

# EN CHINE ANCIENNE : L'HOMME ET SON NOMBRE

Arnaud GAZAGNES

## 1 L'écriture des nombres

### 1.1 Les écailles de tortues

Les caractères chinois (dont ceux représentant les chiffres) voient le jour vers le milieu de la dynastie Shang (vers -1600). Les plus anciennes traces connues (pourtant découvertes seulement en 1899) sont des inscriptions divinatoires sur des os et des écailles de tortue (*jiaguwen*)<sup>(1)</sup>.

On trouve deux systèmes de numération.

Le premier est lié au calendrier, du moins à la façon de compter les jours par blocs de 60, puis les mois lunaires et les années : une première série de 10 symboles (se référant aux 10 troncs célestes, *gan*) et une seconde série de 12 symboles (se référant aux 12 rameaux terrestres, *zhi*) combinées donne un « cycle sexagésimal ». Toutefois, ce système (qui ne correspond à aucun cycle astronomique naturel) n'a jamais été utilisé dans des calculs mais seulement dans la datation.

Intéressons-nous au second. Quatorze<sup>(2)</sup> signes y sont utilisés : neuf pour représenter les nombres de 1 à 9, quatre pour les nombres 10, 100, 1 000 et 10 000 et un pour « et » (parfois utilisé). Dans les *jiugawen*, on compte avec un système décimal ; il n'est écrit aucun nombre supérieur à 10 000. Pour écrire un nombre « composé », on utilise une combinaison des signes précédents ; ainsi le symbole composé du signe 100 en bas et du signe 5 en haut représente le nombre<sup>(3)</sup> 500. Dans le même esprit, 734 est écrit, verticalement, « 7 100 » (« et ») « 3 10 » (« et ») « 4 », utilisant les principes additif et multiplicatif. Dans ce système, 30 000 est le plus grand nombre connu.

Ce système s'est rapidement développé sous la dynastie des Shang (vers la fin du XIe siècle avant notre ère), probablement grâce à l'expansion économique d'alors qui invite à créer un système de notation, plus maniable : il fallait déjà utiliser des livres où étaient enregistrés des nombres.

On peut aussi citer les *jiajiezi*. On appelle ainsi tout caractère d'écriture employé dans un sens nouveau, c'est-à-dire qu'il n'avait pas à l'origine. C'est l'un des six procédés qui ont permis la formation de caractères chinois. Par exemple, les symboles du scorpion et de la myriade<sup>(4)</sup> (*wan*) sont identiques, peut-être parce que la multitude de ses petits sur le dos de la femelle fait penser à un nombre immense. De même, celui du doigt et de 10 sont identiques, les deux mains réunies comptant 10 doigts.

Les caractères présentés ci-dessous servent à retranscrire des nombres (dans des ouvrages, par exemple) et en aucun cas ne servent dans les calculs !<sup>(5)</sup>

---

(1). En effet, des questions sont écrites sur des omoplates de bovins ou des carapaces de tortues. Celles-ci sont approchées d'un feu, ce qui produit des craquelures, interprétées comme signes divinatoires.

(2). Ce nombre « 14 » ne tient pas compte des évolutions graphiques de ces caractères.

(3). Il n'y a guère qu'un pas à franchir pour arriver à notre système de position : il suffit de supprimer les parties représentant les puissances de 10. . .

(4). Une myriade d'unités en compte 10 000.

(5). Dans la même idée que la numération grecque.

## 1.2 Une suite linéaire

### 1.2.1 Une évolution

La numération des *jiugawen* s'est développée dans les temps. L'étape suivante, qui remonte à environ 2500 ans (pendant la dynastie des Zhou occidentaux), voit apparaître des inscriptions sur bronze. Les caractères changent de forme (à part 1, 2 et 3). Dans le même temps, le « et » additif disparaît, les nombres sont écrits en une suite linéaire de caractères et un nouveau caractère, *yi*<sup>(6)</sup>, apparaît (tantôt pour dix mille tantôt pour cent millions, suivant que le nombre est inférieur ou supérieur à cent millions) et, du coup, de plus grands nombres sont écrits. En chinois, *les nombres sont décomposés toutes les quatre puissances de 10*, et non toutes les trois, comme dans les langues occidentales. Il y a aussi une nouvelle forme de lecture des nombres.

