

JEUX MATHÉMATIQUES

2000 ans d'énigmes mathématiques

Marie-José Pestel¹

De l'histoire antique à nos jours, les hommes se sont affrontés armes à la main, mais, heureusement pour l'honneur de l'esprit humain, ils ont aussi cherché à se mesurer par énigmes et jeux mathématiques interposés.

Au fil des temps, des liens étroits entre mathématiques et jeux se sont tissés, les uns nourrissant les autres. Leibniz le disait déjà, en 1716, dans une lettre à Rémond de Montfort : « *Les hommes ne sont jamais plus ingénieux que dans l'invention des jeux ; l'esprit s'y trouve à son aise.* » En effet, la capacité d'analyse du cerveau humain est source de merveilleux prodiges comme trier les nombres, calculer une surface, déceler des fausses pièces en les pesant, coder des messages et bien d'autres opérations. Tous ces exploits de l'intelligence accroissent notre compréhension du monde, créant parfois de nouveaux jeux et de nouveaux questionnements.

Cet article propose une rapide rétrospective de l'histoire des jeux mathématiques et rend hommage à ceux qui, à travers les siècles, nous ont transmis ces textes, énigmes et jeux mathématiques qui permettent de faire rimer plaisir avec mathématiques. Remarquons cependant avant de partir dans cette promenade que nous n'allons en découvrir qu'une facette, celle qui s'est construite essentiellement autour du bassin méditerranéen. Étudier des activités ludiques en mathématiques sous d'autres cultures, d'autres continents, les comparer pour en voir les différences et les ressemblances seraient l'objet sans aucun doute d'articles passionnants.

Nous avons choisi huit grands noms à travers les siècles : Archimède, Abou Wafa, Bachet de Méziriac, Fibonacci, Euler, Henry Dudeney, Samuel Loyd, Édouard Lucas et enfin Martin Gardner. C'est en leur compagnie que nous allons découvrir un peu de l'histoire des jeux mathématiques.

À tout seigneur, tout honneur, commençons notre voyage avec un des plus grands mathématiciens de tous les temps : Archimède.

Archimède est né vers 287 av. J.-C. à Syracuse en Sicile et est mort en 212 av. J.-C. toujours à Syracuse. Il aurait été l'élève d'Euclide. Génie universel, le nom d'Archimède est lié à d'innombrables inventions. Parmi ses domaines d'étude en physique, on peut citer l'hydrostatique, la mécanique statique et l'explication du principe du levier. Il est crédité de la conception de plusieurs outils innovants. Archimède est généralement considéré comme le plus grand mathématicien de

¹ Présidente du Comité International des Jeux Mathématiques.

l'Antiquité et l'un des plus grands de tous les temps. Parmi ses travaux, citons la méthode d'exhaustion pour calculer l'aire sous un arc de parabole avec la somme d'une série infinie, un encadrement de Pi d'une remarquable précision, des formules pour calculer les volumes des surfaces de révolution et un système ingénieux pour l'expression de très grands nombres.

Archimède développe un goût très sûr pour les énigmes de tous genres. Écoutez d'ailleurs ce qu'il disait à propos du plaisir de chercher des énigmes « *Quand tu auras trouvé, ami, et embrassé dans ton esprit la solution de toutes ces questions, en indiquant toutes les mesures de ces multitudes, rentre chez toi, te glorifiant de ta victoire, et sache qu'on te juge arrivé à la perfection dans cette science.* » Il échange autour de nombreux textes avec des mathématiciens de l'École d'Alexandrie. Un des plus connus est celui des « Bœufs d'Hélios » qu'il aurait envoyé à Erathostène de Cyène :

Les bœufs d'Hélios

« *Le soleil (c'était alors un dieu) possédait un troupeau de taureaux et de vaches, dont une partie était blanche, une partie noire, une partie tachetée, et la quatrième brune. Parmi les taureaux, le nombre de ceux qui étaient blancs dépassait le nombre des bruns de la moitié plus un tiers du nombre des taureaux noirs. Le nombre des taureaux noirs dépassait le nombre des taureaux bruns d'un quart plus un cinquième du nombre des taureaux tachetés. Enfin le nombre des taureaux tachetés dépassait celui des bruns d'un sixième plus un septième du nombre des taureaux blancs.*

Parmi les vaches, le nombre des blanches était égal au tiers augmenté du quart du nombre total des bovins noirs. Le nombre des vaches noires, au quart augmenté du cinquième du nombre total des bovins tachetés. Le nombre des vaches tachetées, au cinquième augmenté du sixième du nombre total des bovins bruns. Enfin le nombre des vaches brunes était égal à un sixième plus un septième du nombre total des bovins blancs. Quelle était la composition du troupeau ? »

Un renseignement supplémentaire : il est possible de mettre les taureaux blancs et les taureaux noirs ensemble en carré et de mettre les taureaux bruns et les taureaux tachetés en triangle.

