. G. C. D. le nombre 11 et comme produit le nombre 10 164.

**EXERCICE 2**

Soit un repère orthonormé  $x'Ox$ ,  $y'Oy$  et un point  $I$  de coordonnées  $a$  et  $b$ .

Écrire l'équation du cercle  $(C)$  de centre  $I$ , de rayon  $R$ , puis choisir  $R$  pour que la puissance de l'origine  $O$  par rapport au cercle  $(C)$  soit égale à 1.

Soit  $E$  l'ensemble des cercles  $(C)$  ainsi définis.

On propose, dans toute la suite du problème, l'étude de certains sous-ensembles,  $E_1, E_2, E_3$ , de l'ensemble  $E$ .

1. Soit  $E_1$  l'ensemble des cercles  $(C_1)$ , appartenant à  $E$  et tels que  $b = 2a$ .
  - a. Quel est l'ensemble des centres de ces cercles ?
  - b. Déterminer les cercles  $(C_1)$  qui passent par un point donné  $M$ , de coordonnées  $(x_0 ; +1)$ . Discuter.
  - c. Caractériser géométriquement l'ensemble  $E_1$  et donner une solution géométrique de la question précédente.
2. Soit  $E_2$  l'ensemble des cercles  $(C_2)$ , appartenant à  $E$ , qui passent par le point  $P(+1 ; +1)$ .
  - a. Quel est l'ensemble des centres de ces cercles ?
  - b. Démontrer que ces cercles passent par un deuxième point fixe,  $P'$ .
  - c. Déterminer par le calcul et construire géométriquement les cercles  $(C_2)$  tangents à  $x'Ox$ .
3. Soit  $E_3$  l'ensemble des cercles  $(C_3)$  appartenant à  $E$  et tangents à la droite  $(D)$  d'équation  $y = -1$ .
  - a. Quel est l'ensemble des centres de ces cercles ?
  - b. Retrouver géométriquement cet ensemble en faisant une inversion de centre  $O$ , de puissance 1, et en montrant que les cercles  $(C_3)$  sont tangents à un cercle fixe.