

What does PISA really assess? What it doesn't? A French view Part 1

Joint Finnish-French Conference

"L'enseignement des mathématiques : à partir de l'enquête PISA"

"Teaching mathematics: beyond the PISA survey »

Paris 6 - 8 octobre 2005

Antoine Bodin

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

Université of Franche-Comté

- Introduction
 - Scope of the communication
 - The EVAPM observatory
- Relation to the French Math syllabus :
 - of the Pisa math questions
 - of some French assessment settings
- Relation to complexity level analysis :
 - of the Pisa math questions
 - of some French assessment settings
- Some epistemological issues
- Some didactical issues
- Concluding remarks

See complete text on the SMF or on the APMEP website:

In English : *“What does PISA really assess? What it doesn't? A French view.”*

In French : *“Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques.
Ce qui ne l'est pas. Un point de vue français.”*

PISA - Questions of interest

Relevance *not addressed*

Equity *not addressed*

Reliability *not addressed*

Validity

Internal validity *not addressed*

External validity....

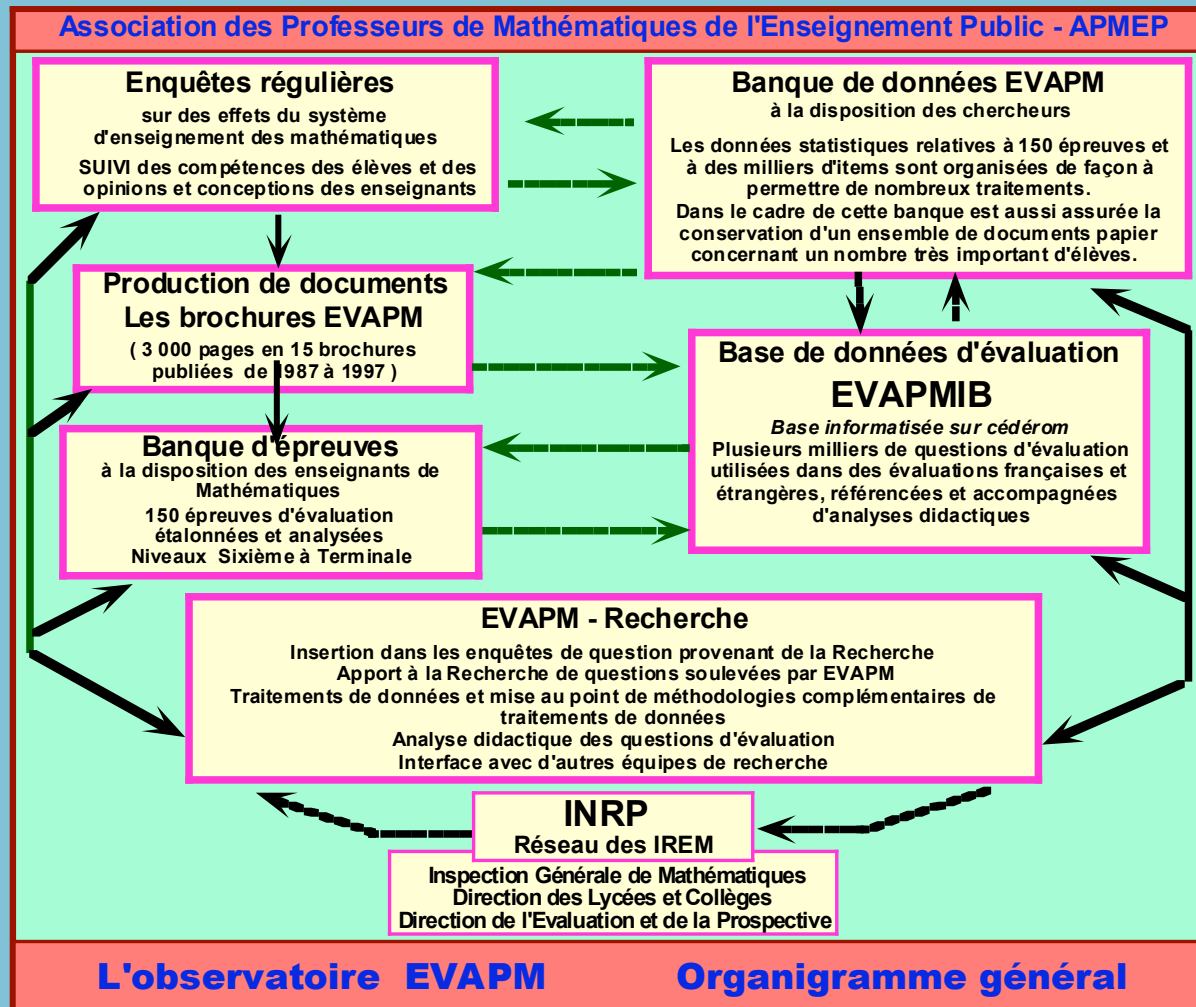
Social validity

Curriculum validity

Epistemological validity

Didactical validity

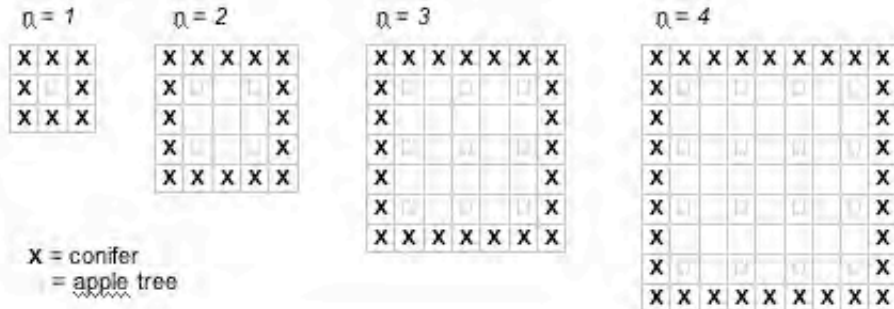
For 20 years: large scale studies
 accross time and school levels : grade 6 to 12
 Some EVAPM studies will be used in this presentation



APPLES

A farmer plants apple trees in a square pattern. In order to protect the trees against the wind he plants conifers all around the orchard.

Here you see a diagram of this situation where you can see the pattern of apple trees and conifers for any number (n) of rows of apple trees:



Example of question with some obvious mathematical content

Question 1: APPLES

M136Q01-01 0

Complete the table:

n	Number of apple trees	Number of conifers
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Question 2: APPLES

M136Q02-00 11 12 13 14 15 99

There are two formulae you can use to calculate the number of apple trees and the number of conifers for the pattern described above:

Number of apple trees = n^2

Number of conifers = $8n$

where n is the number of rows of apple trees.

There is a value of n for which the number of apple trees equals the number of conifers. Find the value of n and show your method of calculating this.

.....

Question 3: APPLES

M136Q03-01 02 11 21 99

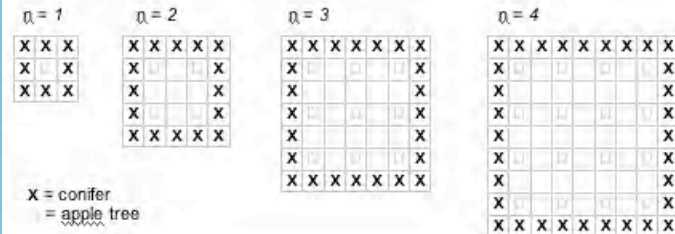
Suppose the farmer wants to make a much larger orchard with many rows of trees. As the farmer makes the orchard bigger, which will increase more quickly: the number of apple trees or the number of conifers? Explain how you found your answer.

.....

.....

A farmer plants apple trees in a square pattern. In order to protect the trees against the wind he plants conifers all around the orchard.

Here you see a diagram of this situation where you can see the pattern of apple trees and conifers for any number (n) of rows of apple trees:



Question 1: APPLES

M136Q01-01 02 11 12 21 99

Complete the table:

n	Number of apple trees	Number of conifers
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Question 2: APPLES

M136Q02-00 11 12 13 14 15 99

There are two formulae you can use to calculate the number of apple trees and the number of conifers for the pattern described above:

$$\text{Number of apple trees} = n^2$$

$$\text{Number of conifers} = 8n$$

where n is the number of rows of apple trees.