Ce célèbre problème a été découvert dans un manuscrit grec conservé dans une bibliothèque du nord de l'Allemagne en 1773. Le texte propose de compter les troupeaux du Dieu du Soleil.

Il nécessite la résolution d'un système de 7 équations à 8 inconnues et 2 contraintes. Sa solution minimale est un nombre extrêmement grand, trop grand pour un troupeau sensé paître dans une prairie sicilienne!! Elle constitue sans aucun doute une prouesse à trouver sans l'aide de la machine!

Une douzaine de livres d'Archimède nous sont parvenus, parfois incomplets, mais il en aurait écrit beaucoup plus. Plusieurs auteurs latins, dont Victorinus, Fortunatianus et Magnus Ausonius (310-395), ont cité un livre d'Archimède intitulé « Stomachion » (on trouve parfois « ostomachion » ou « sytemachion » ou encore la forme latinisée « loculus ») et qui traitait de l'analyse géométrique d'un puzzle composé de 14 pièces assemblées en carré. Ce livre d'Archimède est resté totalement inconnu jusqu'à la fin du XIX^e siècle. En 1899, l'orientaliste Heinrich Suter découvre un fragment d'une traduction en langue arabe, qu'il traduit en allemand et publie. Dans ce fragment, Archimède étudie les rapports d'aires des différentes pièces du puzzle ainsi que leurs angles dont l'étude permet de limiter

les assemblages possibles. On pense qu'Archimède est parti d'un puzzle existant, peut-être un jeu pour enfant, qu'il aurait modifié afin que les rapports des aires des morceaux soient tous rationnels. On a longtemps cru que ce livre d'Archimède était une œuvre mineure du savant. Certains pensent aujourd'hui, à la lumière du déchiffrement du palimpseste, qu'il s'agit d'un premier traité de combinatoire. Archimède aurait voulu déterminer toutes les façons possibles d'assembler les 14 pièces en un carré. En 2003, un américain passionné de puzzles, Bill Cutler, a donné, à l'aide d'un programme informatique, les 536 solutions (rotations et réflexions non comprises) du puzzle d'Archimède.

L'histoire du palimpseste d'Archimède¹

Une aventure rocambolesque magnifiquement racontée dans l'ouvrage Le Codex d'Archimède de William Noel publié chez JC Lattès.

En 1899 également, un paléologue grec, Papadhópoulos Kerameus, décrit un palimpseste (un palimpseste est un parchemin qui a été utilisé une première fois, puis gratté et réutilisé) qu'il a consulté dans un monastère de Constantinople et qui appartiendrait au patriarche orthodoxe de Jérusalem. Ce n'est qu'en 1906 que l'historien des mathématiques Heiberg révéla que ce palimpseste contient, entre autres textes, des fragments de trois livres d'Archimède (*Des corps flottants*, *Stomachion* et *De la méthode*). On savait qu'en 1846, un collectionneur nommé Konstantin von Tischendorf avait signalé avoir vu « un palimpseste traitant de mathématiques ». Il faut noter qu'en 1983, on découvrit dans la bibliothèque universitaire de Cambridge une page isolée du palimpseste, dans un lot de documents provenant de la succession de von Tischendorf. Il faudra attendre 1906 pour qu'un historien des mathématiques danois, Johan Heiberg, révèle que ce palimpseste contient des fragments de trois livres d'Archimède, dont le début du *Stomachion*. Heiberg prend des notes et quelques photographies en se promettant de revenir l'étudier plus complètement. Mais le manuscrit disparaît au début de la première guerre mondiale, sans doute volé. Il ne réapparaît qu'en 1998, lorsqu'une famille française le mettra en vente chez Christie's, et le vendra deux millions de dollars à un collectionneur américain (qui conserve l'anonymat). Cette famille affirmait le posséder depuis 1930, année où elle l'avait acheté à un bouquiniste d'Istanbul. L'acheteur américain a confié le manuscrit à William Noel, du musée d'art Walters de Baltimore. Le manuscrit est très abîmé, par des moisissures, de la colle, de fausses gravures médiévales qui ont été ajoutées sur certaines pages, dans l'espoir d'augmenter sa valeur, ... Depuis le manuscrit est étudié et déchiffré page après page à l'université de Stanford. La publication intégrale du texte du palimpseste a pu être achevée en octobre 2008. On pense que la copie des œuvres d'Archimède a été réalisée dans la seconde moitié du X^e siècle par des élèves de Leo le Géomètre. Certaines pages du manuscrit (et d'autres parchemins) ont été grattées et réutilisées pour réaliser un livre de prières au cours du 13^e siècle.

