

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Amérique du Sud novembre 1986 ∞

EXERCICE 1

5 points

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points A, B, C deux à deux distincts dont les affixes respectives sont les nombres complexes  $a, b, c$ .

1. M étant le point du plan d'affixe le nombre complexe  $z$ , exprimer, en fonction de  $z$  :
  - a. l'affixe  $z'$  du point M' image de M par la rotation de centre A et d'angle de mesure  $+\frac{\pi}{3}$  (en radians);
  - b. l'affixe  $z''$  du point M'' image de M par rotation de centre A et d'angle de mesure  $-\frac{\pi}{3}$  (en radians).
2. Que peut-on dire du triangle ABC si les nombres complexes  $a, b, c$  vérifient.
  - a.  $\frac{c-a}{b-a} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ ;
  - b.  $\frac{c-a}{b-a} = \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$ .
  - c. Établir que le triangle ABC est un triangle équilatéral si et seulement si

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca.$$