Baccalauréat Nancy septembre 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1$^{\text{er}}$ sujet

Résolution d'un triangle dont on donne deux côtés et l'angle compris. Discussion.

2$^{\text{e}}$ sujet

Après avoir établi le théorème concernant la limite du rapport $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque l'arc x, exprimé en radians, tend vers zéro, montrer que la fonction $\cos x$ admet une dérivée pour toutes les valeurs de x.

2$^{\text{e}}$ sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

On exposera une seule méthode, et l'on traitera ensuite l'exemple numérique suivant :

$$\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = \sqrt{3}.$$

II

On considère un cercle fixe (O) de centre O et de rayon R, et un point fixe A tel que OA = 2R.
On désigne par (C) un cercle de centre C passant par A et tangent au cercle (O).

1. Quel est le lieu du centre C ?

   On précisera les éléments remarquables de ce lieu : foyers, centre, axes, sommets, directrices, excentricité, ...
2. On désigne par M le point de contact des cercles (O) et (C) ; les tangentes en A et M à (C) se coupent en P. Quel est le lieu de P ?

   Montrer que ce lieu peut se déduire de la polaire de A par rapport au cercle (O) au moyen d'une transformation très simple.
3. Une droite arbitraire ayant été menée par A, il existe en général deux cercles (C_1) et (C_2) ayant leurs centres sur celle-ci, passant par A et tangents au cercle (O). Soient M_1, M_2 les points de contact du cercle (O) avec (C_1) et (C_2) respectivement.

   Quel est le lieu du point Q où M_1M_2 coupe la ligne des centres C_1C_2 lorsque celle-ci varie (en passant toujours par A) ?
4. On désigne par $\left(C'\right)$ et $\left(C''\right)$ deux cercles tangents à (O) et se coupant en A sous l'angle donné V.

   Quel est le lieu de leur second point d'intersection ?

   Donner une construction précise de ce lieu lorsque V est droit, puis lorsque $V = \dfrac{\pi}{3}$.