Après Archimède, les mathématiciens du monde arabe du IX^e au XIV^e siècle vont faire des énigmes et jeux mathématiques bien plus qu'un divertissement : un véritable art. Chacun sait qu'utilisant avec éclat l'héritage géométrique grec et les apports des mathématiques indiennes, les mathématiciens arabes, non contents d'être de grands passeurs de savoir, furent particulièrement novateurs en algèbre et en trigonométrie.

Dans ce monde de lettrés et de riches princes, chacun a à cœur de participer au débat scientifique et apprécie de se lancer des défis sous forme ludique ou poétique.

Dans un article passionnant du numéro exceptionnel de la Recherche de mai-juin 2000, Ahmed Djebbar analyse les facteurs qui ont favorisé la conception et la publication de problèmes récréatifs dans ce siècle d'or des sciences arabes. Il retient

une demande des milieux instruits de lettrés, marchands et princes pour tout ce qui est culturel, ludique et merveilleux. Il nous parle de ces salons privés fréquentés par de grands scientifiques. C'est dans ces milieux privilégiés que, vers 997, Abou l-Wafa traite le problème du très beau découpage de trois carrés pour en refaire un, problème que l'on retrouve dans un ouvrage intitulé *Livre sur ce qui est nécessaire à l'artisan en constructions géométriques*.

En proposant un découpage reposant sur des propriétés de symétrie et non sur le calcul, Abou l-Wafa s'interroge non seulement sur les méthodes de résolution, mais entre dans un débat devenu classique aujourd'hui entre mathématiques pures et mathématiques appliquées. Il dit préférer son découpage reposant sur des propriétés géométriques jugées plus harmonieuses que d'austères calculs.

Un second facteur, selon A. Djebbar, tient au développement interne des mathématiques, aux progrès accomplis en théorie des nombres, comme avec la parité ou la divisibilité qui débouchent, par exemple, sur des problèmes de restes déterminés. Le caractère ludique apparaissant alors surtout dans la forme de leur énoncé, transformant parfois un simple exercice arithmétique en un objet culturel comme ce poème d'Ibn al-Bannâ écrit vers 1310 comme une déclaration d'amour.

« Les trois septièmes du cœur pour son regard
 Un septième est offert pour le rose de (ses) deux joues
 Un septième et la moitié d'un septième et le quart
 Pour le refus d'un désir inassouvi
 Un septième et un sixième d'un quart sont la part de seins bien arrondis
 Qui se sont refusés au péché de mon étreinte et qui m'ont repoussé
 Le reste, qui est cinq parts, est pour des paroles d'elle
 Qui étancheraient ma soif si elles étaient entendues
 Car me voilà, entre ses mains, une proie de l'amour et de la jeunesse
 Le cœur tout entier largement ouvert. »

(Ibn al-Bannâ, mort en 1321)

Au-delà de leur intérêt culturel, les problèmes récréatifs de la tradition arabe s'avèrent des instruments précieux pour l'étude de la circulation des idées et des pratiques mathématiques, non seulement à l'intérieur du monde musulman, mais aussi et surtout d'une culture à une autre, d'une époque à une autre.

Nous allons ainsi retrouver ces textes dans les foyers scientifiques de l'Europe médiévale, tout d'abord dans le Liber Abacci de Fibonacci puis, beaucoup plus tard, chez Bachet de Méziriac.

