

∞ **Baccalauréat New York juin 1959** ∞
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1^{er} sujet

Établir la formule de transformation de $\cos a + \cos b$ en un produit.

En déduire les formules de transformation en produit de $\cos a - \cos b$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$.

Application : Simplifier

$$\frac{\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x}{1 + \cos 2x + \cos 4x}.$$

2^e sujet

x étant la mesure d'un arc dans le système des grades, établir la limite, lorsque x tend vers zéro, de $\frac{\sin x}{x}$ puis calculer la dérivée de $y = \cos x$.

3^e sujet

Établir le système fondamental :

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A; \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B; \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C. \end{aligned}$$

Application : On donne A tel que $\frac{\pi}{2} < A < \pi$; calculer c en fonction de a, b, A .

II

L'angle (Ox, Oy) de deux axes est $+\frac{\pi}{3}$. Soit A le point de Ox tel que $\overline{OA} = a$ ($a > 0$).

La perpendiculaire en A à Ox coupe Oy en B .

À tout point M de Ox on associe le point N de Oy tel que le milieu I du segment MN soit sur la droite AB .

Partie α

1. M étant donné, construire N .
2. Montrer que $x = \overline{OM}$ et $y = \overline{ON}$ sont liés par

$$2x + y = 4a.$$

Partie β

1. Calculer $z = \overline{MN}^2$ en fonction de x et étudier la variation de z .
2. Utiliser la courbe représentative pour discuter le nombre et le signe des valeurs de x telles que $MN = \ell$ (ℓ étant la mesure d'une longueur donnée).

Partie γ

1. Quelle relation existe-t-il entre les mesures \overline{AM} et \overline{BN} des vecteurs \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{EN} ?
Préciser les éléments de la transformation où N est l'homologue de M .
Montrer que le cercle (OMN) passe, par un point fixe F , autre que O .
2. Que devient le cercle (OMN) lorsque M tend vers le symétrique de O par rapport à A ?
En déduire une construction de F .
3. Quelle est l'enveloppe de la droite MN et quel est le lieu de l'orthocentre du triangle OMN lorsque M décrit l'axe Ox ?