# Baccalauréat ES Nouvelle–Calédonie mars 2002

**EXERCICE 1** **5 points**

*Les résultats seront donnés, dans cet exercice, sous la forme d'une fraction.*

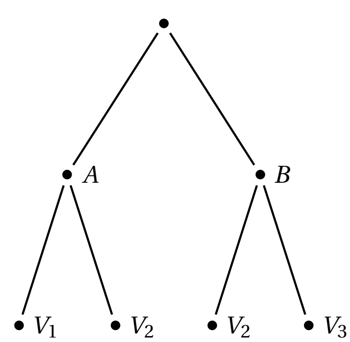
Un club a organisé en l'an 2000, à l'intention de ses adhérents, trois voyages différents.
Deux contrats sont proposés (à l'exclusion de toute autre possibilité)

— un contrat ($\mathscr{A}$) avec l'obligation d'effectuer au plus deux voyages ;
— un contrat ($\mathscr{B}$) avec l'obligation d'effectuer au moins deux voyages.

1 200 membres ont participé à au moins l'un de ces trois voyages et 800 ont choisi le contrat de type ($\mathscr{A}$).
On choisit au hasard un des participants.
On note :

— $A$ l'évènement : « a choisi un contrat de type ($\mathscr{A}$) » ;
— $B$ l'évènement : « a choisi un contrat de type ($\mathscr{B}$) » ;
— $V_1$ l'évènement : « a effectué exactement 1 voyage » ;
— $V_2$ l'évènement : « a effectué exactement 2 voyages » ;
— $V_3$ l'évènement : « a effectué exactement 3 voyages » ;
— $p(E)$ la probabilité de l'évènement $E$ ;
— $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement $E$ sachant que $F$ est réalisé.

On sait de plus que plus que $p_A(V_1) = \frac{3}{4}$ et $p_{V_2}(A) = \frac{2}{3}$.
Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider de l'arbre ci-dessous (en le complétant au fur et à mesure)




1. **a.** Déterminer $p(A)$ et $p(B)$.

   **b.** Déterminer $p(A \cap V_1)$ et en déduire que $p(V_1) = \frac{1}{2}$.

   **c.** Déterminer $p(A \cap V_2)$ et en déduire que $p(V_2) = \frac{1}{4}$.

   **d.** Calculer $p(V_3)$.

   **e.** Déterminer $p_B(V_2)$. À quoi correspond ce nombre ?

2. On répète 5 fois, de façon indépendante, le choix au hasard d'un des participants.
   Soit $X$ la variable aléatoire correspondant au nombre de membres, parmi les 5 choisis, ayant effectué exactement 2 voyages.

   **a.** Déterminer $p(X = 0)$.

   **b.** Déterminer $p(X \geqslant 1)$.

   **c.** Déterminer $p(X = 3)$.

**EXERCICE 2** **4 points**

*Dans cet exercice, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice sans justification.*
Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de départs à la retraite au sein d'une entreprise à effectif stable.

| Année | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $y_i$ | 50 | 53 | 53 | 58 | 57 | 59 | 63 | 64 |

$x_i$ désigne le rang de l'année ; $y_i$ désigne le nombre de départs à la retraite.

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ associé à la série double dans un repère orthogonal ayant pour origine le point $\mathrm{M}_0(0\ ;\ 50)$, et pour unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
2. Dans cette question les résultats seront donnés à $10^{-2}$ près par défaut.
   **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre $x$ et $y$. (Hors programme 2003,)
   **b.** Peut-on envisager un ajustement affine ? Pourquoi ?
   **c.** Donner une équation de la droite de régression de $y$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés.
   **d.** Tracer cette droite sur le graphique précédent.
3. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon pour les années suivantes, déterminer une estimation, arrondie à l'entier le plus proche, du nombre de départs à la retraite dans cette entreprise en 2000, puis en 2003.
4. En réalité, 64 employés ont fait valoir en 2000 leur droit à la retraite.
   Soit T : estimation théorique obtenue pour l'année 2000.
   Soit R : nombre réel donné ci-dessus.
   On considère la différence T − R.
   Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à l'estimation théorique ?

**PROBLÈME** **11 points**

Dans tout le problème, le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
Unités graphiques $\frac{1}{4}$ cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées.

**Partie A**

On considère la fonction $g$ définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0\,;60]$ par

$$g(x) = \frac{x-8}{10(x+2)}.$$

On désigne par $\Gamma$ sa courbe représentative relativement au repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Calculer la dérivée de la fonction $g$.
   **b.** Étudier le sens de variations de la fonction $g$.
   **c.** Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\Gamma$ avec l'axe des ordonnées, puis avec l'axe des abscisses.
   **d.** Déterminer le signe de la fonction $g$ sur I.
2. Démontrer que $\Gamma$ admet en un point A et un seul une tangente parallèle à la droite d'équation $y = \frac{1}{9}x + 10$.

3. **a.** Vérifier que, pout tout $x$ de I, $g(x) = \dfrac{-1}{x+2} + \dfrac{1}{10}$.

   **b.** Déterminer une primitive de la fonction $g$ sur I.

   **c.** Calculer le nombre réel $\displaystyle\int_{10}^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$. Préciser, en justifiant, ce que représente géométriquement ce nombre.

**Partie B**

On considère la fonction $B$ définie sur I = [0 ; 60] par

$$B(x) = 0,1x - \ln(x+2) - 1.$$

1. **a.** Démontrer que la fonction $B$ est dérivable sur I.

   **b.** Démontrer que petit tout réel $x$ appartenant à I on a $B'(x) = g(x)$.

   **c.** Dresser le tableau de variations de $B$.

2. **a.** Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet dans l'intervalle [49 ; 50] une solution et une seule. On note $\alpha$ cette solution.

   **b.** Déterminer un encadrement à $10^{-1}$ près de $\alpha$.

   **c.** Déduire des questions 1. c. et 2. a. que l'équation $B(x) = 0$ admet dans l'intervalle I = [0 ; 60] une solution et une seule.

3. Tracer la courbe représentative de la fonction $B$ dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

**Partie C**

Une entreprise produit quotidiennement $x$ voitures ($0 \leqslant x \leqslant 60$) pour un coût total exprimé en millions de francs par

$$C(x) = 0,2x + \ln(x+2) + 1.$$

Chaque voiture produite est vendue, et ce, au prix de 300 000 francs. On appelle $R(x)$ la recette totale (en millions de francs) résultant de la vente de $x$ voitures.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de $x$.
2. Exprimer le terme $R(x) - C(x)$ en fonction de $x$. Que représente ce terme ?
3. Déterminer le nombre minimal de voitures à fabriquer journellement pour rentabiliser l'entreprise.
4. Pour quelle production quotidienne de voitures la perte de l'entreprise est-elle maximale ?