

Baccalauréat STMG Nouvelle-Calédonie 14 novembre 2014

EXERCICE 1

7 points

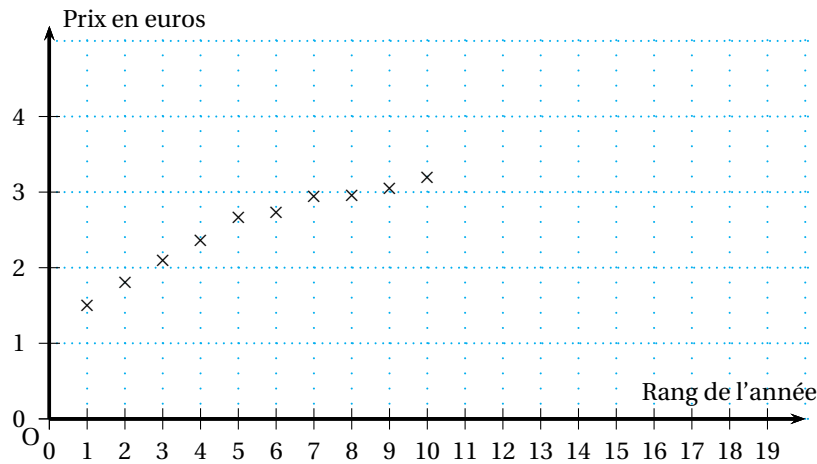
Dans cet exercice, les parties A, B et C sont indépendantes.

Le tableau suivant donne le prix moyen d'un paquet de cigarettes au 1^{er} janvier de chaque année de 1991 à 2000. On sait de plus que, le 1^{er} janvier 2012, le prix moyen d'un paquet de cigarettes était de 6,40 €.

| Année | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rang de l'année | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Prix en euros | 1,50 | 1,81 | 2,10 | 2,36 | 2,67 | 2,74 | 2,94 | 2,96 | 3,05 | 3,20 |

Partie A

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan, les données du tableau sous la forme d'un nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour i variant de 1 à 10.



Soit les points A de coordonnées $(0 ; 1,53)$ et B de coordonnées $(5,5 ; 2,52)$. On admet que la droite (AB) réalise un bon ajustement affine du nuage de points.

1. Justifier qu'une équation de la droite (AB) est $y = 0,18x + 1,53$.
2. Selon ce modèle d'ajustement, quel est le prix moyen d'un paquet de cigarettes le 1^{er} janvier 2012? Que peut-on penser du résultat obtenu?

Partie B

1. Calculer le taux d'évolution global, en pourcentage, du prix moyen d'un paquet de cigarettes entre le 1^{er} janvier 2000 et le 1^{er} janvier 2012.
2. En déduire le taux d'évolution annuel moyen du prix moyen d'un paquet de cigarettes entre le 1^{er} janvier 2000 et le 1^{er} janvier 2012.
On donnera le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi à l'unité près.

Partie C

On suppose que le prix moyen d'un paquet de cigarettes augmente de 6% par an à partir du 1^{er} janvier 2000. On note u_n le prix moyen d'un paquet de cigarettes pour l'année $(2000 + n)$. On a donc $u_0 = 3,20$.

1.
 - a. Calculer u_1 puis u_2 . On arrondira les résultats à 10^{-3} près.
 - b. Déterminer et justifier la nature de la suite (u_n) . Préciser sa raison.
 - c. Exprimer le terme général u_n en fonction de n .
 - d. Selon ce modèle d'évolution, le prix moyen d'un paquet de cigarettes dépasse-t-il 5 € le 1^{er} janvier 2005? Justifier.
2. On considère l'algorithme suivant :

| | |
|---------------------------|--|
| Variables : | n est du type nombre entier u est du type nombre réel S est du type nombre réel |
| Début algorithme : | u prend la valeur 3,2 S prend la valeur 3,2 Pour n allant de 1 à 4 Début Pour u prend la valeur $u \times 1,06$ S prend la valeur $S + u$ Fin Pour |
| Fin algorithme | |
| Sortie : | Afficher S |

- a. Quelle est la valeur affichée par cet algorithme? On arrondira le résultat à 10^{-2} près. On pourra s'aider du tableau fourni en **annexe à rendre avec la copie** pour répondre.
 - b. L'algorithme affiche une valeur lorsqu'il s'achève. Comment interpréter cette valeur par rapport à la suite (u_n) ?
3. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Paul a arrêté de fumer le 1^{er} janvier 2011. Du 1^{er} janvier 2000 au 31 décembre 2010, il fumait 90 paquets de cigarettes par an. Quelle somme d'argent aurait-il pu économiser s'il n'avait pas fumé durant ces années? On arrondira le résultat au centime d'euro près.

EXERCICE 2**4 points**

On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B.
En 2013, sur 571 870 véhicules contrôlés, 266 430 sont de marque A et 305 440 de marque B. Pour ces véhicules, soit le contrôle technique est conforme soit il est non conforme.
Pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme.
Pour 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.
Pour chacun des véhicules contrôlés, une fiche a été établie.

On choisit une de ces fiches au hasard et on note :

A l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque A »,

B l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque B »,

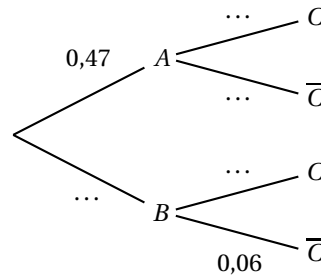
C l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme »,

\bar{C} l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique non conforme ».

