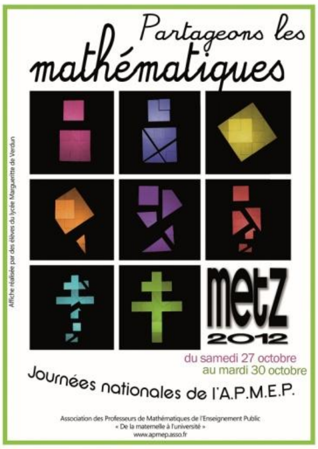


JOURNÉES NATIONALES A.P.M.E.P.
METZ
27-30 octobre 2012

Atelier P3-16

ABOLITION DES FRONTIÈRES ENTRE QUATRE RÉVOLUTIONS

Marcel DUMONT[1]

Descriptif de l'atelier paru dans le BGV 165 :

Abolition des frontières entre plusieurs révolutions
* Révolution numérique : codage binaire sans zéro et applications.
* Révolution sociale : ségrégation anti-démocratique entre intellectuel et manuel, chercheur et non-chercheur.
* Révolution pédagogique : suppression de l'esclavagisme mental et liberté de penser.
* Révolution mathématique : la rigueur est une nécessité, mais elle n'est pas suffisante ; une démonstration prouve sans parfois expliquer.

Voir : http://partiralaventure.over-blog.com/
Les participants devront apporter du papier quadrillé.

Avertissement

Le libellé du thème n'est pas une provocation destinée à un milieu conservateur.
C'est seulement la description, maladroite, de faits actuels.

Quelques remarques préliminaires pour préparer ces révolutions pacifiques

L'histoire nous montre que la plupart des civilisations disparaissent à cause de trois facteurs essentiels : les croyances, les certitudes et les habitudes. Ces trois facteurs évidemment ne sont pas indépendants ; ils sont liés par un ciment exceptionnel que je résume en un seul mot : l'absolutisme.
Quand tous les pouvoirs sont concentrés entre les mains d'un seul, alors la fin est proche ; car le pouvoir déforme celui qui l'exerce comme il déforme ceux qui le subissent. C'est pourquoi il est fondamental d'alterner souvent.

La seconde remarque concerne une qualité exceptionnelle caractérisant tous les êtres humains et sans doute une bonne partie des êtres vivants : c'est la curiosité. Il suffit d'observer le regard d'un jeune enfant avant même l'apparition du langage, pour deviner les questions « Pourquoi ? ». Un être humain qui a perdu sa curiosité originelle n'est plus qu'un robot « copiant, collant ; écoutant, répétant »

1 Professeur de lycée, retraité. antoine-marceldumont24@orange.fr

Une révolution sociale :

A partir du moment où les individus d'une catégorie socio-professionnelle sont appelés « chercheurs » alors les autres, sous-entendu les « non-chercheurs », deviennent une sous-espèce : celle de ceux qui ne se posent plus de questions. Certains domaines nécessitent des matériels hors de portée d'un simple individu. Mais d'autres domaines sont accessibles à quiconque qui a conservé sa curiosité : en mathématiques par exemple.
Il suffirait d'appeler les premiers des spécialistes, les autres devenant des généralistes, spécialité tout aussi importante que les autres.

Une révolution pédagogique :

Abolition de l'esclavagisme mental.
Deux mots d'ordre caractérisent cette situation : Apprends, Répète.
L'obéissance mentale n'est pas un facteur d'épanouissement de l'intelligence.
L'argument principal est qu'il s'agit des connaissances de base : Lire, Ecrire, Compter ; cette dernière laissée un peu dans l'ombre des deux premières.
Pour l'essentiel, ce sont des techniques datant de la nuit des temps. On confond l'apprentissage par cœur et une familiarisation avec un contexte qui donne l'envie de jongler avec les lettres, les mots, les chiffres, les nombres.
Où est la liberté de créer, d'imaginer, d'inventer de nouvelles techniques, de nouveaux codages, de nouveaux moyens d'expression ?
Le seul espace de semi-liberté est celui des jeux géométriques : constructions puzzles, devinettes, etc. avec parfois une petite ouverture vers des espaces plus larges !

