Baccalauréat série mathématiques Nouvelle-Calédonie novembre 1962

EXERCICE 1

Soit un triangle ABC, rectangle en A.
Montrer que ses angles B et C vérifient la relation

$$\frac{\text{tg B}}{\text{tg C}} = \frac{\sin^2 \text{B}}{\sin^2 \text{C}}.$$

La réciproque est-elle exacte ?

EXERCICE 2

On considère le cercle (C) d'équation

$$x^2 + y^2 - R^2 = 0$$

en axes rectangulaires et le point A, d'abscisse a, sur l'axe des x. Une droite AD, de pente t, coupe (C) en deux points, P, Q.

1. Former l'équation qui fournit les abscisses, x_1 et x_2, de P et Q.
   Discuter la réalité par le calcul.
   Explications géométriques.
2. Les perpendiculaires à AD en P et Q recoupent (C) en deux points, P′, Q′. Calculer les coordonnées de P′ et Q′.
   Évaluer l'aire, S, du rectangle PQQ′P′ en fonction de t.
3. Étudier les variations de S lorsque AD pivote autour de A, en posant $t = \text{tg}\,\theta$.
   Discuter en fonction a de la valeur de $\dfrac{a}{R}$.
   Explication géométrique des résultat essentiels.
4. Les tangentes à (C) en un couple P, P′ se coupent, en général, en un point M_1 ; celles en Q, Q′, en un point M_2.
   Déterminer les coordonnées de M_1 en fonction de t et x_1.
   Équation du lieu de M_1 et M_2 lorsque AD pivote autour de A.
5. Construire ce lieu et étudier comment il se déforme lorsque A décrit le demi-axe Ox.