Fibonacci est ce voyageur de commerce mathématicien célèbre ainsi au XIV^e siècle par Antonio de Mazzinghi « *O Léonard de Pise, tu fus un grand scientifique, toi qui a éclairé l'Italie sur les pratiques d'arithmétique.* » Il est né autour de 1170 à Pise. Il devait avoir 12 ans quand il suivit son père, riche commerçant, à Bougie en Algérie et s'initia aux mathématiques. Il voyage à travers le bassin méditerranéen en Syrie, Sicile, Égypte, Grèce, Provence et est sans aucun doute en contact avec les sciences arabes, ce qui lui permet d'approfondir ses connaissances en mathématiques. De retour à Pise, il est appelé à la cour de Frédéric II, grand ami des sciences, participe à de nombreuses joutes mathématiques et essaie de propager ses découvertes en théorie des nombres. Il décède à Pise vers 1250. Son Liber Abacci est bien plus qu'un recueil de problèmes récréatifs directement empruntés

à la tradition arabe, c'est aussi et surtout un ouvrage de nature pédagogique qui essaie de rendre plus accessibles et attrayantes les notions qu'il veut traiter. Un des problèmes les plus connus est celui des lapins, dont la résolution fait apparaître ce que plus tard Lucas appellera la suite de Fibonacci.

Combien de couples de lapins sont engendrés en une année par un seul couple ?

Quot paria cunuculorum in uno anno ex uno pario germinentur

« Quelqu'un plaça un couple de lapins dans un lieu clos de murs de tous côtés pour savoir combien de bêtes seraient engendrées par ce couple en une seule année. La nature de ces animaux veut qu'un couple engendre un autre couple, chaque mois. Les petits sont, à leur tour, capables de se reproduire le second mois qui suit leur naissance ».

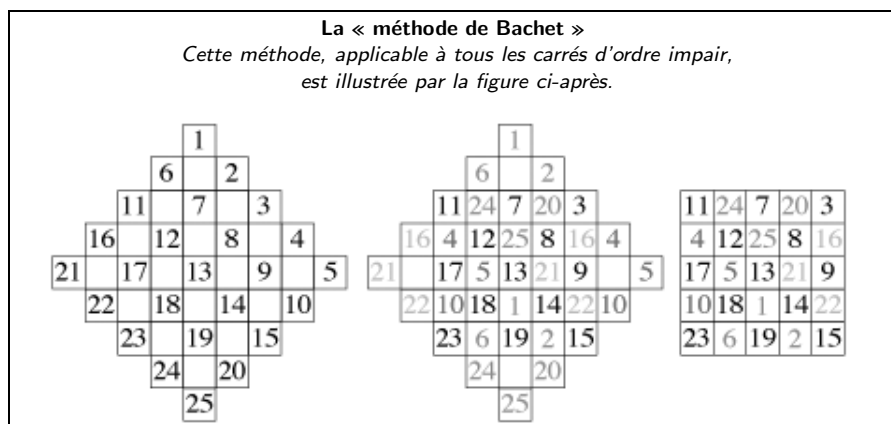
Citons un texte un peu moins connu « *De duobus hominibus habentibus panes* » soit « *De deux hommes ayant des pains* », qui est un exemple d'habillage fort intéressant pour présenter un problème de fractions. « *Un jour, deux hommes avaient l'un trois pains et l'autre deux. Ils allèrent se promener auprès d'une source. Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, ils s'assirent pour manger. Un soldat passa. Ils l'invitèrent. Il prit place à côté d'eux et il mangea avec eux, chaque convive ayant part égale. Lorsque tous les pains furent mangés, le soldat partit en leur laissant cinq pièces pour prix de son repas. De cet argent, le premier prit 3 pièces, comme il avait apporté trois pains ; l'autre, de son côté, prit les 2 pièces qui restaient pour prix de ses deux pains. On demande si le partage a été bien fait.* »

Cinq siècles plus tard Claude Gaspar Bachet, sieur de Meziriac, a été le premier à publier, en français, un livre exclusivement consacré aux récréations mathématiques. Il s'agit des *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*. La première édition de ce livre remonte à 1612 et de très nombreuses éditions ont suivi jusqu'à nos jours.

Bachet n'est pas seulement un mathématicien. Il est d'abord un grammairien, spécialiste des langues anciennes : latin, hébreu, grec. Il a aussi écrit des poésies et des chansons. Sa qualité d'expert en langues anciennes l'amène à traduire du grec au latin les *Arithmétiques* de Diophante. Il ne se contentera d'ailleurs pas de les traduire, mais il y ajoutera de nombreux commentaires. C'est dans la marge d'un exemplaire de cette traduction que Fermat notera l'énoncé de son fameux grand théorème.