Ceci nous entraine vers une révolution mathématique :

L'histoire du Moyen-âge a montré que pendant des siècles, l'enseignement donné à la Sorbonne était trop exclusivement bloqué sur la logique aristotélicienne et les syllogismes. Peu à peu les savants se sont libérés de ces exigences verbales et sont partis vers l'époque des découvertes.
Depuis deux ou trois siècles, avec la naissance de l'analyse infinitésimale, les exigences de rigueur sont réapparues ; au point que les Mathématiques sont devenues une Science des techniques de démonstration. Certes, il est fondamental de fournir des preuves irréfutables. Mais des preuves de quoi ? C'est ce « quoi » qui conditionne les progrès de l'humanité.

Deux exemples :
Il a fallu quatre siècles puis dix années d'efforts à Wiles pour démontrer le fameux grand théorème de Fermat, avec pourtant une lacune qu'il a comblée l'année suivante avec l'aide de son étudiant et d'outils mathématiques sophistiqués. Croyez-vous vraiment que Fermat connaissait les fonctions elliptiques et autres outils pour annoncer sans preuves publiques son grand théorème ? Il avait certainement des visions, des codages, des représentations que nous n'avons pas trouvées.

Le deuxième exemple est personnel ; veuillez m'en excuser : il s'agit des coefficients binomiaux, c'est à dire les coefficients qui interviennent quand on calcule les puissances d'un binôme, ou plus généralement quand on calcule le nombre de listes de réponses comportant par exemple 3 OUI et 2 NON à un questionnaire comportant 5 questions. Ces coefficients sont représentés dans le fameux triangle de Pascal, triangle qui est obtenu à partir de l'arbre dichotomique quand l'ordre des questions n'a pas d'importance.

Mais il faut rendre à César… Pascal a redécouvert ces coefficients que les Chinois connaissaient bien avant lui. C'est pourquoi j'appelle Rectangle Chinois le tableau obtenu par cumuls des lignes à partir du début.
1ère ligne : une ligne de 1
2e ligne : ligne des entiers naturels
3e ligne : ligne des nombres triangulaires
4e ligne : ligne des nombres pyramidaux
etc. etc.

Les coefficients apparaissent suivant les diagonales.
1, 1 puis 1, 2, 1 puis 1, 3, 3, 1 puis 1 ,4, 6 , 4, 1 etc.

Pourquoi les deux sources, questionnaire dichotomique commutatif et cumul des lignes du tableau donnent-elles le même résultat (en pivotant de 45 degrés le Rectangle Chinois devient le Triangle de Pascal) ? Parce que dans les deux cas on aboutit à la même relation de récurrence :
$C(a,b) = C(a\text{-}1,b) + C(a,b\text{-}1)$ où a et b sont les coordonnées du nœud du tableau
$C(n,a) = C(n\text{-}1,a) + C(n\text{-}1, a\text{-}1)$ où n est le nombre de questions et a est le nombre de oui dans chaque liste de réponses ou bien encore $C(n,a)$ est le nombre de sous-ensembles ayant a éléments dans un ensemble à n éléments.
Il suffit d'observer sur le rectangle que dans chaque diagonale la somme des coordonnées est constante, $n = a+b = (a+1) + (b\text{-}1) = (a+2)+(b\text{-}2)$ = etc. , pour conclure que les deux relations sont identiques au codage près, avec interprétation différente chacune ayant ses avantages et ses inconvénients.
La formule permettant de calculer un coefficient est plus facile à retenir avec les coordonnées du rectangle : $C(a,b) = \text{Fact}(a+b) / [\text{Fact}(a)*\text{Fact}(b)]$, (Fact($a$) signifiant le produit de tous les entiers consécutifs de 1 jusqu'à a)
Pour l'obtenir, il suffit d'observer les hypercubes suspendus à chaque niveau de l'arbre dichotomique :
1er niveau flèche à gauche, flèche à droite, on relie les 2 points d'où un segment
2e niveau : segment à gauche, segment à droite, on relie les extrémités par 2 arêtes parallèles d'où un parallélogramme,
3e niveau parallélogramme à gauche puis à droite, on relie les sommets correspondants par des arêtes parallèles d'où un parallélépipède (appelons le un cube),
4e niveau : cube à gauche, cube à droite, on relie les sommets correspondants par des arêtes parallèles d'où hypercube à 4 dimensions,
5e niveau : hypercube à gauche puis à droite, on relie, d'où hypercube à 5 dimensions,
etc. ,etc.

