∽ Baccalauréat Nouvelle-Calédonie décembre 2000 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

On prévoit qu'une automobile, achetée neuve, aura subi une décote de 20 % la première année d'utilisation, puis une nouvelle décote de 15 % la deuxième année, et enfin une décote de 10 % chacune des années suivantes.

1. Une automobile est achetée neuve 120 000 francs. Déterminer la valeur de cette automobile, au franc près, au bout :
   a. d'un an.
   b. de deux ans.
   c. de quatre ans.
2. Une automobile est achetée neuve au prix P_0 (en francs). On appelle P_n, la valeur de cette automobile, en francs, au bout de n années.
   a. Exprimer P_n en fonction de P_0, et de n, lorsque n est supérieur ou égal à 3.
   b. Au bout de quatre ans, la valeur d'une automobile est 75 000 francs. Quel était, au franc près, son prix initial ?
   c. Quel est le plus petit entier n tel que :
   $$0,68 \times 0,9^{n-2} \leqslant 0,5?$$
   d. Une voiture a été achetée en l'an 2000. Déduire de la question **2. c.** l'année à partir de laquelle sa valeur sera, pour la première fois, inférieure ou égale à la moitié du prix du neuf.
   Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Un commerçant possède un lot de 500 pantalons de taille allant de 1 à 4 et de couleur rouge, verte ou blanche.
Après l'inventaire de son lot, le commerçant constate que les tailles n° 1 représentent 60 % du stock, que les tailles n° 2 en représentent 20 % et qu'il y a autant de tailles n° 3 que de tailles n° 4.
D'autre part, parmi les tailles n° 1, 30 % des pantalons sont blancs et 50 % sont verts.
Enfin pour chacune des tailles n° 2, n° 3 et n° 4, 20 % des pantalons sont blancs et 40 % sont verts.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Taille / Couleur	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	Total
Blanche					
Rouge			20		
Verte					
Total					500

2. Ce commerçant décide de vendre 200 francs chaque pantalon vert de la taille n° 1, ainsi que chaque pantalon blanc ou rouge des tailles n° 2, n° 3 et n° 4. Les autres pantalons de la taille n° 1 seront vendus 250 francs l'unité, et les pantalons verts des tailles n° 2, n° 3 et n° 4, 100 francs l'unité.
   Un client choisit un pantalon au hasard.

a. Déterminer la probabilité que ce pantalon soit vert.

b. Sachant que ce pantalon coûte 200 francs, déterminer la probabilité qu'il soit vert.

c. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque pantalon choisi, associe son prix.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles, sauf indication contraire.

Dans une école maternelle, l'enseignante demande à chaque enfant de choisir chaque matin 3 jouets parmi 9 rouges, 6 jaunes et 5 bleus.
Tous ces jouets se trouvent mélangés dans une caisse.
L'enseignante s'intéresse plus particulièrement à Rémi qui choisit chaque matin les 3 jouets au hasard. On suppose que tous les choix de 3 jouets sont équiprobables.

1. Combien y a-t-il de choix possibles de 3 jouets ?

2. On désigne par A, B et C les évènements suivants :
A « Rémi a choisi un jouet de chaque couleur ».
B « Rémi a choisi trois jouets de la même couleur ».
C « Rémi a choisi exactement deux jouets rouges ».

a. Montrer que la probabilité de A est $\dfrac{9}{38}$.

b. Déterminer la probabilité de B.

c. Déterminer la probabilité de C.