Le livre de Bachet contient une cinquantaine de problèmes qui sont tous de grands classiques des récréations mathématiques. Plusieurs de ces problèmes consistent à deviner un ou plusieurs nombres pensés en demandant au joueur d'effectuer certaines opérations et en lui posant une ou des questions. Des variantes de ce type de problème sont exposées à partir des cartes d'un jeu de cartes qu'un joueur doit choisir mentalement. On trouve également des problèmes de transvasement, de traversées, de poids et de monnaie. Tous ces problèmes n'étaient pas originaux lorsque Bachet les a publiés, pourtant Bachet ne cite jamais ses sources. Beaucoup d'entre eux trouvent leur origine chez les mathématiciens arabes et certains, comme les carrés magiques, sont encore plus anciens. La nouveauté des *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres* est que les récréations mathématiques y constituent le cœur de l'ouvrage, alors qu'habituellement elles étaient reléguées en annexe de matières réputées plus

sérieuses. L'autre intérêt est que Bachet explique de façon détaillée ses propres méthodes de résolution qui sont souvent originales, contrairement aux énoncés des problèmes eux-mêmes. Habituellement, des problèmes amusants viennent illustrer des théorèmes sérieux. Chez Bachet, on part de problèmes récréatifs et on va chercher des mathématiques utiles pour les résoudre. Bachet consacre plusieurs de ses récréations aux carrés magiques et semble être le premier à exposer une méthode de construction pour les carrés magiques d'ordre impair.



Quittons à peine les problèmes de carrés magiques de Bachet de Méziac pour parler d'un grand parmi les grands : *Leonhard EULER*. Il est né, il y a trois cents ans, à Bâle, en Suisse. Euler fut probablement le premier mathématicien européen. Il a traversé le Siècle des Lumières, rencontrant les plus grands, Voltaire peut-être, à la cour de Frédéric II en Prusse puis auprès de Catherine de Russie. Il brilla non seulement en mathématiques mais aussi en physique, en astronomie, etc. Son œuvre en mathématiques est immense et on ne compte plus les formules, constantes, théorèmes, résultats auxquels il a donné son nom. Il s'est passionné pour les domaines les plus variés sans jamais négliger la composante ludique. Citons deux exemples incontournables, sans parler de tous les problèmes liés à la marche des pièces sur un échiquier.

Tout d'abord, le *problème des 36 officiers* qu'il proposa, dit-on, à la cour de Russie, est sans doute un très bel exemple d'énigme ludique qui permet de passer d'une conjecture à des résultats mathématiques forts sérieux et difficiles. Rappelons le texte :

« Comment disposer en formation carrée de 6 par 6, 36 officiers de 6 régiments différents et de 6 grades différents afin que, par ligne et par colonne, il n'y ait qu'un seul régiment et qu'un seul grade ? »

Il s'agit d'un carré gréco-latin d'ordre 6 (un carré latin pour les régiments, un carré latin pour les grades), problème dont la résolution est impossible. Euler l'avait déjà pressenti à l'époque sans toutefois donner une démonstration formelle à sa conjecture. Il dira : « Or, après toutes les peines qu'on s'est données pour résoudre ce problème, on a été obligé de reconnaître qu'un tel arrangement est absolument impossible, quoiqu'on ne puisse pas en donner de démonstration rigoureuse. » Or contrairement à ce que pensait Euler, il existe des carrés gréco-latins

d'ordre quelconque sauf pour deux et six. La non-existence de carrés gréco-latins d'ordre six a été définitivement confirmée en 1901 par le mathématicien français Gaston Tarry qui fit l'énumération exhaustive de tous les arrangements possibles de symboles. Cinquante-huit ans plus tard, en 1959, avec l'aide d'ordinateurs, deux mathématiciens américains, Bose et Shrikhande trouvèrent des contre-exemples à la conjecture d'Euler. La même année, Parker trouva un contre-exemple d'ordre dix. Puis, en 1960, Parker, Bose et Shrikhande démontrèrent que la conjecture d'Euler était fautive pour tous les $n > 10$.

Les carrés gréco latins ouvrent la porte sur le monde des jeux de grille à solution unique. Le sudoku est au goût du jour, mais il ne couvre qu'une toute petite partie de ce type de jeux et il est loin de résumer tous les trésors des jeux de grille à solution unique.

Enfin, l'emblématique *problème des ponts de Königsberg* mérite le détour. Ce texte, (*Comment organiser votre promenade pour franchir une fois et une seule les sept ponts de la ville de Königsberg ?*), mais surtout la résolution qu'Euler en propose, ouvrent la voie à la théorie des graphes, dont on ne rappelle plus l'importance aujourd'hui.