Traditionnellement on représente un hypercube à 4 dimensions par 2 cubes concentriques, homothétiques, ce qui est stupide car on ne peut pas généraliser ; la 4e dimension est représentée par des diagonales concourantes.
Quant à la formule, inutile de la démontrer par un calcul. Il suffit d'observer les chemins sur un hypercube qu'on appelle parfois simplexes.
La commutativité des questions provoque la commutativité des branches de l'arbre et sa transformation en réseau à 2 dimensions. Les 2 hypercubes à un niveau donné se superposent partiellement, décalés d'un cran, pour donner un seul hypercube ayant une dimension supplémentaire.
A chaque niveau du triangle de Pascal l'hypercube est aplati ; le coefficient correspondant à un point est donc la somme des sommets de l'hypercube qui se sont superposés dans l'aplatissement :
Redéployons l'hypercube, par exemple de dimension 5.
Pour aller de l'extrémité gauche à celle de droite il y a 5*4*3*2*1 itinéraires soit Fact(5)
Pour compter combien de points sont superposés au point de coordonnées (3,2), prenons en un, M par exemple ; M est relié à l'extrémité gauche par un hypercube de dimension 3 et à l'extrémité droite par un hypercube de dimension 2. Pour aller de gauche à droite, en passant par M il y a donc Fact(3)*Fact(2) itinéraires.
Le nombre total d'itinéraires divisé par le nombre de ceux qui passent par M donne le nombre de points confondus avec M (en veillant à ne pas en omettre ni à compter 2 fois le même).

Venons en maintenant à cet à cet exemple de simili-rigueur.
Le Département de Mathématiques d'une grande Université a publié, une série de fiches pour ses étudiants, dont l'une à propos des coefficients binomiaux. Trois pages de calculs formels aboutissent aux corollaires suivants :
La condition nécessaire et suffisante pour que le coefficient $C(n,a)$ soit impair est que n soit un nombre de Mersenne ;
la condition nécessaire et suffisante pour que le coefficient $C(n,a)$ soit pair est que n soit une puissance de 2.
Ces affirmations sont fausses : ces tests sont suffisants mais ne sont pas nécessaires.

Contre-exemples C(37,33) est impair alors que 37 n’est pas un Mersenne !
C(18,13) est pair alors que 18 n’est pas une puissance de 2.
On peut ainsi fournir une infinité de contre exemples.
Le test nécessaire et suffisant s’exprime difficilement avec la base dix et l’interprétation usuelle :
On revient au rectangle chinois avec les 2 coordonnées de chaque coefficient *a* et *b* (ci- dessus n était la somme *a*+*b*.
Pour que C(*a*,*b*) soit impair, il faut et il suffit que les 2 mots binaires *a* et *b* soient disjoints, c’est à dire n’aient pas de puissance de 2 commune ;
et sa négation : pour que C(*a*,*b*) soit pair il faut et il suffit que les 2 mots binaires *a* et *b* aient au moins une puissance de 2 en commun.
On peut trouver facilement une démonstration géométrique en observant le Rectangle fractal et la construction des nombres en base 2.
Mais cette démonstration ne fournit pas la cause essentielle. Pourquoi un tel test ?
La révolution numérique nous fournira entre autre un outil d’analyse et surtout une fenêtre ouverte sur un univers fabuleux.

Une révolution numérique :

Dans la nuit des temps, l’homme des cavernes a sans doute commencé par distinguer l’unité un : un ours à l’entrée de la caverne ; puis deux, deux ours à l’entrée ; puis plus de deux, plusieurs ou beaucoup sans trop savoir où est la frontière entre ces dernières expressions.
Certaines langues, actuellement, distinguent encore le pluriel pour deux (duel) et le pluriel pour plus de deux. Suit alors une longue période où l’on égrène les unités une par une : cailloux, cycles des nuits, des révolutions des astres, et finalement les doigts des mains. Encore maintenant la plupart des gens comptent 1+1+1+1….quand il n’y en a pas trop.