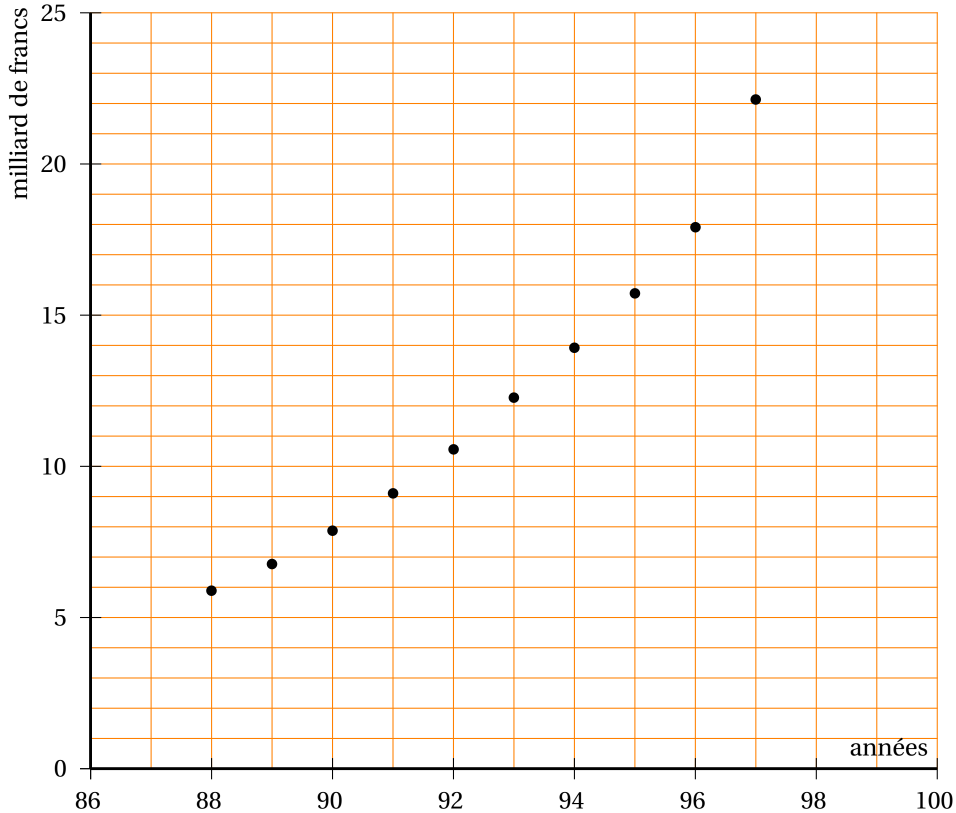
3. L'enseignante observe Rémi pendant 5 matins consécutifs. Elle note le nombre de jours où il aura choisi trois jouets de trois couleurs différentes.
Quelle est la probabilité que ce nombre de jours soit au moins égal à 4 ? En donner une valeur décimale arrondie à 10^{-4} près.

PROBLÈME **10 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'actif net d'une mutuelle de 1988 à 1997 :

x_i	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
y_i	5,89	6,77	7,87	9,11	10,56	12,27	13,92	15,72	17,91	22,13

où x_i est le nombre d'années écoulées depuis 1900, y_i est l'actif net en milliards de francs, et i un entier allant de 1 à 10.
On a représenté ci-après le nuage de points $M_i\left(x_i\,;\,y_i\right)$ associé à la série statistique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal : unités graphiques : 1 cm pour une année en abscisse, 1 cm pour un milliard de francs en ordonnée ; l'origine correspondant au point A de coordonnées (86 ; 0).



Partie A

On veut réaliser un ajustement affine du nuage par la méthode des moindres carrés.
Tous les calculs statistiques seront effectués à la machine et les résultats donnés à 10^{-2} *près.*

1. Justifier pourquoi un ajustement affine, entre x et y, est envisageable.
2. Déterminer par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$, l'équation de la droite $\mathcal{D}$ d'ajustement affine de y en x (ou droite de régression).
3. Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique fourni.
4. Estimer l'actif net prévisible de la mutuelle en l'an 2000.

Partie B

On veut étudier la fonction f définie dans l'intervalle $[88\,;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,143x-10,813}.$$

On appelle $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f, dans le repère orthogonal fourni.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. **a.** La fonction f est la composée de deux fonctions croissantes.
   Préciser ces fonctions.

   b. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[88\,;\ +\infty[$ et dresser son tableau de variations.
3. **a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en donnant les valeurs décimales approchées à 10^{-2} près.

x	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
$f(x)$										

b. Construire la courbe $(\mathscr{C})$ sur le graphique fourni ci-après.

4. a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[88\ ;\ +\infty[$.

b. Déterminer une valeur décimale approchée à 10^{-2} près, de la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[88\,;\,97]$.

Partie C

On admet que la fonction f est aussi un modèle mathématique de l'évolution de l'actif net de la mutuelle.

1. a. En utilisant cette nouvelle approximation, déterminer, à 10^{-2} près, l'actif net prévisible de la mutuelle en l'an 2000.

b. Comparer ce résultat avec celui obtenu dans la partie **A** : à partir de l'observation graphique, un des deux résultats est-il plus vraisemblable ? Pourquoi ?

2. Interpréter le résultat obtenu dans la question **4. b.** de la partie **B)** .