Succéder au grand Euler dans le monde des récréations mathématiques est certes difficile tant l'héritage est lourd. Pourtant, dès la fin du XIX^e siècle puis durant le XX^e siècle, nous allons rencontrer quelques grands noms, pas toujours de grands mathématiciens, mais toujours des hommes de culture, qui ont la volonté de diffuser le savoir mathématique sous forme ludique et une volonté pédagogique de présenter les notions sous la forme la plus attrayante possible.

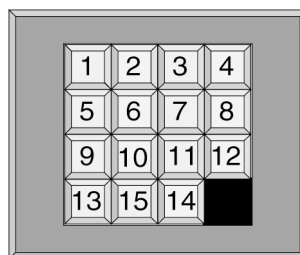
Il est temps d'évoquer deux grands noms de créateurs d'énigmes que l'histoire a rapprochés bien qu'une certaine rivalité les ait opposés, même si on sait qu'ils s'appréciaient mutuellement : Sam Loyd et Henri Ernest Dudeney. L'un est américain et l'autre anglais. Le premier est l'aîné du second d'une quinzaine d'années. Tous deux ont abandonné leurs études assez vite, mais ont continué à étudier les mathématiques en autodidactes, et tous deux ont pratiqué avec passion le jeu d'échecs.

Samuel Loyd, l'aîné, est né à Philadelphie en 1841. Joueur d'échecs depuis son plus jeune âge, il publie son premier problème d'échecs à l'âge de 14 ans. Le jeu d'échecs et la composition de problèmes l'occupent à tel point qu'il finit par quitter les bancs de l'école à l'âge de dix-sept ans. Contraint de gagner sa vie, il se lance dans le journalisme en proposant à divers journaux des rubriques et des problèmes d'échecs. Bien qu'étant un joueur d'échecs moyen, Sam Loyd a composé des centaines de problèmes d'échecs, certains avec une bonne dose d'humour et de fantaisie.

À partir de 1870, Sam Loyd se désintéresse des échecs et se lance dans l'invention de casse-tête mathématiques, qu'il diffuse dans les journaux et magazines ainsi que par la publicité. Sam Loyd a fait breveter plusieurs de ses trouvailles comme par exemple le jeu « Teddy et les lions » où, selon la position du disque central, on peut voir sept chasseurs et sept lions ou bien six chasseurs et huit lions.



Mais le jeu le plus célèbre, popularisé par Loyd, est sans conteste le Taquin (14-15 puzzle) commercialisé en 1873.



Ce casse-tête est constitué de quinze petits carrés pouvant coulisser dans un cadre de 4 cases sur 4, la case vide permettant les mouvements. Il est encore aujourd'hui dans toutes les ludothèques et un beau sujet d'étude pour tout étudiant. Après la mort de son père, Samuel Loyd Junior publiera *Cyclopedia of puzzles*², recueil de plus de 5000 casse-tête créés par son père.

Plus jeune que Loyd de seize ans, Henri Ernest Dudeney nourrit la même passion que son aîné pour le jeu d'échecs et pour les énigmes à ressort mathématique. Il commence très tôt à proposer ses créations à plusieurs magazines anglais. À partir de 1890, Dudeney collabore avec Sam Loyd pour le magazine anglais *Tit-Bits*. Par la suite, Dudeney et Sam Loyd décident d'échanger leurs énigmes qu'ils proposaient à des journaux différents, ce qui explique que l'on retrouve parfois des énigmes identiques chez les deux auteurs sans savoir qui en est le véritable créateur. Mais Dudeney finit par s'offusquer du fait que Sam Loyd ne le cite pas toujours comme étant l'inventeur de certains jeux dans les livres qu'il publie.

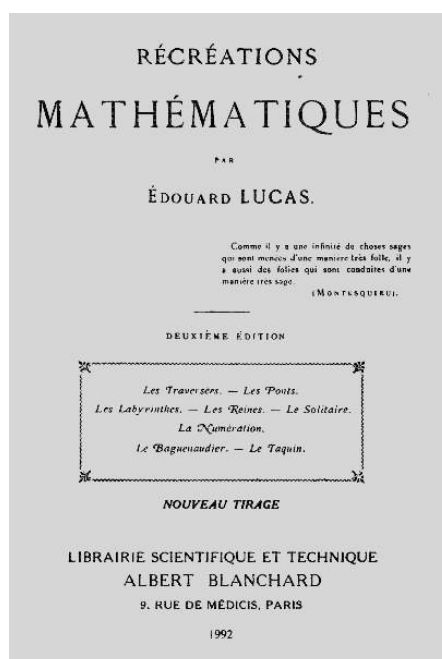
Si Sam Loyd possède d'incontestables dons de mise en scène des énigmes qu'il crée, Dudeney est davantage mathématicien. Parmi les énigmes créées par Dudeney,

² Le texte intégral de *Cyclopedia of puzzles* peut être téléchargé au format pdf sur <http://www.mathpuzzle.com/downloads/>

on peut citer le premier cryptarithme : $SEND + MORE = MONEY$, message adressé à son éditeur et opération codée où chaque lettre remplace un chiffre (deux lettres différentes remplaçant toujours deux chiffres différents et deux chiffres différents étant toujours remplacés par deux lettres différentes).