Pour aller plus vite on invente une multitude de codages et systèmes variés. Ce qu’il en reste maintenant, c’est le poids des civilisations et des habitudes, où la raison n’a pas toujours gain de cause.
Grosso modo, les connaissances dites de base se limitent à deux opérations binaires : addition et multiplication. Une opération binaire comporte 2 variables d’entrée et 1 variable de sortie.
Parfois on bloque l‘une des deux variables d’entrée qui devient alors une constante. On a alors une fonction à une variable qu’on peut composer avec elle-même, c’est-à-dire itérer, c’est à dire répéter sur le résultat d’avant.
Qu’est-ce qu’une constante ? une variable qu’on a bloquée ;
Une variable ? une constante qu’on a débloquée ;
un paramètre ? les deux ! une constante qu’on peut débloquer à volonté.
Ceci n’est pas qu’un simple jeu de mots. C’est la preuve qu’en Mathématiques comme ailleurs, l’expérimentateur avec ses propres moyens de perceptions ou d’autres et sa volonté fait partie de l’expérience qu’il observe.

Si on utilise le nombre d’itérations comme variable d’une nouvelle opération, alors on ouvre la porte sur une échelle d’opérations fantastiques (cf. GIGACALCUL dans « La mémoire des nombres », IREM de Caen[2])
Si on applique ceci à la multiplication, on part de 1 avec un multiplicateur constant, 3 par exemple, on obtient une 3ème opération, qui n’a pas de nom ni de signe. Il a bien fallu un signe pour les machines : on écrit 3^5 = 3*3*3*3*3 = 243
Si on bloque chacune des 3 variables on obtient 3 fonctions et leurs inverses sont 6 fonctions dont 2 sont rarement utilisées. Mais les 4 autres le sont avec des vocabulaires hérités de l’histoire :
base = racine
exposant = logarithme = indice
puissance = exponentielle suivant la fonction utilisée

[2] *La Mémoire des nombres*, actes du Xème Colloque inter-IREM d’Épistémologie et d’Histoire des Mathématiques (Cherbourg, 17-28 mai 1994). Caen : IREM de Basse-Normandie, 1997

Comment voulez-vous qu'un enfant et même un adulte s'y retrouve quand vous dites 3 puissance 5 ? 5 est l'exposant et non la puissance ; appelons cette 3^{e} opération : « potention » et le signe ^ : cap ,restera le codage informatique .

Revenons à l'axe usuel des entiers relatifs : … -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 …
avec son générateur +1 de gauche à droite et son inverse -1.
Il est évident que si vous repérez les dates et les températures avec cet axe, on demandera : qu'est-ce qu'il y avait avant le Big-Bang ? y a-t-il des températures inférieures au 0 absolu ?

Remplaçons-le par un générateur beaucoup plus rapide : doubler vers la droite et son inverse dédoubler vers la gauche. On obtient l'axe « bimal », des puissances de 2 :
… 1/32 1/16 1/8 1/4 1/2 1 2 4 8 16 32 …
Cette fois le 0 précédent est rejeté au bout de la ligne à gauche, mais il n'y a pas de bout.

Pour simplifier nous coderons les puissances de 2 uniquement par leur exposant, sauf que pour les exposants négatifs, j'utiliserai le soulignement : … $\underline{5\ \ 4\ \ 3\ \ 2\ \ \ 1}$ 0 1 2 3 4 5 … ; cette fois, le 0 signifie 1.

Nous avons alors toutes les briques pour obtenir tous les nombres sauf les négatifs.
Tout entier est représenté par un sous-ensemble fini de puissances de 2 supérieures à 1 ; exemple : (0, 3, 5) = 1+8+32 = 41
Tout rationnel bimal, c'est à dire n'ayant au dénominateur que des puissances de 2, correspond à un sous-ensemble fini quelconque de l'axe bimal ; tout rationnel est représenté par une suite périodique infinie à gauche (les séparateurs entre périodes sont constants, exemple : l'inverse du nombre de Mersenne M9, c'est à dire 2^9-1, soit 511, est … $\underline{36\ \ 27\ \ 18\ \ 9}$ (attention : $\underline{18}$ signifie ½^18).