There is a value of n for which the number of apple trees equals the number of conifers. Find the value of n and show your method of calculating this.

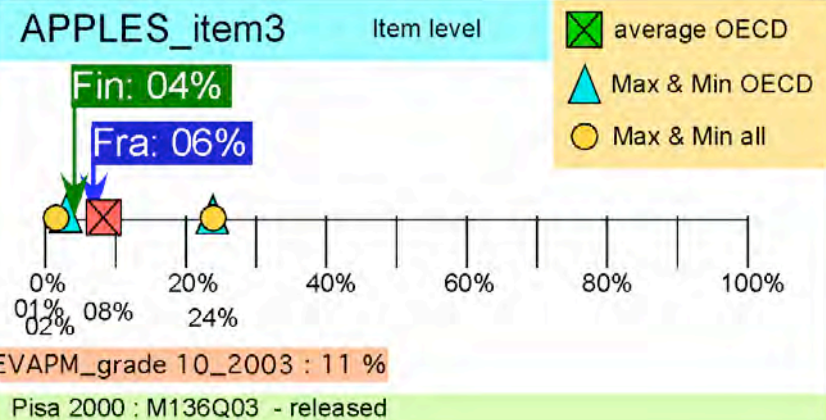
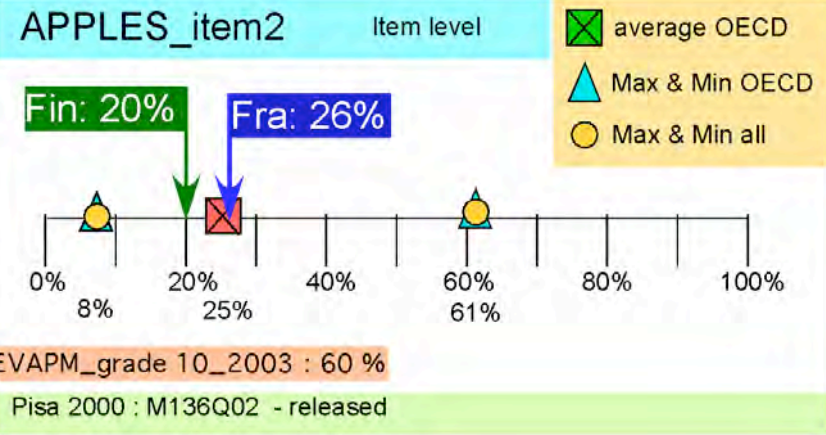
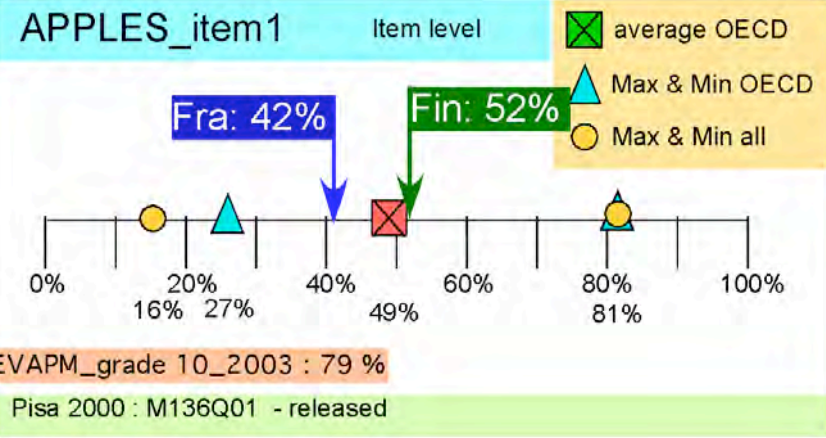
.....
.....

Question 3: APPLES

M136Q03-01 02 11 21 99

Suppose the farmer wants to make a much larger orchard with many rows of trees. As the farmer makes the orchard bigger, which will increase more quickly: the number of apple trees or the number of conifers? Explain how you found your answer.

.....
.....



What does PISA really assess.. in maths?

