∽ Baccalauréat Nancy série mathématiques ∾
septembre 1952

I. - 1er sujet.

Transformer en produits les expressions :

$$\sin p + \sin q\,; \quad \sin p - \sin q\,; \quad \cos p + \cos q\,; \quad \cos p - \cos q.$$

Applications : Transformer en produits les expressions :

$$\begin{array}{l} \sin a - t - 2\sin 2a + \sin 3a;\\ \cos a + 2\cos 2a + \cos 3a;\\ \cos(a+b+c) + \cos a + \cos b + \cos c. \end{array}$$

I. - 2e sujet

Calculer la dérivée de la fonction $u = \sin x$.
Application : Posant $u = \sin x$, $v = \cos x$, calculer la dérivée de la fonction $v = \cos x$, en utilisant la relation

$$u^2 + v^2 = 1.$$

I. - 3e sujet

Résoudre un triangle ABC dont on donne les éléments a, b et A.
Discuter.

II.

Soient deux cercles (O) et (O′), de centres O et O′, de rayons R et R′ (avec R < R′), situés dans un même plan et tangents intérieurement en A.
Soit D leur tangente commune.

1. D'un point P de D on mène les tangentes PT et PT′ aux deux cercles (O) et (O′) en T et T′ respectivement.
   Montrer qu'il existe un cercle (I), de centre I, tangent aux deux cercles (O) et (O′) en T et T′.
   Lorsque P décrit D, montrer que (I) reste orthogonal à un cercle fixe, que l'on construira.
   Trouver le lieu de I.
   Que représente la droite IP pour ce lieu ?
2. Supposons P fixe sur D. Soit Q un autre point de D.
   On mène par Q des parallèles aux droites PT, PT′ qui coupent respectivement (O) et (O′) en MN et M′N′.
   Où doit se trouver Q pour que ces quatre points existent ?
   Montrer qu'ils sont alors sur un cercle (γ), dont on déterminera le centre.
   Inversement, le cercle (γ) étant donné, peut-on construire Q ?
   Discuter.
3. À chaque point P de D, on associe un autre point Q de D tel que le cercle (γ) correspondant soit tangent intérieurement au cercle (O).
   Montrer que l'angle POQ est droit.
   Montrer qu'alors le cercle (γ) reste tangent à un deuxième cercle, que l'on déterminera.

4. On suppose maintenant Q fixe et P variable sur D.
Le cercle (γ) correspondant à Q existe-t-il quel que soit P ?
Discuter.
Montrer que les polaires de A par rapport à tous les cercles (γ) passent par un point fixe.
Lieu du centre du cercle (γ)