

∞ Baccalauréat Nancy septembre 1947 ∞
série mathématiques et mathématiques et technique

I. 1^{er} sujet

Dérivées des fonctions $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$.

I. 2^e sujet

Formules de résolution d'un triangle dont on connaît les trois côtés.

I. 3^e sujet

Transformer $\cos p + \cos q$, $\sin p + \sin q$, $\cos p - \cos q$, $\sin p - \sin q$ en produits de deux fonctions circulaires.

II.

Étant donné un cercle (C) de centre O, de rayon R et une droite (D) de son plan située à une distance $OH = 2R$ du centre, on appellera (γ) tout cercle tangent à D et orthogonal à (C).

1. Construire un cercle (γ) de rayon donné r . Discuter.
2. Construire un cercle (γ) passant par un point donné A de (C). Discuter.
On trouve en général deux solutions (γ_1) et (γ_2) dont on évaluera les rayons r_1 et r_2 en fonction de R et de l'angle $HOA = \theta$.

On exprimera facilement r_1 et r_2 à l'aide de R et de $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = t$, et l'on achèvera le calcul dans les deux cas

$$\theta = \frac{\pi}{3}, \quad \theta = \frac{\pi}{2}.$$

3. Construire un cercle (γ) tangent à (D) en un point B.
Que devient la solution si B s'éloigne indéfiniment sur (D) ?
4. Prenant H pour origine et pour axes des abscisses et des ordonnées HO orientée positivement vers O, et (D), trouver une relation entre les coordonnées $(x; y)$ du centre d'un cercle (γ) et R.
En déduire, lorsque (γ) varie, le lieu géométrique de son centre, et montrer que (γ) reste constamment tangent à un cercle fixe dont on précisera le centre et le rayon.
5. Construire l'inverse (γ') de (γ) dans l'une des inversions transformant (C) en (D), puis, considérant l'enveloppe des cercles (γ') retrouver les résultats du 4.

N. B. : Les différentes parties peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

Cours : coté sur 8. Problème : coté sur 12 (1 + 3 + 3 + 3 + 2).