∽ Baccalauréat Nancy septembre 1951 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

I

1er sujet
Reste de la division d'un polynôme $f(x)$ par $x - a$.
Déterminer a et b de façon que le polynôme $x' + ax + b$ soit divisible par $(x-1)^2$.

2e sujet
Dérivée de $y = \dfrac{u}{v}$, u et v étant des fonctions de $x$possédant des dérivées.
Application : Dérivée de $y = \dfrac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$.

3e sujet
Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \sqrt{x^2 + 3x - 4}.$$

II

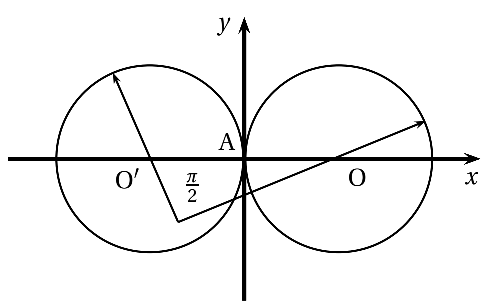
On donne deux cercles fixes (O) et (O′), égaux de rayon R et tangents extérieurement en A.
À un point M de (O) on fait correspondre le point M′ de (O′) tel que

$$\left(\overrightarrow{\mathrm{OM}}, \overrightarrow{\mathrm{OM}}\right) = +\frac{\pi}{2}.$$

Partie A

1. Dans quelle transformation se correspondent les points M et M′ ?
   Montrer que la médiatrice de MM′ passe par un point fixe.
2. Lieu du milieu I de MM′. Montrer que l'enveloppe de MM′ est une courbe (H) dont on précisera les éléments remarquables : centre, axes, foyers, excentricité, …
3. Montrer que cette courbe (H). est bitangente aux deux cercles (O) et (O′).
4. Si l'on désigne- par F et F′ les foyers de la courbe (H), F′ étant le point tel que l'angle. MF′M′ ne sait pas droit, démontrer que l'aire du triangle MF′M′ est constante.

Partie B



Soient Ax et Ay deux axes perpendiculaires, Ax porté par O′O et Ay perpendiculaire à O′O (voir figure).

1. On considère un point P de coordonnées $(x,\ y)$. Soit P$'$ le transformé de P dans l'inversion de centre A et de puissance $\dfrac{\mathrm{R}^2}{2}$. Exprimer x et y en fonction des coordonnées X, Y de P et de R.

2. On transforme par l'inversion précédente la courbe (H) trouvée en **2**. On obtient une courbe (L). Présente-t-elle des points à l'infini ?

Préciser ses éléments de symétrie, ainsi que les tangentes parallèles aux axes et les tangentes à l'origine.

Faire un tracé de la courbe (L).

Trouver l'équation de la courbe (L) en utilisant **1**. On écrira d'abord l'équation de (H) et ensuite on cherchera celle de (L).