Une autre invention de Dudeney est un « puzzle articulé » où un triangle équilatéral formé de quatre morceaux articulés entre eux peut se réarranger en un carré. Dudeney présenta ce découpage de son invention à la Royal Society de Londres en 1905. Les recueils de problèmes publiés par Dudeney sont : *The Canterbury Puzzles* (1907), *Amusements in Mathematics* (1917), *Modern Puzzles* (1926) et *Puzzles and Curious Problems* (1931), publié après sa mort.

Quittons le monde anglophone, pour évoquer Édouard Lucas (1842 - 1991), grand mathématicien français de la fin du XIX^e siècle dont l'apport aux mathématiques se situe principalement en théorie des nombres, notamment dans l'étude des nombres premiers. Un test de primalité porte le nom de « test de Lucas-Lehmer » parce qu'il n'a été complètement justifié qu'en 1930 par Derrick Lehmer. Mais Lucas est aussi un pionnier de la popularisation des mathématiques par le jeu ; les quatre tomes de ses *Récréations Mathématiques* et son *Arithmétique Amusante* constituent une véritable encyclopédie des récréations mathématiques, mine inépuisable pour tout amateur de jeux et énigmes, bible pour tous les créateurs de championnat, rallye ou tournoi mathématique. Si aujourd'hui Lucas fait figure de précurseur c'est parce qu'il pensait que chaque notion mathématique peut être présentée aux jeunes et au grand public sous la forme d'un jeu ou d'une énigme. De ses livres, il dit : « *si ces pages inspirent à quelques jeunes intelligences le goût du raisonnement et le désir des jouissances abstraites, alors je serai satisfait* ».



Seuls les deux premiers tomes des Récréations de Lucas ont paru de son vivant. Décédé prématurément en 1891 à la suite d'une infection, Édouard Lucas ne verra pas la publication des deux derniers tomes, réalisée par ses amis à partir des notes qu'il a laissées. Il en est de même pour *L'Arithmétique Amusante*, éditée à partir d'un projet de livre retrouvé chez Lucas.

Les jeux étudiés par Lucas sont pour la plupart des jeux connus, pour lesquels il existe des raisonnements susceptibles de conduire à une résolution complète. On peut citer les labyrinthes, les taquins, le jeu de caméléon, le baguenaudier,... Mais le plus célèbre des jeux popularisés par Édouard Lucas reste *Les Tours de Hanoï*, dont il est par ailleurs l'inventeur. Ce jeu conçu pour expliquer la numération binaire est présenté par Lucas, lui-même, ainsi : « *Un de nos amis, le professeur N. Claus (de Siam) mandarin du collège de Li-Sou-Stian, a publié, à la fin de l'année dernière, un jeu inédit qu'il a appelé la Tour d'Hanoï, véritable casse-tête annamite qu'il n'a pas rapporté du Tonkin, quoi qu'en dise le prospectus. Cette tour se compose d'étages superposés et décroissants, en nombre variable, représentés par huit pions en bois percés à leur centre, enfilés dans l'un des trois clous fixés sur une tablette. Le jeu consiste à déplacer la tour en enfilant les pions sur un des deux autres clous et en ne déplaçant qu'un seul étage à la fois, mais avec défense expresse de poser un étage sur un étage plus petit. Le jeu est toujours possible et demande deux fois plus de temps chaque fois que l'on ajoute un étage à la tour ...* » .

Le nom prétendu de l'inventeur du jeu, *N. Claus de Siam*, mandarin de *Li-Sou-Stian* est tout simplement l'anagramme de « *Lucas d'Amiens, professeur au lycée Saint-Louis* ». Lucas aimait agrémenter ses récréations de pointes d'humour. Selon Lucas, *N. Claus de Siam* préparait la publication des écrits du mandarin *Fer-Fer Tam-Tam* (Lucas avait fondé le projet de publier les œuvres de *Fermat*). Il rapporte également la légende d'une tour de Hanoï située à Bénarès et comportant soixante-quatre disques. Lorsque les $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ mouvements nécessaires au transport des soixante-quatre disques auront été effectués, « *les brahmes tomberont et ce sera la fin du monde!* » .