### 1.2.2 Pour les nombres inférieurs à cent millions

Les traités font état de 13 caractères numériques fondamentaux :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	万
<i>yi</i>	<i>èr</i>	<i>san</i>	<i>sin</i>	<i>wu</i>	<i>liu</i>	<i>qi</i>	<i>ba</i>	<i>jiu</i>	<i>shi</i>	<i>bai</i>	<i>qian</i>	<i>wan</i>

Pour écrire un nombre, on énumère les dizaines de mille, les milliers, les centaines, les dizaines et les unités qu'il contient. Voici trois exemples :

- le nombre 138

$$138 = 1 \times 100 + 3 \times 10 + 8$$

138 se décomposait en : « 1 (fois) 100 (et) 3 (fois) 10 (et) 8 »

138 s'écrivait donc : 百三十八

- le nombre 1 035

$$1\,035 = 1 \times 1\,000 + 3 \times 10 + 5$$

1 035 se décomposait en : « 1 (fois) 1 000 (et) 3 (fois) 10 (et) 5 »

1 035 s'écrivait donc : 千三十五

- le nombre 142 800

$$142\,800 = 14 \times 10\,000 + 2\,800 = (1 \times 10 + 4) \times 10\,000 + 2 \times 1\,000 + 8 \times 100$$

142 800 se décomposait en :

« [1 (fois) 10 (et) 4] (fois) 10 000 (et) 2 (fois) 1 000 (et) 8 (fois) 100 »

142 800 s'écrivait donc : 一十四万二千八百

Ce système est très proche de notre système de numération positionnel décimal (qui, lui, ne recourt qu'à 10 symboles). Il ne fait pas cas de la valeur 0; nous y reviendrons.

---

(6). Même s'il est retranscrit en pinyin comme le *yi* du « un » l'idéogramme est différent...

### 1.2.3 Nombres entiers supérieurs à cent millions.

Ces nombres n'apparaissent qu'exceptionnellement dans les traités et nécessitent le recours à des unités particulières pour éviter une trop grande répétition du caractère *wan*. Un caractère spécial 亿 apparaît donc pour 100 000 000 (= 10 000<sup>2</sup>). On décompose en centaines de millions, centaines de mille, dizaines de mille, milliers, centaines, dizaines et unités.

- Dans le *Jiu Zhang Suan Shu (Les neuf chapitres sur les procédures de calcul)* <sup>(7)</sup>

Prenons le cas de 1 644 866 437 500. Ce nombre se trouve dans le problème 4 – 24 ; il a aussi la particularité d'être le plus grand nombre rencontré dans cet ouvrage.

Il est égal à :

$(10\,000 + 6\,000 + 400 + 40 + 8) \times 100\,000\,000 + (6\,000 + 600 + 40 + 3) \times 10\,000 + 7\,000 + 500$   
(ou encore 16 448 centaines de millions 6 643 dizaines de milliers 7 milliers 5 centaines).

Il s'écrit mot à mot : 1 - myriade - 6 - milliers - 4 - centaines - 4 - dizaines - 8 - centaines de millions - 6 - milliers - 6 - centaines - 4 - dizaines - 3 - myriades - 7 - milliers - 5 - centaines.

En caractères chinois, il s'écrit :

一万六千四百四十八亿六千六百四十三万七千五百

- Dans le *Ce Yuan Hai Jing (Reflets des mesures du cercle sur la mer)* <sup>(8)</sup> .

Le nombre 717 445 350 000 apparaît dans le problème 7 – 2 ; il se décompose comme indiqué plus haut :

$$((7\,000 + 100 + 70 + 4) \times 10\,000 + (4\,000 + 500 + 30 + 5)) \times 10\,000$$

七千一百七十四万四千五百三十五万

## 2 Menées à la baguette...

Parallèlement à ces écritures, une autre est née : celles des baguettes. Les calculateurs chinois s'en servent, à l'époque des Printemps et Automnes (de –722 à –481), le plus souvent en bambou <sup>(9)</sup> . Même si elles sont utilisées comme instrument de calcul sur la période commençant à la dynastie des Han et finissant à celle des Yuan (de 1279 à 1368), et seront alors remplacées par le boulier, elles servent à représenter des nombres jusqu'au début du... 20<sup>ème</sup> siècle.

