∽ Baccalauréat Nouvelle Calédonie novembre 1967 ∾
Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

Exercice 1

Soit la fonction

$$y = -x^3 + x.$$

1. Construire l'arc, (C), du graphique correspondant à $0 \leqslant x \leqslant 1$ dans un repère orthonormé $x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}y$.

   Calculer l'aire du domaine $(\mathcal{D})$ limité par (C) et $\mathrm{O}x$.
2. La droite (Δ) d'équation $y = mx\,(0 < m < 1)$ coupe (C) en O et M.

   Calculer m pour que $\mathrm{O}M$ partage $(\mathcal{D})$ en deux aires égales.

Exercice 2

Le reste de la division par 8 d'un nombre entier positif A est égal à 5.
Le reste de la division de ce même nombre A par 11 est égal à 4.
Quel est le reste de la division de A par 88 ?

Exercice 3

Les axes $X'\mathrm{O}X,\ Y'\mathrm{O}Y$ sont orthonormés.
Soit le cercle (O), d'équation $X^2 + Y^2 - 4 = 0$; on considère un cercle (C) dont le centre, I, est sur l'axe $X'\mathrm{O}X$ et qui coupe le cercle (O) en deux points diamétralement opposés sur ce cercle (O). On suppose $\overline{\mathrm{O}I} \geqslant 0$ et l'on note $\overline{\mathrm{O}I} = x$.

1. Évaluer, en fonction de l'abscisse, x, du point I, le rapport, z, de la puissance du point I pour le cercle (O) au carré du rayon du cercle (C).

   Soit Z la valeur absolue de $z\,(Z = |z|)$. Étudier les variations de Z en fonction de x, lorsque x varie de 0 à $+\infty$.

   Construire, en portant, dans un repère orthonormé, x en abscisse et Z en ordonnée, la courbe (Γ) représentative de cette fonction.
2. On considère, dans le plan de la courbe (Γ), la droite (Δ) parallèle à l'axe des x et d'ordonnée, $\cos\theta$, θ étant un paramètre angulaire compris strictement entre 0 et $+\infty$.

   Discuter l'existence et le nombre des points communs à (Δ) et (Γ).

   Quelle relation indépendante de θ peut-on établir entre les abscisses, x_1 et x_2, des points communs, A_1 et A_2 à (Δ) et (Γ) ?

   Dans la suite, on désigne par M_1 et M_2 les projections orthogonales de A_1 et A_2 sur l'axe des x.
3. À chaque valeur de θ on associe le cercle (Ω) de diamètre M_1M_2 dont le centre est désigné par ω. Déterminer l'abscisse de ω et la mesure, ρ, du rayon du cercle de diamètre M_1M_2 en fonction de θ.
4. Montrer que les cercles (Ω) appartiennent à un même faisceau. Déterminer les coordonnées du centre et le rayon d'un cercle (Ω), sachant qu'il passe par le point P de coordonnées $(\alpha\ ;\ \beta)$. Discuter.