BOOKSHELVES

Question 1: BOOKSHELVES

M484Q01

To complete one set of bookshelves a carpenter needs the following components:

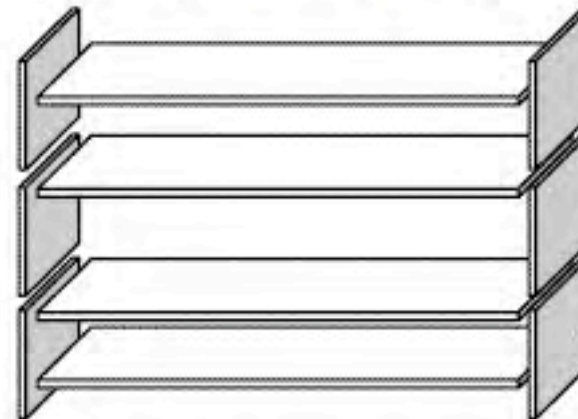
4 long wooden panels,

6 short wooden panels,

12 small clips,

2 large clips and

14 screws.



The carpenter has in stock 26 long wooden panels, 33 short wooden panels, 200 small clips, 20 large clips and 510 screws.

How many sets of bookshelves can the carpenter make?

Answer:

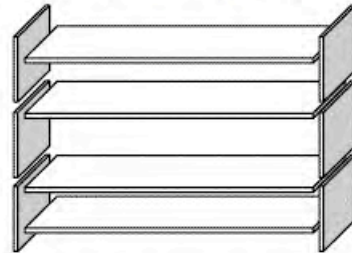
BOOKSHELVES

Question 1: BOOKSHELVES

M484Q01

To complete one set of bookshelves a carpenter needs the following components:

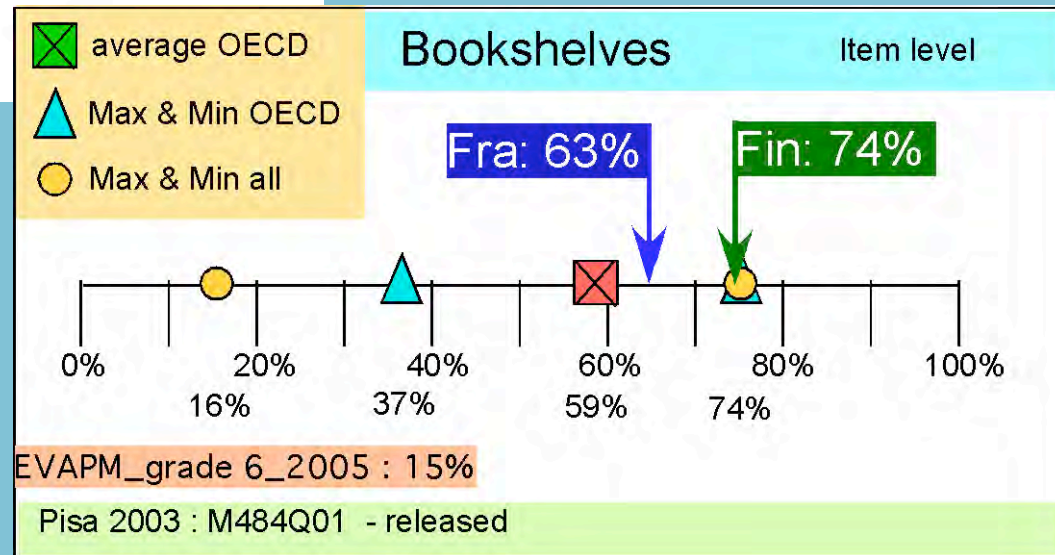
- 4 long wooden panels,
- 6 short wooden panels,
- 12 small clips,
- 2 large clips and
- 14 screws.



The carpenter has in stock 26 long wooden panels, 33 short wooden panels, 200 small clips, 20 large clips and 510 screws.

How many sets of bookshelves can the carpenter make?

