

∞ Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie ∞
mars 1995

EXERCICE 1

points

1. On considère la fonction φ définie sur \mathbb{R}_+ par :

$$\varphi(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x).$$

Montrer que φ est décroissante sur \mathbb{R}_+ .

En déduire le signe de $\varphi(x)$ pour tout $x \geq 0$.

2. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(t) = e^{-t} \ln(1 + e^t).$$

Étudier à l'aide de la fonction φ les variations de f .

Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$, donner le tableau de variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, l'unité graphique étant 2 cm.

EXERCICE 2

points

On donne sur un cercle quatre points distincts A, B, C, D (C et D n'étant pas diamétralement opposés).

Le cercle de centre D passant par A recoupe la droite (CA) en A'.

Le cercle de centre D passant par B recoupe la droite (CB) en B'.

Le but de l'exercice est de prouver qu'il existe une rotation transformant A en A' et B en B' et de déterminer ses éléments caractéristiques.

1. On note H et K les projetés orthogonaux de D sur (CA) et (CB). Comparer les angles $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DA'})$ et $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH})$.

Établir une propriété analogue pour $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DB'})$.

2. Montrer que $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH}) = (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) + \frac{\pi}{2}$ et : $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DK}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) + \frac{\pi}{2}$.

3. Qu'en déduit-on pour $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DA'})$ et $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DB'})$?

On note θ une mesure de $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH})$ modulo 2π .

Conclure.