Enfin puisqu'il fallait que cette promenade à travers les siècles s'achève, nous avons choisi de vous parler de Martin Gardner. Gardner est né le 21 octobre 1914 à Tulsa en Oklahoma aux USA et est décédé tout récemment en mai dernier. Il suit les cours de l'université de Chicago où il obtient une licence de philosophie, mais pas sa maîtrise. Sa prodigieuse culture générale est le résultat de ses innombrables lectures et de ses infatigables recherches en bibliothèque. Martin Gardner adulte sera le champion des jeux mathématiques et des mathématiques amusantes. En un sens, il a popularisé ce genre en lui donnant ses lettres de noblesse. Il faut dire qu'à l'époque de sa jeunesse, il y avait bien eu les précurseurs que nous venons de quitter le génial Lucas, Loyd, Dudeney... mais les livres sur le sujet étaient rares. La popularité de Martin Gardner est essentiellement due à sa rubrique *Mathematical Games* du *Scientific American* qui commença en 1956 et s'arrêta en 1982 et fut publiée par *Pour la Science*, à partir de 1977 dans son édition française. En 1983, Gardner fut désigné *écrivain scientifique de l'année* par l'institut Américain de Physique.

Il popularisera de nombreux sujets. On ne peut que faire un choix difficile pour en citer quelques-uns. Les Polyominos sont des figures obtenues en collant des carrés par leurs côtés. Les cubes de Soma lui ont été confiés par le danois Piet Hein, également inventeur du jeu de Hex. Le célèbre jeu de la vie de John Conway

est un jeu de simulation qui devint si populaire qu'à l'époque les rares ordinateurs furent paralysés pendant des semaines, occupés par ce jeu. Les pavages de Roger Penrose, pavages du plan apériodique à partir de deux pièces de base ont trouvé des applications inattendues en cristallographie. N'oublions pas que c'est aussi Martin Gardner qui a fait connaître au grand public l'œuvre du grand artiste Maurits Escher.

Les pavages de Penrose

Roger Penrose est un physicien et mathématicien diplômé de l'université de Cambridge en géométrie algébrique.

Il est né en Angleterre le 8 août 1931, à Colchester (Essex). Professeur à Oxford, il reçoit en 1998 le prix Wolf pour la physique.

Roger Penrose s'est intéressé aux pavages non périodiques du plan. Son intention n'était pas alors d'ouvrir un nouveau champ aux mathématiques ou à la physique mais... de créer un divertissement mathématique ! De fait, ces pavages n'auraient pu rester qu'un joli divertissement si, entre-temps, des chimistes n'avaient étudié des cristaux possédant une quasi-symétrie d'ordre 5 et pour lesquels les pavages de Penrose fournissaient un très bon modèle. Comme quoi, Penrose avait raison quand il disait à propos de ses recherches : « *On ne sait jamais quand on perd son temps* » !!

Ces pavages ne sont ni périodiques ni symétriques. Citons une de leurs propriétés : *Si en un point quelconque du pavage, on trace un cercle de centre ce point et de rayon r , il existe une translation de vecteur u dont la norme est inférieure ou égale à $4r$ telles que l'image du cercle C dans cette translation soit un cercle aux motifs superposables au cercle de départ.*

Signalons que le CIJM a créé avec des triangles d'or et d'argent un jeu de pavages du plan – je me souviens de l'intérêt que Don Zagier, mathématicien prodige, a montré pour ce jeu quand il l'a découvert aux 20 ans de Tangente en septembre 2007 !

Tous ces jeux et bien d'autres mériteraient illustrations, prolongements..., il y a donc de quoi alimenter bien des articles !

Puisque, en mathématique, lorsqu'une question est résolue, dix surgissent, le sujet n'est pas épuisé. Puisque les mathématiques se construisent, nous pouvons aider à leur construction dans l'esprit et... le cœur de nos élèves en parlant de la longue histoire des énigmes mathématiques et en proposant devinettes, questions, problèmes et jeux mathématiques. Puisqu'enfin ces textes contribuent à faire changer l'image de mathématiques austères auprès d'un large public, donnons largement rendez-vous aux jeux mathématiques pour susciter étonnement, curiosité, envie de chercher !