Ces calculateurs créent un *système spécifiquement adapté au maniement scientifique des nombres*. Cette notation n'utilise plus que neuf symboles – pour les chiffres de 1 à 9 – et représente le 0 par l'absence ou la place vide. Les chiffres sont représentés par des baguettes posées horizontalement ou verticalement, déplacées pendant les calculs.

Il y a deux manières (graphiquement distinctes) d'écrire les chiffres de 1 à 9 <sup>(10)</sup> :

(7). Cet ouvrage été compilé entre –200 et 300 (et plus tard si l'on tient compte des commentaires) ; il a exercé une influence sur la majeure partie des mathématiciens en Chine.

(8). Écrit par Li Zhi en 1248. On y trouve une algèbre des fractions rationnelles et des polynômes généralisés (incluant des puissances négatives de l'inconnue).

(9). Une description (dans les *Chapitres sur les tubes musicaux et l'astronomie* du *Livre des Han*) explique que leur diamètre est un sixième de pouce, qu'elles sont longues de 6 pouces et que 271 baguettes placées côte à côte forment un hexagone et tiennent dans une main.

(10). Même si les bâtonnets représentés sur papier n'avaient pas tous la même longueur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cette disposition est expliquée dans deux livres (de référence), le *Classique mathématique de Sunzi* (rédigé autour du V<sup>e</sup> siècle) et le *Classique mathématique de Xiahou Yang*.

On peut lire dans le premier :

Dans la méthode de calcul, sachez d'abord le rang. Un est vertical, dix est horizontal, cent est debout, mille est gisant. Mille et dix se regardent, dix mille et cent se regardent.

C'est très proche de ce qui est écrit dans le second :

Un est vertical, dix est horizontal, cent est debout, mille est gisant. Mille et dix se regardent, dix mille et cent se correspondent.

Mais il est dit de plus<sup>(11)</sup> :

À partir de six, cinq est placé au-dessus, perpendiculairement. Six ne s'accumule pas dans les calculs, cinq ne se dispose pas seul. »

Ce système de numération est basé sur deux principes : (1) la position et le rang des chiffres et (2) l'alternance.

Les symboles de la première série sont utilisés pour noter les unités, les centaines et, de façon plus générale, les puissances paires de 10, tandis que les symboles de la seconde le sont pour les dizaines, les milliers et, plus généralement, les puissances impaires de 10. L'alternance des orientations a été mise au point probablement pour éviter la confusion lorsque plusieurs chiffres sont accolés.

Pour écrire le nombre 6 572, on écrit, en commençant par la droite, 2 (chiffre des unités) vertical, 7 horizontal (dizaines), 5 vertical (centaine) et 6 horizontal (millier) :

### 3 Le zéro

Dans l'écriture avec des baguettes de 201, on notera la place « vide » du chiffre des dizaines ; celle-ci est rapidement repérée par le fait que les baguettes des centaines et des unités sont toutes les deux verticales.

Rien ne laisse supposer qu'à l'époque existait une marque spéciale pour un « zéro » qu'une place vide. L'alternance des positions des baguettes (verticales ou horizontales) permet de lever

(11). On utilise bien cinq baguettes pour représenter 5. D'autres civilisations ont introduit un symbole : les Romains, par exemple, ont utilisé V. Pour les nombres supérieurs, on utilise le complément à 5 :  $6 = 5 + 1$ , d'où sa représentation, VI.

dans certains cas cet équivoque (et de marquer sans ambiguïté possible un « zéro ») : il suffit en effet de trouver deux chiffres successifs avec la même position pour en déduire qu'il y a une place vide entre les deux. De même, lorsque le dernier chiffre du nombre a une position verticale montre que le nombre n'a pas de chiffre pour les unités. Du coup, cette absence de zéro à la fin du nombre ne permet pas de distinguer 1, 100 ou 10 000 dans l'écriture « | ». Le lecteur d'alors, en fonction du contexte, déterminait la valeur.

