

☞ Baccalauréat mathématiques septembre 1957 New York ☞

I. 1^{er} sujet

x étant exprimé en radians, limite de $\frac{\sin x}{x}$ quand x tend vers zéro.

Dérivée de $y = \sin x$.

Que deviennent les résultats précédents quand x est exprimé en degrés?

I. 2^e sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

(Une seule méthode est demandée.)

I. 3^e sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

Retrouver par voie trigonométrique les inégalités fondamentales entre les côtés du triangle.

II.

Soient D et D' deux droites parallèles et deux points fixes, O et A , sur la première.

On considère un couple de points M et M' variables sur D et restant symétriques par rapport à A .

1. Construire les cercles (C) et (C') tangents à D' , passant par O et respectivement par M et M' .
En désignant par N et N' les points de contact des cercles (C) et (C') avec D' , montrer que les droites MN et $M'N'$ se rencontrent en un point fixe, I .
Prouver que le second point de rencontre, B , des cercles (C) et (C') se déplace sur une droite fixe; préciser le lieu de B .
2. La tangente en M à (C) et la tangente en M' à (C') se rencontrent en un point P .
Montrer que les droites PM et PM' admettent PI pour l'une de leurs bissectrices et qu'elles enveloppent un cercle fixe (I') .
Montrer que le point P se déplace sur la droite $I'A'$, I' désignant le symétrique de O par rapport à I et A' le symétrique de O par rapport à A ; préciser le lieu de P .
Montrer qu'on retrouve au point P l'angle des tangentes en O aux deux cercles (C) et (C') .
Construire un couple de points M et M' symétriques par rapport à A et tel que les cercles (C) et (C') soient orthogonaux; quel est le nombre des solutions?
3. On soumet les cercles (C) et (C') à l'inversion de centre O et de module OI^2 ; comparer la figure ainsi obtenue à la figure formée par les tangentes MP et $M'P$; quel est l'inverse, Q , de B ?
L'emploi de cette inversion permet-il une nouvelle construction des couples de points M et M' donnant deux cercles (C) et (C') orthogonaux?