

## Nombres complexes premiers exercices

### Additions, multiplications

1) Soit  $z = 2 - 3i$  et  $z' = -4 + i$

Mettre les nombres suivants sous la forme  $a + bi$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels

a)  $z + z'$                       b)  $3z - 2z'$   
c)  $z \times z'$                       d)  $z^2$   
e)  $(z')^3$                         f)  $(1 - z)(5 + z')$

2) Effectuer :

$$(1 + i)^3 ; (1 - i)^2 ; (1 + i)(1 - i)$$

3) Soit  $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Calculer  $j^2$  et  $j^3$

4) Effectuer  $1 + i + i^2 + i^3$  et  $i^{75} + i^{76} + i^{77} + i^{78}$

5) Montrer que le nombre  $(1 + 2i)(2 - 3i)(2 + i)(3 - 2i)$  est un nombre réel.

6) Déterminer deux réels  $x$  et  $y$  tels que :  $(x + 2i)(5 + yi) = 4 + 16i$

### Inverses et divisions :

*Il est souvent utile de rendre réel le dénominateur d'une expression complexe (souvent en multipliant haut et bas par  $a - bi$ , si ce dénominateur est  $a + bi$ ), ceci afin de mettre l'expression sous la forme  $A + Bi$ .*

7) Soit  $z = 2 + i$  et  $z' = -4 + 3i$ .

Mettre les nombres suivants sous la forme  $A + Bi$

a)  $\frac{1}{z}$                       b)  $\frac{1}{z'}$                       c)  $\frac{z}{z'}$                       d)  $\frac{z'}{z}$                       e)  $\frac{1}{z^2}$                       f)  $\frac{1 - z}{5 + z'}$

8) Mettre les nombres suivants sous la forme  $a + bi$ .

$$\frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i} ; \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^2 ; i + \frac{1}{i}$$

### Equations et systèmes :

9) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$(1 + 2i)z - 3 + 5i = 0$$

10) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes le système :

$$\begin{cases} (1 + i)z + (1 + 2i)z' = 1 + 5i \\ (3 - i)z + (4 - 2i)z' = 2 - i \end{cases}$$

11) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes le système :

$$\begin{cases} 2iz - z' = 1 + 2i \\ z + (1 + i)z' = 2 - 3i \end{cases}$$