Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie
mars 1995

EXERCICE 1 **points**

1. On considère la fonction φ définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$\varphi(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x).$$

Montrer que φ est décroissante sur $\mathbb{R}_+$.

En déduire le signe de $\varphi(x)$ pour tout $x \geqslant 0$.

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(t) = \mathrm{e}^{-t}\ln\left(1+\mathrm{e}^{t}\right).$$

Étudier à l'aide de la fonction φ les variations de f.

Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$, donner le tableau de variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, l'unité graphique étant 2 cm.

EXERCICE 2 **points**

On donne sur un cercle quatre points distincts A, B, C, D (C et D n'étant pas diamétralement opposés).

Le cercle de centre D passant par A recoupe la droite (CA) en A$'$.

Le cercle de centre D passant par B recoupe la droite (CB) en B$'$.

Le but de l'exercice est de prouver qu'il existe une rotation transformant A en A$'$ et B en B$'$ et de déterminer ses éléments caractéristiques.

1. On note H et K les projetés orthogonaux de D sur (CA) et (CB). Comparer les angles $\left(\overrightarrow{\text{DA}}, \overrightarrow{\text{DA}'}\right)$ et $\left(\overrightarrow{\text{DA}}, \overrightarrow{\text{DH}}\right)$.

Établir une propriété analogue pour $\left(\overrightarrow{\text{DB}}, \overrightarrow{\text{DB}'}\right)$.

2. Montrer que $\left(\overrightarrow{\text{DA}}, \overrightarrow{\text{DH}}\right) = \left(\overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AC}}\right) + \dfrac{\pi}{2}$ et : $\left(\overrightarrow{\text{DB}}, \overrightarrow{\text{DK}}\right) = \left(\overrightarrow{\text{BD}}, \overrightarrow{\text{BC}}\right) + \dfrac{\pi}{2}$.

3. Qu'en déduit-on pour $\left(\overrightarrow{\text{DA}}, \overrightarrow{\text{DA}'}\right)$ et $\left(\overrightarrow{\text{DB}}, \overrightarrow{\text{DB}'}\right)$?

On note θ une mesure de $\left(\overrightarrow{\text{DA}}, \overrightarrow{\text{DH}}\right)$ modulo 2π.

Conclure.