L'origine du zéro, faute de documents, doit être traitée avec beaucoup de précautions. En Chine comme dans tout autre pays. De plus, il peut y avoir plusieurs thèmes derrière lui :

- un *nombre* qui a exactement le même statut que n'importe quel autre nombre ;
- un *symbole positionnel* spécifique qui montre l'absence de certains ordres d'unités ;
- un *symbole opérationnel* écrit après la dernière unité d'un nombre pour le multiplier par la base (usuellement... 10).

Si toutefois le zéro avait été connu en Chine ancienne, il n'aurait pas le premier sens. Aucun des textes mathématiques n'admet 0 comme solution et aucun n'utilise un nombre « zéro » dans ses calculs comme les autres nombres. Peut-être en raison de la nature des problèmes posés.

Après l'époque mongole, les Chinois emploient progressivement le zéro comme un chiffre ordinaire. C'est seulement à partir des Ming que le zéro se voit attribué d'un caractère (encore d'actualité), que l'on lit *ling*, dont le sens usuel est « goutte de rosée ».

## 4 Ne pas perdre la boule...

Les quatre opérations usuelles ainsi que l'extraction d'une racine cubique, la résolution d'un système carré ou d'une équation polynomiale se faisaient donc avec ces baguettes. Liu Hui, au II<sup>e</sup> siècle, les a employées pour approcher «  $\pi$  » avec 6 décimales exactes...

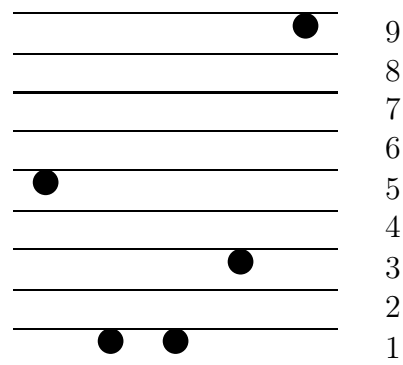
Ceci dit, leur usage n'était pas des plus pratiques. On peut imaginer, par exemple, les militaires s'arrêter en manœuvres pour étaler leurs baguettes à terre et faire leurs calculs. C'est pourquoi d'autres moyens ont été cherchés pour les remplacer : ainsi naissent les systèmes de boules. Nous allons nous intéresser à *quelques* systèmes ayant en commun la représentation positionnelle décimale des nombres.

### 4.1 Un premier système

Dans le *Shushu yiji*, le Maître de Tien Mou, interrogé sur la représentation des nombres, mentionne plusieurs systèmes permettant de les matérialiser (parmi beaucoup d'autres dont il ne souvient plus) : celui de l'Accumulation, de l'Unité Suprême, des 2 symboles, des 3 pouvoirs, des 5 éléments, des 8 trigrammes, des 9 palais, de la tortue, ...

Le plateau est composé de neuf rainures horizontales (chacune correspondant aux neuf chiffres de 1 à 9) sur laquelle on place les boules ; verticalement, on trouve la position du chiffre dans l'écriture du nombre.

Ci-contre est représenté le nombre 50 139 :



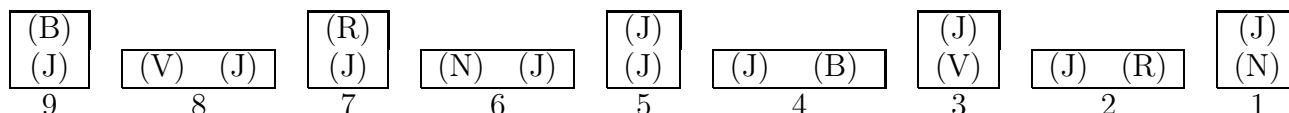
## 4.2 Un deuxième système

Un autre présenté dans cet ouvrage est le système *tcheng chou*.

Les fiches ont une extrémité (tête) jaune et le reste peut avoir l'une des couleurs suivantes : jaune, noire, rouge, verte ou blanche.