Answer:



Relation to the French Math syllabus

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième	Classe de Cinquième	Classe de Quatrième	Classe de Troisième
Configurations, constructions et transformations.	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallélépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles.	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures.	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique.	Écriture décimale et opérations +, -, x. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral.	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques.	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données.	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

PISA Math Questions related to the French Math syllabus 1

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
Configurations, constructions et transformations.	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles.	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures.	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique.	Écriture décimale et opérations +, -, x. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral.	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques.	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données.	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableaux-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

PISA Math Questions related to the French Math syllabus 2

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
Configurations, constructions et transformations.	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles.	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs sur une droite graduée (abscisse et ordonnée) et sur le plan (coordonnées).			Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures.	Périmètre et aire d'un rectangle. Aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallépipède rectangle à partir d'un pavage.			Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique.	Écriture décimale et opérations +, -, x. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral.	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques.	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données.	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableaux-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

PISA Math questions related to the French math syllabus (GRades 6 to 9)

Coverage : $\approx 15\%$

PISA Math Questions related to a typical Math examination for 15 y.o 1

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
Configurations, constructions et transformations.	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle , losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ; proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles.	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures.	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique.	Écriture décimale et opérations +, -, x. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral.	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques.	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données.	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres , diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

What does PISA really assess.. in maths?

PISA Math Questions related to a typical Math examination for 15 y.o 2

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
Configurations, constructions et transformations.	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle , losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ; proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles.	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan	Relation de proportionnalité : représentation graphique.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures.	Périmètre et aire d'un rectangle aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallépipède rectangle à partir d'un pavage.			Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique.	Écriture décimale et opérations , x. Division par un entier : quotient, reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	 nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral.	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques.	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données.	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres , diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

PISA Math questions related to a typical French math exam at Grade 9 (Brevet des collèges – South of France 2005)

Coverage : $\approx 35\%$

What does PISA really assess.. in maths?