La propriété fondamentale, que j'appelle « réduction », joue un rôle important dans les calculs :
(5) + (5) = (6), (n) + (n) = (n+1) car 2 fois la même puissance donne évidemment la puissance immédiatement supérieure. Ainsi (0) + (0) = (1). Mais attention : $\underline{(5)}$ + ($\underline{5}$) = ($\underline{4}$).

Ceci nous permet d'obtenir rapidement des réductions généralisées et l'inverse des réductions que j'appelle « développements » pour une factorisation non évidente.
Exemple :
(7, 9, 11) =(7)*(0, 2, 4) = (7)*(0, 1, 1, 2, 2, 3) = (7)*(0, 1, 2, 2, 3) = (7)*(0, 1 ,2)*(0, 1).

Toute multiplication ou division par une puissance de 2 se traduit par une translation sur l'axe bimal. Cette translation respecte un invariant : le différentiel.
Exemple : la partie différentielle de (7, 9, 11) est (d2, 2) ; c'est aussi celle de (0, 2, 4).

Analysons l'arbre dichotomique avec l'algorithme du crabe[3].
Usuellement, on construit un arbre exponentiel en commençant soit par le haut soit par le bas. Ici nous le construisons par le côté, d'où son nom.

1		3		5		7		9		11		13		15		17		19		…			
	2				6				10				14				18				…		
			4								12								20			…	
							8																24
															16								

Les puissances de 2 sont sur la branche extérieure. Les impairs sont tous sur la même ligne. On épuise une branche avant de passer à la ligne suivante.

[3] Voir aussi : http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/JNG_VA26.pdf

La 2^e ligne est faite des produits des impairs par 2 ; la 3^e ligne est faite des produits des impairs par 4 ; la 4^e ligne est faite des produits des impairs par 8 ; etc.

Ceci nous montre que les entiers les plus importants ce sont les impairs. Les pairs ne sont que des reproductions des impairs.
Chaque puissance de 2 correspond à un axe de symétrie partielle de l'arbre.
Si on applique l'ensemble des entiers sur l'axe bimal, en codant 0 les impairs, on retrouve les symétries partielles et les puissances de 2.
0 1 0 2 0 1 0 3 0 1 0 2 0 1 0 4 0 1 0 2 etc. : axe P2 (puissances de 2) attention : le terme symétrie est ambigu ; si on essaie de généraliser à d'autres bases que 2, l'algorithme ne peut pas s'appliquer aux nœuds de l'arbre mais il s'applique aux intervalles entre les nœuds d'un même niveau. On obtient par exemple en base 3 :
0 0 1 0 0 1 0 0 2 …on répète encore 2 fois la même séquence avant d'ajouter 1 à la puissance de 3. D'où l'axe P3 des puissances de 3.
En base 5 on translate 5 fois la séquence initiale avant d'ajouter 1.

Ceci, en base 2, va nous permettre de comprendre le test de parité des coefficients binomiaux.
Tout d'abord combien y a-t-il de facteurs 2 dans une factorielle ?
Dans un produit les nombres de 2 dans chaque facteur du produit s'ajoutent. Il s'agit donc de cumuler les termes de notre échelle précédente. Nous allons coder N2(p) le nombre de facteurs 2 dans la factorielle d'un nombre p.

