

# MONTPELLIER

## Exercice n° 1

### Énoncé

#### Les Nombres formidables

On considère l'ensemble des nombres entiers strictement positifs. On définit l'opération collage de deux nombres entiers  $M$  et  $N$  par  $M * N = MN$ .

Ainsi  $6 * 4 = 64$   
 $35 * 2 = 352$   
 $17 * 35 = 1735$ .

Un entier  $N$  est formidable si  $N$  divise  $M * N$  pour tout entier  $M$ .

2 est formidable !

3 est-il formidable ?

Combien y a-t-il de nombres formidables à un chiffre ?

Combien y a-t-il de nombres formidables inférieurs à 2005 ?

### Solution

2 est formidable puisque  $M * N$  se termine par 2 et est donc toujours divisible par 2.

3 ne l'est pas puisque 3 ne divise pas 13.

On remarque que 1, 2 et 5 sont formidables et que les autres ne le sont pas.

Pour les nombres à deux chiffres on peut écrire  $M * N = 100M + N$ .

Pour que  $N$  divise  $100M + N$ , il faut que  $N$  divise 100 (obtenu pour  $M = 1$ ) cette condition est visiblement suffisante.

Pour les nombres à trois chiffres, il faut et il suffit que  $N$  divise 1000.

Pour les nombres à quatre chiffres il faut et il suffit que  $N$  divise 10000.

D'où la liste 1, 2, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 200, 250, 500, 1000, 1250, 2000 ; 15 nombres formidables inférieurs à 2005.