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à 10^{-2} près.

1.
 - a. Montrer que la probabilité de l'évènement A , notée $p(A)$, arrondie à 10^{-2} près, vaut 0,47.
 - b. Donner la probabilité conditionnelle, notée $p_A(\bar{C})$, de l'évènement \bar{C} sachant que l'évènement A est réalisé.

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



3. a. Décrire par une phrase l'évènement $C \cap A$.
 b. Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.
4. Justifier que la probabilité de l'évènement C , arrondie à 10^{-2} près, est égale à 0,93.
5. La fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme, quelle est la probabilité que ce véhicule soit de la marque A?

EXERCICE 3

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, **une seule des trois réponses proposées est correcte.**

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.
 La probabilité de l'évènement $\{X \leq 10\}$, notée $P(X \leq 10)$, est égale à :
- $P(X < 11)$
 - $P(0 \leq X \leq 10)$
 - $P(X < 10)$
2. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.
 La probabilité de l'évènement $\{8 \leq X \leq 16\}$, notée $P(8 \leq X \leq 16)$, vaut, à 10^{-2} près :
- 0,5
 - 0,95
 - 0,68
3. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2.
 La probabilité de l'évènement $\{8 \leq X \leq 12\}$, notée $P(8 \leq X \leq 12)$, est égale à :
- $1 - P(X \geq 8)$
 - $0,5 + P(X \geq 8)$
 - $0,5 - P(X \leq 8)$
4. En France, le 1^{er} janvier 2010, 48,7% des foyers possédaient au moins un écran plat de télévision. Une étude s'intéresse à un échantillon de 150 foyers possédant au moins un écran plat de télévision et domiciliés dans une même ville. Un intervalle de fluctuation à au moins 95% de la fréquence de ces foyers possédant un écran plat est :
- [48,6; 48,8]
 - [0,35; 0,52]
 - [0,40; 0,57]

EXERCICE 4**5 points**

Une entreprise fabrique des pièces mécaniques.

Le coût de production C , en euros, de x de ces pièces est donné, pour x appartenant à l'intervalle $[0; 25]$, par

$$C(x) = x^3 - 13,5x^2 + 60x + 1000.$$

Chaque pièce est vendue 270 euros.

Un tableau a été utilisé pour calculer les coûts et les recettes qui figurent sur la feuille de calcul donnée en **annexe à rendre avec la copie**.

Dans cette feuille de calcul, deux valeurs ont été effacées.

1. Quel est le coût de production de 2 pièces?
2.
 - a. Quelle est la recette pour 2 pièces produites et vendues?
 - b. Donner la formule qui a été saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas jusqu'à la cellule C27 pour obtenir la recette selon le nombre de pièces produites et vendues.
3. Pour 5 pièces produites et vendues, l'entreprise fait-elle un gain? Justifier.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour quelles quantités de pièces produites et vendues l'entreprise réalise-t-elle un gain?

On donnera la réponse sous la forme d'un intervalle.

Pour x appartenant à l'intervalle $[0; 25]$, le bénéfice est donné par :

$$B(x) = -x^3 + 13,5x^2 + 210x - 1000.$$

5.
 - a. Calculer $B'(x)$.
 - b. Montrer que, pour $x \in [0; 14]$, $B'(x) \geq 0$ et que, pour $x \in [14; 25]$, $B'(x) \leq 0$.
6. Dresser le tableau des variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 25]$.
7. Pour quelle quantité de pièces produites et vendues le bénéfice est-il maximal?
Quelle est alors la valeur de ce bénéfice?

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|------|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <i>n</i> | | 1 | 2 | | | | | | | | | | |
| <i>u</i> | 3,2 | 3,39 | | | | | | | | | | | |
| <i>S</i> | 3,2 | 6,59 | | | | | | | | | | | |

EXERCICE 4

| | A | B | C |
|----|------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1 | Nombre de pièces | Coût en milliers d'euros | Recette en milliers d'euros |
| 2 | 0 | 1 000,0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 047,5 | 270 |
| 4 | 2 | | |
| 5 | 3 | 1 085,5 | 810 |
| 6 | 4 | 1 088,0 | 1 080 |
| 7 | 5 | 1 087,5 | 1 350 |
| 8 | 6 | 1 090,0 | 1 620 |
| 9 | 7 | 1 101,5 | 1 890 |
| 10 | 8 | 1 128,0 | 2 160 |
| 11 | 9 | 1 175,5 | 2 430 |
| 12 | 10 | 1 250,0 | 2 700 |
| 13 | 11 | 1 357,5 | 2 970 |
| 14 | 12 | 1 504,0 | 3 240 |
| 15 | 13 | 1 695,5 | 3 510 |
| 16 | 14 | 1 938,0 | 3 780 |
| 17 | 15 | 2 237,5 | 4 050 |
| 18 | 16 | 2 600,0 | 4 320 |
| 19 | 17 | 3 031,5 | 4 590 |
| 20 | 18 | 3 538,0 | 4 860 |
| 21 | 19 | 4 125,5 | 5 130 |
| 22 | 20 | 4 800,0 | 5 400 |
| 23 | 21 | 5 567,5 | 5 670 |
| 24 | 22 | 6 434,0 | 5 940 |
| 25 | 23 | 7 405,5 | 6 210 |
| 26 | 24 | 8 488,0 | 6 480 |
| 27 | 25 | 9 687,5 | 6 750 |