1°) p est une puissance de 2 par exemple p = (3) = 8.
Il suffit de cumuler sur l'axe précédent jusqu'à 3 inclus.
1 2 1 3 la somme est 7 = M3 N2(Fact(3)) = M3 c'est à dire le nombre de Mersenne M3
De même pour Fact(4) :
0 1 0 2 0 1 0 3 0 1 0 2 0 1 0 4, donc N2(Fact(4)) = 1+2+1+3+1+2+1+4 = 15 = M4 = (0,1,2,3) etc.
Attention : la factorielle d'une somme n'est pas la somme des factorielles.
Mais si p est une somme de puissances de 2 p = (3,4,5), c'est-à-dire 8 + 16 + 32 = 56, on reconstruit le nombre sur l'axe du crabe P2 dans l'ordre décroissant. On part du début jusqu'à 5 donc en cumulant on a M5 facteurs 2 c'est à dire 31, puis à la suite on va jusqu'à 4 donc M4 facteurs 2, puis à la suite on va jusqu'à 3 inclus donc M3 facteurs2. Nous sommes arrivés sur l'axe au nombre (5) + (4) + (3) = 56, et la factorielle de 56 comporte M5+M4+M3 soit 31+15+7 = 53 facteurs 2.

2°) Une dernière remarque fondamentale pour la suite :
M5 = 2*M4 + 1

3°) Analysons maintenant la formule :
C(*a*,*b*) = Fact(*a*+*b*) / (Fact(*a*)*Fact(*b*)) où *a* et *b* sont les coordonnées du nœud.
Exemple : C((0, 3),(2, 4)). Le numérateur est Fact(0, 2, 3, 4) et N2 = M2 + M3 + M4 = 25 ;
et au dénominateur, nous avons de même M3 + M2 + M4. Cceci parce qu'il n'y a pas de réduction : il y a autant de facteurs 2 au numérateur qu'au dénominateur, donc le coefficient est impair.
Contre-exemple : C((0, 2, 3),(2, 4)). Le numérateur est Fact(0, 2, 2, 3, 4) = Fact(0,5) donc N2 = M5 =31 ;
le dénominateur Fact(0, 2 ,3)*Fact(2, 4), d'où N2 = M2 + M2 + M3 + M4.
Cette fois il y a 3 réductions !
M3 =2 M2 + 1 , M4 = 2 M3 + 1 et M5 = 2 M4 + 1.
Il y a donc 3 facteurs 2 en plus au numérateur qu'au dénominateur.

Ainsi C(13, 20), non seulement est pair, mais il est divisible par 8.

Ainsi dans cet exemple, on découvre et on peut démontrer géométriquement le test de parité sur le rectangle fractal du rectangle chinois, grâce aux coordonnées binaires, sans pour autant connaitre la cause profonde.

Dans l'exemple suivant, c'est l'inverse. Je connais la cause profonde sans avoir une démonstration complète, ce qui ne saurait tarder. Il s'agit de la suite de la suite de Collatz dite aussi suite de Syracuse (cf. Blog « Partiralaventure »[4]).
Tout entier naturel est un mot binaire sur l'axe bimal. La division par 2 ne change pas la structure binaire du mot ; au lieu d'ajouter 1 on ajoute une unité de la puissance minimale.
Multiplier par 3 se traduit par ajouter son double.

Axiome de la Chenille : le mot binaire sur l'axe est comme une chenille sur un fil.
Quand on applique l'opérateur, la tête et la queue de la chenille se déplacent dans le même sens. Si la queue avance plus vite que la tête, alors elle finit par se superposer à la tête. Le nombre est réduit à une seule puissance de 2.

Constatations évidentes :
1) quelle que soit la configuration, la tête ne peut avancer que de 1 ou 2 pas à chaque itération ;
2) par contre, la queue peut avancer d'un nombre quelconque de pas.
Nous avons la cause profonde du phénomène.
Cas le plus favorable : la queue est constituée par une suite de puissances de 4 consécutives.
Exemple : (3, 5 , 7 ,9) multiplié par 3 → (3 ,4 , 5, 6, 7, 8, 9, 10) + (3) =(11) : la queue a avancé de 8 pas, suite de puissances de 2 consécutives.

Cas le plus défavorable : la queue est un Mersenne (puissances de 2 consécutives).
ex (3, 4, 5, 6)*3 → (3 ,5 ,6 , 8) + (3) → (4,5,6,8) : la queue n'a avancé que d'un pas. Mais le Mersenne a raccourci de 1 terme avec projection d'une unité en (8).
En itérant, le Mersenne disparait mais en (8) nous avons une somme de puissances de 3.
Nous avons la cause du phénomène mais pour avoir une démonstration complète il faut analyser les sommes de puissances de 2 consécutives.