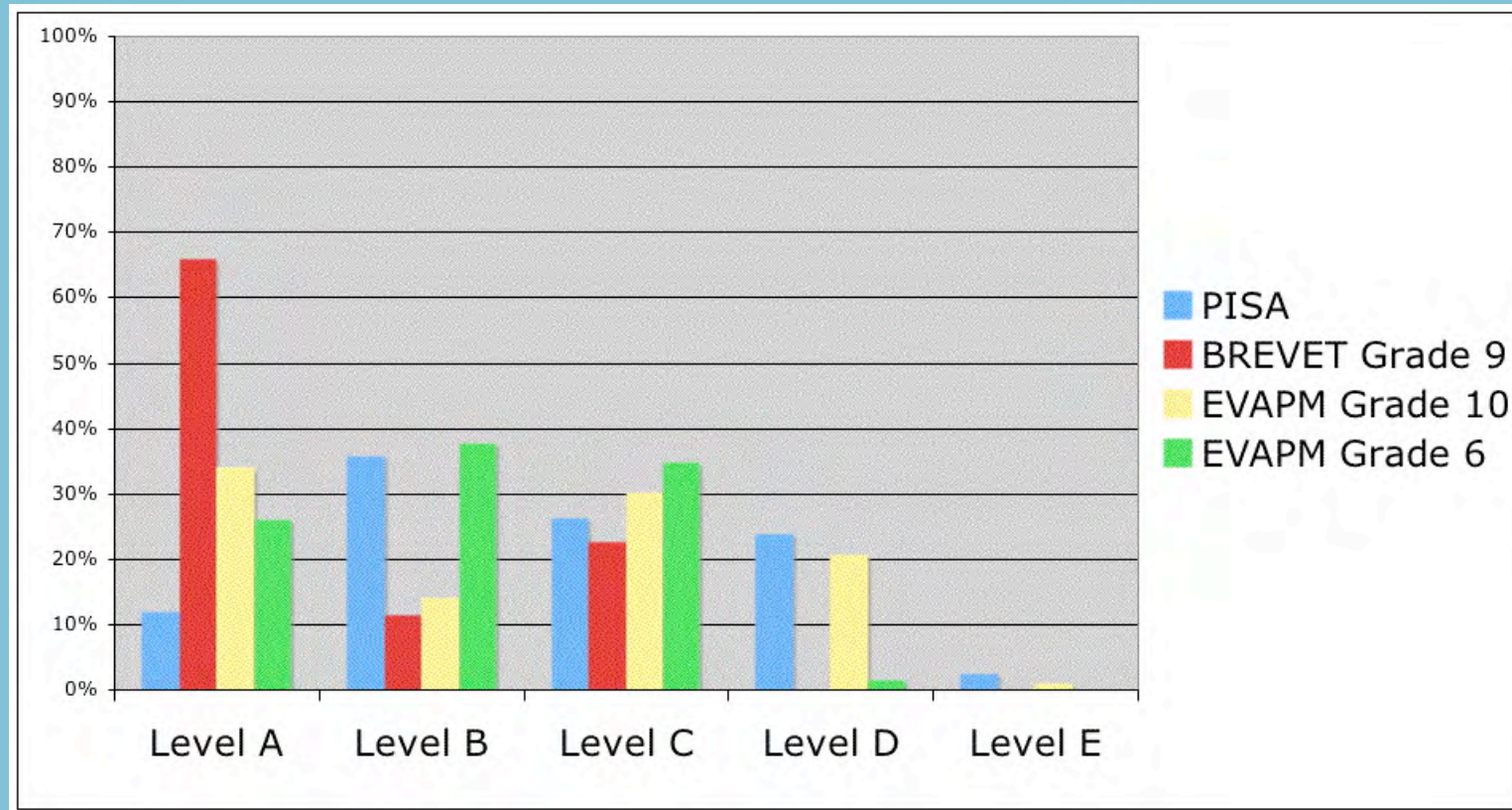
Taxonomy of cognitive demands

for designing and analysing mathematical tasks - ordered by integrated level of complexity
Simplified version - see complete taxonomy on the Web (in French)

Main categories		Sub-categories	
A	Knowing and recognising...	A1	facts
		A2	vocabulary
		A3	tools
		A4	procedures
B	Understanding...	B1	facts
		B2	vocabulary
		B3	tools
		B4	procedures
		B5	relations
		B6	situations
C	Applying...	C1	in simple familiar contexts
		C2	in mean complex familiar contexts
		C3	in complex familiar contexts
D	Creating...	D1	as mobilizing known mathematical tools and procedures in new situations
		D2	new ideas
		D3	personal tools or procedures
E	Evaluating...	E1	as issuing judgements about external productions
		E2	as assessing one's own knowledge, process and results

Taxonomy designed by Antoine Bodin, with full acknowledgment to R. Gras seminal work as well as to W. A. Anderson later influence.

Comparing PISA with French customary assessments: TAXONOMICAL LEVELS



What does PISA really assess.. in maths?

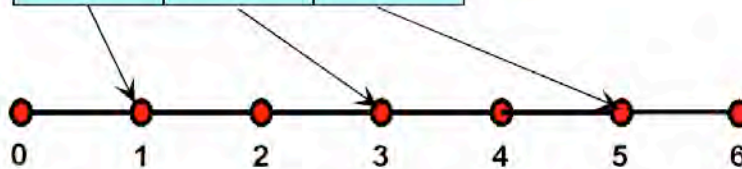
Competency classes

According to PISA - see development in the official framework

Level		OECD definition	
1	Reproduction	The competencies in this cluster essentially involve reproduction of practised knowledge...	Reproduction
2	Connection	The connection cluster builds on the reproduction cluster competencies in taking problem solving to situations that are not simply routine, but still involve familiar or quasi familiar settings	Simple mathematisation
3	Reflection	The competencies in this cluster include an element of reflectiveness ... about the processes needed or used to solve a problem. They relate to student's abilities to plan solution strategies and implement them in problem settings that contain more elements and may be more "original" (or unfamiliar) than those in the connection cluster...	Complex mathematisation

Competencies & Mathematisation

Competency class			Process
1 Reproduction	2 connexions	3 réflexion	
			Thinking and reasoning
			Argumentation
			Communication
			Modelling
			Problem posing and solving
			Representation
			Using symbolic, formal and technical language and operations
			Use of aids and tools