Une tête noire (N) (couleur de l'eau) vaut 1 lorsqu'elle est tournée vers l'Est ou le Sud et 6 lorsqu'elle est tournée vers l'Ouest ou le Nord. De même, une tête rouge (R) (couleur du feu) représente 2 ou 7, une tête verte (V) (couleur du bois) représente 3 ou 8, une tête blanche (B) (couleur du métal) représente 4 ou 9, une tête jaune (J) (couleur de la terre) représente 5.

Le commentateur Zhen Luan représente alors le nombre 987 654 321 ainsi :

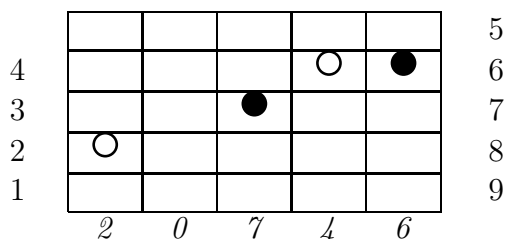


## 4.3 Un troisième système

Dans son *Mémoire sur l'art des nombres* (vers 550), Zhen Luan expose quatre méthodes de représentation parmi lesquelles se trouve la suivante.

On utilise des boules de deux couleurs différentes (jaune et rouge) : il y a donc 5 rainures sur l'abaque. Les perles jaunes prennent les valeurs 1, 2, 3 et 4 en partant du bas vers le haut et les perles rouges prennent les valeurs 5, 6, 7, 8 et 9 en partant du haut vers le bas.

○ et ● représentant respectivement une boule jaune et une boule rouge, voici l'écriture du nombre 20746 :



## 4.4 Un quatrième système

Enfin, il faut mentionner une méthode plus populaire utilisant les doigts de la main : chaque doigt est partagé en 9 (à l'aide des phalanges : une combinaison « haut, milieu, bas » avec « gauche, milieu, droite ») et le doigt désigné représente la position du chiffre dans le nombre. On la retrouve dans le *Traité systématique de mathématiques* de Cheng Dawei (1592). Avec cela, les Chinois peuvent faire les calculs « les mains dans les manches ». Encore aujourd'hui, dans les marchés clandestins, se trouvent des marchés « fantômes » : si l'on veut, par exemple, acheter un bœuf sans que les concurrents soient avertis du prix proposé, on peut communiquer ainsi par des signes de la main.



## 5 Les nombres négatifs et les nombres décimaux

### 5.1 Les nombres négatifs

Dès le début du premier millénaire, on trouve – dans le *Jiu Zhang Suan Shu* (*Techniques calculatoires en neuf chapitres*) – des nombres négatifs. Les mathématiciens d'alors les manipulaient sans erreur. Toutefois, on ne les rencontre ni dans les énoncés des problèmes, ni dans leurs réponses. C'est-à-dire qu'ils n'existent qu'à travers des procédés opératoires. On ne trouve aucun ouvrage spécifique traitant d'une théorie sur ces nombres (mais seulement de règles de calcul). Une raison possible est qu'un nombre représente toujours une entité concrète (longueur, volume, ...) et donc n'est pas une valeur négative. L'idée d'introduire la notion de « négatif » dans les calculs a eu un courant favorable : rappelons-nous le dualisme des Chinois de l'antiquité en termes de couples, à travers, par exemple, le *yin* et le *yang*.

On les rencontre donc, avec les nombres positifs, seulement dans les exécutions d'algorithmes, comme les résolutions d'équations quadratiques ou les méthodes de fausse position double.

Dans les calculs, les baguettes étaient différenciées. Un procédé consiste à utiliser deux couleurs : rouge (pour les nombres positifs) et noir (pour les nombres négatifs) ; c'est le cas dans le *Jiu Zhang Suan Shu*. (C'est ce que les mathématiciens du Sud au 12<sup>ème</sup> préféraient). Ou encore des tiges (*suan*) de forme triangulaire ou carrée dans un cas comme dans l'autre.