L'un des plus grands fléaux est sans doute (ironie de la langue) l'absolutisme. Un exemple : l'idée de toujours tout ramener au séquentiel, logique, ordre total dans le numérique ; par exemple compter le nombre de nombres premiers au bout de n pas. Pourquoi ne pas les compter dans une autre structure ?

Exemple/Si vous utilisez la commutativité du questionnaire, l'arbre exponentiel se transforme en réseau à 2 dimensions. Si vous utilisez l'algorithme du crabe pour parcourir les nœuds de ce réseau, alors on obtient sur la première ligne tous les impairs répartis en classes de mots ayant la même longueur.
(ici tous les entiers sont écrits en CLE)

0	01	012	0123	01234	012345	0123456	…	
	02	013	0124	01235	012346	0123457	…	
	03	023	0134	01245	012356	0123467	…	
	01	014	0234	01345	012456	0123567	…	

etc.

Toutes les autres lignes du réseau sont les produits des impairs par une puissance de 2.
Si on veut retrouver l'ordre total, il suffit de faire appel aux hypercubes suspendus dans l'arbre :

0	01			
	02	012	… H2	
	03	123	0123	… H3 en redoublant sur H4 on a
		023		
	04	024	0134	
		034	0134	
			0234	012345 … H4 … etc.

4 http://partiralaventure.over-blog.com/

Mais où sont donc les nombres premiers ? Il faudra pour eux aussi changer de code, restructurer les sous-groupes résiduels, etc.

Questions naïves :
Pourquoi le nombre de Mersenne M11 est-il composé (M11 = (0124)*(0346)), alors que son voisin M13 est premier ? Idem pour M29 et M31 ? etc.

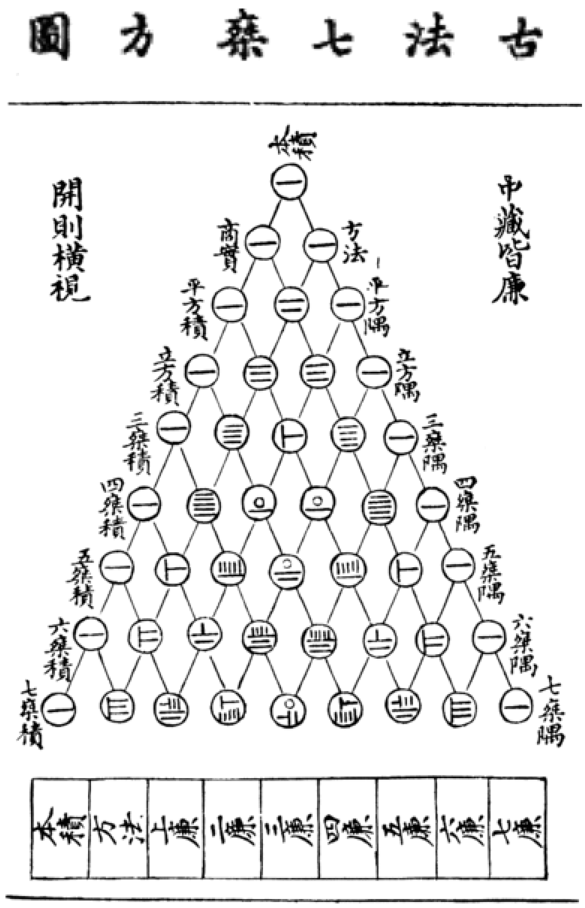
Pourquoi une théorie additive de mesure des durées alors que la notion d'instant n'existe plus, et donc les intervalles sont ouverts et non fermés ?

Pourquoi utiliser une unité de durée constante pour des échelles fantastiquement éloignées ?

Bref, tout est à repenser.

DE L'AUDACE, ENCORE DE L'AUDACE, TOUJOURS DE L'AUDACE ; ça ne gêne que les dictatures !!!

Marcel Dumont, le 28-12-2012



Triangle de Zhu Shi Jie (vers 1300)
Image tirée de http://www.chine-informations.com/guide/triangle-de-pascal_3328.html