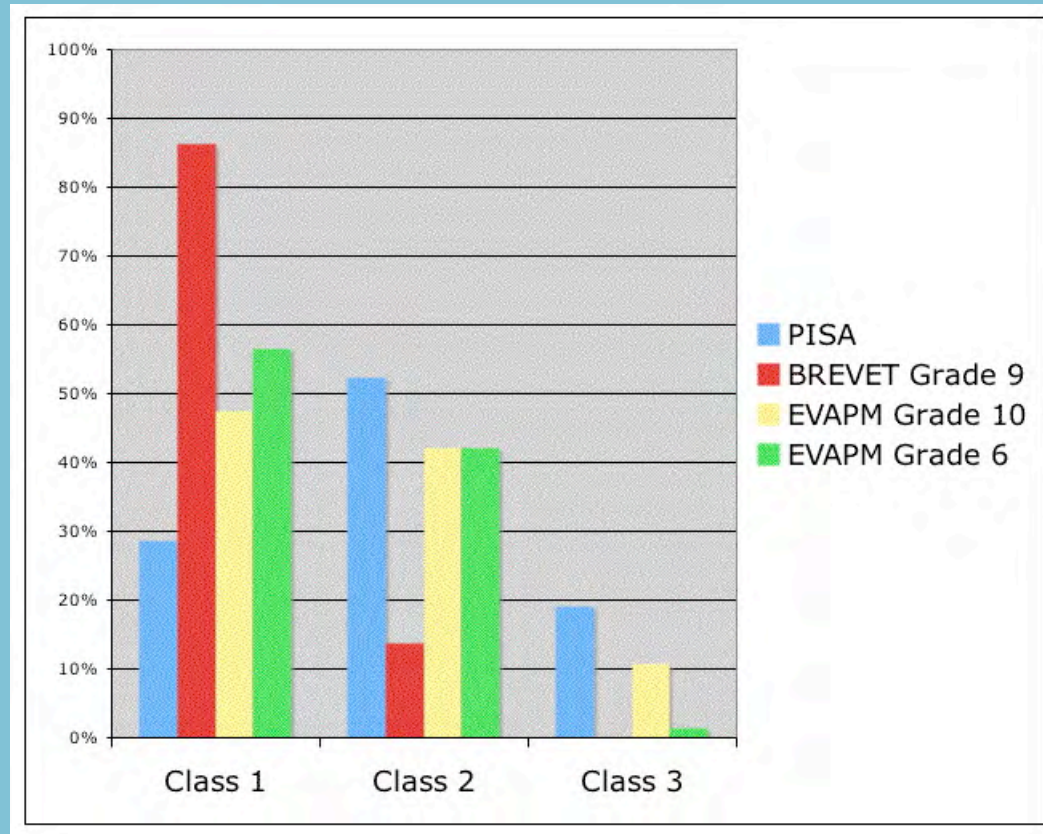
Proficiency scale

Competencies, level of mathematisation and proficiency

Suggestion Antoine Bodin - avril 2001, revue 2005

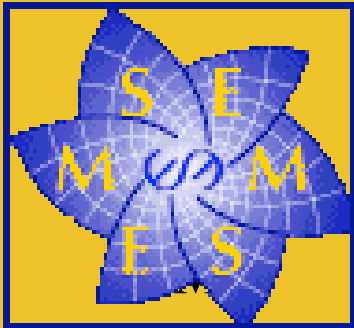
What does PISA really assess.. in maths?

Comparing PISA with French customary assessments: COMPETENCY CLASS



What does PISA really assess.. in maths?

