∽ Baccalauréat - New-York juin 1951 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^er^ sujet

Exposer la méthode générale pour étudier la disposition relative de deux plans, en géométrie descriptive. Appliquer, en géométrie à deux plans de projection, à deux plans dont les traces sont toutes parallèles à la ligne de terre.

2^e^ sujet

Expliquer le principe' de la rotation d'un point, puis d une droite, autour d'un axe perpendiculaire à l'un des plans de projection. Application. À l'aide d'une rotation convenablement choisie, déterminer l'angle d'une droite de profil et du plan frontal de projection.

3^e^ sujet

Construire, en géométrie cotée, l'épure d'un cercle dont on donne le plan, P, par son échelle de pente, le centre et le rayon R (non nul).

II

1. On considère un pentagone régulier convexe, ABCDE,inscrit dans le cercle trigonométrique. Montrer, en, groupant convenablement les vecteurs, que la résultante $\overrightarrow{\text{OA}} + \overrightarrow{\text{OB}} + \overrightarrow{\text{OC}} + \overrightarrow{\text{OD}} + \overrightarrow{\text{OE}}$ est portée par le diamètre OA, par exemple.
   En déduire immédiatement cette résultante, puis la relation
   $$(1) \qquad 1+2\left(\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}\right)=0.$$
   Montrer qu'il en résulte (2) $\quad 1+4\cos\frac{2\pi}{5}\cos\frac{4\pi}{5}=0.$
   Calculer alors $\cos\frac{2\pi}{5}$ et $\cos\frac{4\pi}{5}$.
2. Montrer que si $1-\cos\theta$ est nul, il en est de même de $\sin\frac{\theta}{2}$ et inversement.
   Quelles sont, sur le cercle trigonométrique, l'origine A des arcs étant fixée, les extrémités de tous les arcs α tels que $\cos 5\alpha = 1$?
   En posant $\frac{5\alpha}{2} = 2\alpha + \frac{\alpha}{2}$, montrer que $\sin\frac{5\alpha}{2}$ est le produit de $\sin\frac{\alpha}{2}$ et d'un polynôme en $\cos\alpha$.
   En déduire le calcul de $\cos\frac{2\pi}{5}$ et $\cos\frac{4\pi}{5}$.
3. En utilisant si possible l'expression obtenue pour $\sin\frac{5\alpha}{2}$, montrer que $\cos\frac{5\alpha}{2}$ est le produit de $\cos\frac{\alpha}{2}$ et d'un polynôme en $\cos\alpha$.
   Montrer que $\sin 5\alpha$ est le produit de $\sin\alpha$ et d'un polynôme bicarré par rapport à la variable $x = 2\cos\alpha$.
   En étudiant les arcs α tels que $\sin 5\alpha = 0$, trouver pour quelles valeurs de x^2 ce trinôme bicarré s'annule.
   Montrer que $2\cos 5\alpha$ peut s'exprimer sous forme d'un polynôme du 5^e^ degré en x.
4. Étudier les variations de la fonction $y = x^5 - 5x^3 + 5x$.
   Courbe représentative.

N. B. - Chacune des première et quatrième parties peut être traitée isolément, mais si les deuxième et troisième ont été résolues, on en peut tirer des indications utiles pour la quatrième.