Baccalauréat STT Nouvelle-Calédonie
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion décembre 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne les montants (en millions de francs) de toutes les cotisations perçues par une mutuelle de 1989 à 1996.

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Cotisation en millions de francs y_i	4 100	4 450	4 650	4 900	5 250	5 450	5 900	6 300

1. Construire le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

   sur l'axe des abscisses : 2 cm

   sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 200 millions de francs,

   en graduant à partir de 4 000 millions de francs.

   a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux quatre premières années du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux quatre dernières années.

   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2) et la tracer.

2. Déduire de la question précédente une estimation du montant des cotisations en 1997, au million de francs près.

3. À partir de quelle année le montant des cotisations dépassera-t-il 7 200 millions de francs ? Justifier le résultat.

Exercice 2 **4 points**

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher :
1 boule verte valant 1 point,
2 boules bleues valant chacune 2 points,
2 boules rouges valant chacune 3 points.

1. On tire au hasard une boule dans l'urne.

   Calculer la probabilité des évènements :

   A : « obtenir une boule bleue »,

   B : « obtenir un point »,

   C : « obtenir au moins deux points ».

2. On tire successivement sans remise 2 boules dans l'urne.

   a. Déterminer le nombre de tirages différents possibles à l'aide d'un tableau ou d'un arbre.

   b. Calculer la probabilité des évènements :
   D : « obtenir deux boules de la même couleur »,
   E : « obtenir quatre points »,
   F : « obtenir quatre points avec deux boules de couleurs différentes ».

Problème **11 points**

Partie A

Soit le polynôme $P(X) = (X-3)^2$.

1. Développer $P(X)$.
2. En déduire :
   a. la résolution dans $\mathbb{R}$ de $e^{2x} - 6e^x + 9 = 0$.
   b. le signe de $e^{2x} - 6e^x + 9$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 6 - e^x$$

et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 9e^{-x}.$$

On note $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ les courbes représentatives de f et g dans un repère orthogonal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
La courbe $\left(C_f\right)$ est donnée ci-après.

1. **a.** Déterminer la limite de g en $-\infty$.
   b. Déterminer la limite de g en $+\infty$. En déduire que $\left(C_g\right)$ admet une asymptote.
   c. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la dérivée de g. Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g.
2. **a.** Démontrer que, pour tout réel x, $g(x) - f(x) = e^{2x} - 6e^x + 9$.
   b. À l'aide de la partie A, démontrer que les courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ se coupent au point I de coordonnées $(\ln 3 ; 3)$.
   c. À l'aide de la partie A, déterminer la position relative de $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$.
3. Démontrer qu'au point I les deux courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ ont la même tangente (T).
4. Tracer la droite (T) ainsi que $\left(C_g\right)$ sur la feuille annexe contenant déjà la courbe $\left(C_f\right)$.
5. **a.** Déterminer la valeur exacte en cm^2 de l'aire de la partie du plan limitée par $\left(C_f\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 3$.
   b. Déterminer la valeur exacte en cm^2 de l'aire de la partie du plan limitée par $\left(C_g\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln 3$.
   c. En déduire la valeur exacte en cm^2 de l'aire de la partie du plan limitée par $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 3$.
   Donner une valeur approchée de cette aire à 10^{-2} près.

Annexe