

Exercice n° 3 (série ES)

Énoncé

Trois nombres à comparer

Soient quatre réels a, b, c, d tels que $a < b < c < d$.

On pose $x = (a + b)(c + d)$, $y = (a + c)(b + d)$, $z = (a + d)(b + c)$.

Comparer les nombres x, y et z .

Solution

$$\begin{aligned}x - y &= ac + bc + ad + bd - ab - ad - cb - cd \\ &= a(c - b) + d(b - c) = (d - a)(b - c) < 0\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}y - z &= ab + ad + cb + cd - ab - ac - db - dc \\ &= a(d - c) + b(c - d) = (a - b)(d - c) < 0\end{aligned}$$

d'où $x < y < z$.