Dans les écrits, un nombre négatif était noté en barrant d'un trait de pinceau le dernier chiffre non nul. (C'est ce que les mathématiciens du Nord au XII<sup>ème</sup> siècle préféraient). On utilisait aussi des caractères particuliers : *fu* (pour les négatifs) qui évoque une dette et *zheng* (pour les positifs) que l'on pourrait traduire par « droit » ou « correct ».

Dans tous les cas, les règles d'utilisation ressemblent beaucoup à nos « règles des signes ». Dans le *Jiu Zhang Suan Shu*, elles ne s'appliquent qu'à l'addition et à la soustraction. D'ailleurs, il existe un lien très étroit entre nombre positif et gain (*de*) et nombre négatif et perte (*shi*). Plus tard, dans le *Suanxue qimeng* (1299), les règles s'appliquent aussi à la multiplication. On peut citer, par exemple, pour l'addition, « les baguettes de noms contraires se réduisent mutuellement » et « celles de même nom s'accroissent mutuellement » et, pour la multiplication, « les baguettes de même nom sont multipliées l'une par l'autre et font du positif ».

### 5.2 Les nombres décimaux et la métrologie

Les systèmes évoqués plus haut se prolongent pour les nombres décimaux. Tout comme ont été inventés des noms pour décomposer les nombres (nous l'avons vu au premier paragraphe), d'autres noms (de nouveaux indicateurs de position) vont être inventés pour  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$ , etc. qui sont *fen*, *li*, *hao*, *si*, etc.

Toutefois, les mathématiciens chinois ont longtemps préféré utiliser une description telle que  $1\ m\ 7\ dm\ 4\ cm$  à  $1,74\ m$ . Liu Hui, au III<sup>e</sup> siècle, dans l'un de ses calculs du rapport de la circonférence au diamètre d'un cercle<sup>(12)</sup>, ne conçoit pas 0,866 025 4 *chi* mais 8 *cun* 6 *fen* 6 *li* 2 *miao* 5 *hu* +  $2/5\ hu$ . Yang Hui, en 1275, écrit 24 *bu* 3 *chi* pour 123 *chi* (1 *bu* = 5 *chi*).

De plus, d'un point de vue de la manipulation des baguettes de calculs, il suffisait d'un déplacement. En effet, multiplier (respectivement diviser) un nombre par  $10^n$  revient à déplacer à droite (respectivement à gauche) les bâtons de  $n$  rangs. Cela est un argument (parmi d'autres) expliquant la venue tardive de l'écriture décimale.

---

(12). Écrire «  $\pi$  » serait anachronique ; les Chinois parlent en termes de rapport.

## Bibliographie

(Sont cités pour le lecteur les textes et ouvrages en langues occidentales)

GRANET, M., *La civilisation chinoise*, Coll. « L'évolution de l'humanité », Albin Michel, 1968

LIBBRECHT, U., *The Chinese Ta-yen Rule : a Comparative Study*, *Orientalia Lovaniensa* (Louvain), 1972

LIU, D., *Nombres et outils de calcul et expressions mathématiques en Chine ancienne*, in *L'Océan Indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes*, Actes du Colloque, 3-7 novembre 1997, I.U.F.M. de La Réunion, pp 161-177, 1998

MARTZLOFF, J.-Cl., *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson, 1983

MARTZLOFF, J.-Cl., *A History of Chinese Mathematics*, Springer, 1997

MIKAMI, Y., *The development of mathematics in China and Japan*, Chelsea Publishry Company New York, 1913

NEEDHAM, J., *La science chinoise et l'Occident*, Ed. du Seuil, 1973

SCHRIMPF, R., *La collection mathématique Souan King Che Chou, Contribution à l'histoire des mathématiques chinoises des origines au VIIe siècle de notre ère*, Thèse, Rennes, 1963

YABUUTI, K., *Une histoire des mathématiques chinoises*, Belin Sciences, 2000

YAMASAKI, Y., *History of instrumental Multiplication and Division in China – from the Reckoning-blocks to the Abacus*

<p>Ce document a été écrit à partir de la brochure <i>Promenades mathématiques en Chine Ancienne</i>, écrite par Arnaud GAZAGNES et publiée par l'IREM de Reims en 2005 (ISBN : 2-910076-12-1).</p>
---