The EMS study



**European Mathematical
Society**

<http://www.emis.de/>

**Committee on
Mathematics Education**

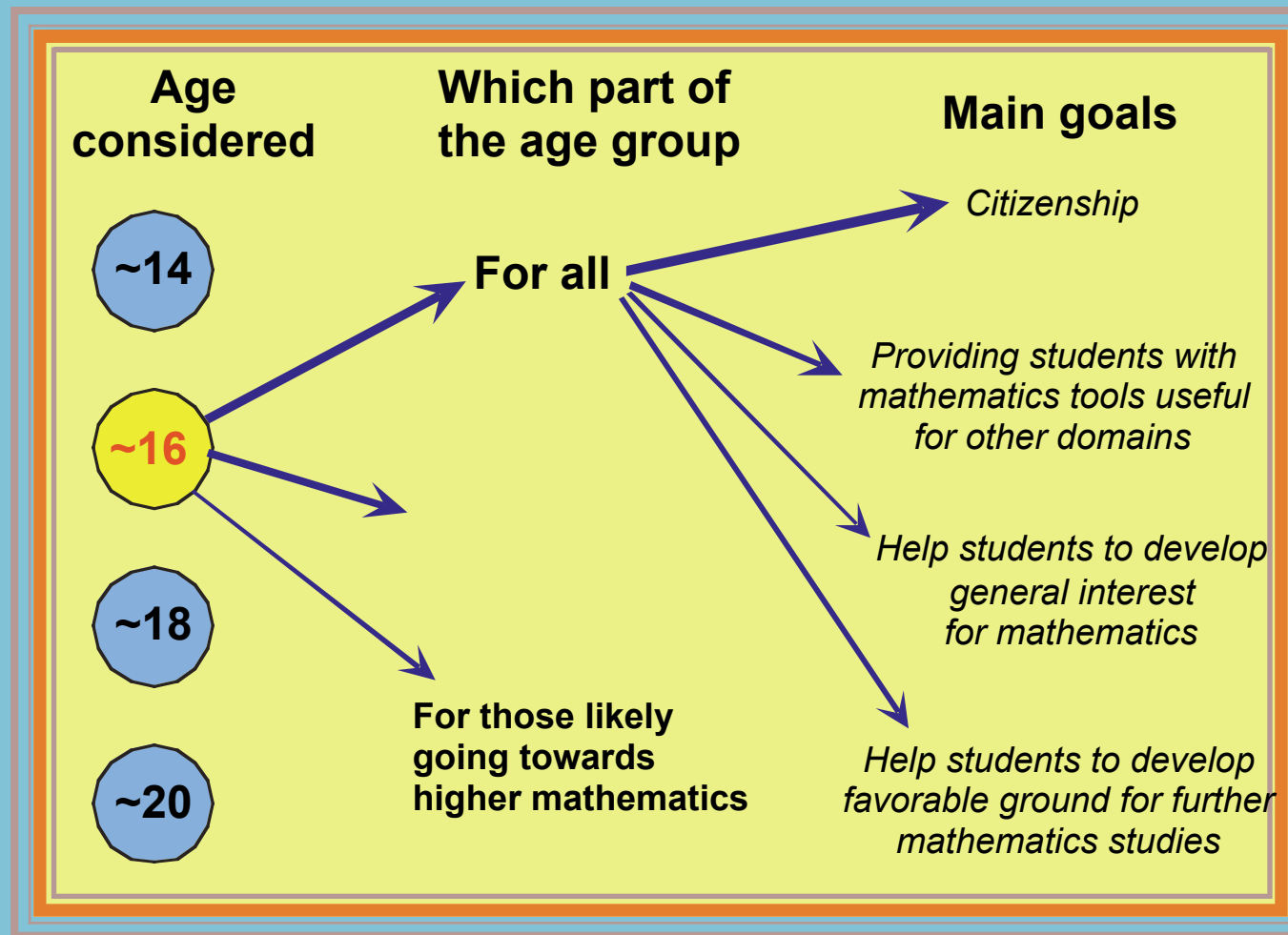
**Reference levels in
School Mathematics Education in Europe
for age 16**

**Niveaux de référence pour l'enseignement
des
mathématiques en Europe à l'âge de 16 ans**

**REFERENCE QUESTIONS
(*"DREAM QUESTIONS"*)**

Antoine Bodin and Vinicio Villani
August, 2001

The EMS study 2...



Références

See references in the joint paper :
What does PISA really assess? What it doesn't?
A French view

On the EMS or the EVAPM Website

Addresses and contacts

APMEP : 26 rue Duméril 75013 PARIS

<http://www.apmep.asso.fr/>

With full access to EVAPM databases

[European Mathematical Society](http://www.emis.de/projects/Ref/)

Reference Levels in School Mathematics Education in Europe

<http://www.emis.de/projects/Ref/>

<http://www-irem.univ-fcomte.fr/INTERNAT.HTM>

IREM – Université de Franche-Comté –
La Bouloie – 25030 BESANCON CEDEX – FRANCE

<http://pegase.univ-fcomte.fr/>

Antoine Bodin : bodin.antoine@nerim.fr , antoinebodin@mac.com