

# plot

BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

## Sommaire du n° 15

### Rencontres

Pascal MONSELLIER - *Existe-t-il une didactique de l'Analyse ?* 3

### Pratique

Jacky COURTOIS - *Avant de choisir une calculatrice* 10

Jean-Claude LEBRETON - *Une pédagogie par objectifs : bilan d'un échec* 15

Michel DARCHE - *Les fonctions de l'enseignant* 18

Michel LABROUSSE - *Courbes et machines en Troisième* 26

### Echanges

Michel LABROUSSE - *Mots Croisés* 9

Pierre CHEVRIER & Serge PARPAY - *Question de degrés* 31

Jean-Louis BON - *Les murs ont la parole* 32

**Abonnement & Agenda** 35

Adresse du journal : IREM, Université 45046 Orléans Cedex

Dépot légal : 2<sup>e</sup> trimestre 1981

Directeur de Publication : Pascal Monsellier

Equipe d'animation : Jacques Borowczyk, Daniel Fredon, Pascal Monsellier

Numéro de Commission Paritaire : 63181

Imprimerie : Centre Régional de Documentation Pédagogique

55, rue N.D. de Recouvrance 45000 Orléans.

Le premier prix est «port compris»  
Le prix entre parenthèses est «port non compris»

## BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

8. Mots I, 1974, 100 p., 14,50 F (10 F).
9. Elem-Math I, 1975, 56 p., 6 F (4 F).
10. Carrés magiques, par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p., 6 F (4 F).
11. Mots II, 1975, 108 p., 14,50 F (10 F).
12. Substitutions et groupe symétrique, par J. Dautrevaux, 1976, 48 p. Epuisé.
13. Mathématique pour la formation d'adultes (CUEEP), par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p., 21,50 F (15 F).
14. A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2ème édition 1976, 220 p., 21 F (15 F).
15. Mots III, 1976, 136 p., 16 F (12 F).
16. Elem-Math II, 1976, 56 p., 8 F (6 F).
17. Hasardons-nous, 1976, 220 p., 31 F (25 F).
19. Elem-Math III, La division à l'école élémentaire, 1977, 100 p., 14 F (10 F).
20. Quelques apports de l'Informatique à l'Enseignement des Mathématiques, 1977, 280 p., 31 F (25 F).
21. Géométrie au premier cycle, tome 1, 1977, 208 p., 31 F (25 F).
22. Géométrie au premier cycle, tome 2, 1978, 328 p., 36 F (30 F).
23. Pavés et bulles, par Françoise Pécaut, 1978, 288 p., 31 F (25 F).
24. Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM), 1978, 120 p., 24 F (20 F).
25. Mots IV, 1978, 152 p., 16 F (12 F).
26. Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire, 1978, 64 p., 13 F (9 F).
27. Pour une mathématique vivante en Seconde, 1979, 128 p., 19 F (15 F).
28. Analyse des données, tome 1, 1980, 248 p., 36 F (30 F).
29. Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Élémentaire, 1979, 192 p., 24 F (18 F).
30. Les manuels scolaires de mathématiques, 1979, 280 p., 36 F (30 F).
31. Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle), 1979, 176 p., 19 F (15 F).
33. Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1, 1979, 248 p., 31,50 F (25 F).
34. Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de 4ème-3ème, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation, 1979, 160 p., 34,50 F (30 F).
35. Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes, 1979, 104 p., 24,50 F (20 F).
36. Elem-Math VI, Le triangle à l'École Élémentaire, 1980, 64 p., 11 F (9 F).
37. Mots V, 1980, 114 p., 18,50 F (14 F).
39. Le renouveau de l'enseignement français des mathématiques, 1980, 152 p. (brochure publicitaire réservée aux Congrès de Mexico et de Berkeley, 1980).
40. Analyse des données, tome 2, 1980, 304 p., 40 F (33 F).

Commandez-les  
à votre  
Régionale  
dont c'est  
une des  
seules  
ressources ...  
(Voir les  
adresses en  
dernière  
page).

MEMBRES  
DE  
L'APMEP  
ne  
commandez  
pas ces  
brochures  
en  
renouvelant  
votre  
adhésion  
nationale !

publicité gratuite

## EXISTE-T-IL UNE DIDACTIQUE DE L'ANALYSE ?

Pascal MONSELLIER

Lycée Benjamin Franklin - ORLEANS

*L'enseignement de l'Analyse est en train de se modifier profondément, comme en témoignent les intentions (sinon la réalité) des nouveaux programmes du Secondaire. Un plaidoyer pour un apprentissage basé plus sur la cohérence de l'activité des élèves que sur la cohérence du discours du maître.*

Les nouveaux projets de programmes du Second Cycle en Mathématiques posent des questions. En ce qui concerne plus spécifiquement l'Analyse<sup>1</sup>, il semble que l'on assiste à un profond renversement de tendance qu'on pourrait résumer, d'une manière assez inexacte d'ailleurs, par une phrase lapidaire du genre :

*« La continuité est morte. Vive le Calcul Numérique ! »*

Si l'on regarde de près les programmes de l'enseignement Secondaire qui étaient en vigueur jusqu'à présent ou, ce qui est assez différent, si l'on regarde les *pratiques* courantes dans les classes de mathématiques, on constate que les gros concepts d'Analyse qui y sont abordés de près ou de loin sont peu nombreux.

*Le corps  $R$*  : étudié dès la 4<sup>e</sup> grâce à des procédés divers [suites décimales illimitées en général] ;

*Les fonctions de  $R$  vers  $R$*  : elles apparaissent en 3<sup>e</sup> [fonctions affines...] Elles se « compliquent » durant tout le Second Cycle ;

*La continuité* : la tarte à la crème de toutes les sections. Etait (Est) étudiée en Première. Semble vouée partiellement aux oubliettes dans les nouveaux programmes ;

*Les limites, la dérivabilité* apparaissent officiellement en Première. On pourra bientôt manipuler des limites de suites dès la Seconde, et parler d'antidérivation (Primitivation) dès la Première ;

*L'intégration* apparaît officiellement en Terminale.

On a l'impression, en se tenant aux apparences, d'une certaine progression dans l'apprentissage, qui sous-tend des hypothèses diverses, du genre :

*« Les concepts d'Analyse sont abordés dans un ordre croissant de difficultés »*

*« Tout concept étudié dans une classe sert à l'étude des concepts étudiés dans les classes ultérieures »*

*« ... etc ».*

### UNE PROGRESSION POUR QUI ?

Cette « progression » dans l'apprentissage des concepts est un leurre. Le hiatus entre les intentions et la réalité est, plus que partout ailleurs, criant en Analyse.

1. Les intentions des programmes, ou plus exactement des livres qui ont sévi jusqu'à présent dans l'enseignement secondaire<sup>2</sup>, considèrent l'Analyse du point de vue du mathématicien. Ayant bien digéré leur Bourbaki de poche, les livres déroulent les idées de la plus « simple » à la plus « compliquée ». Quand on parle de « simplicité », il n'est pas question de tenir compte de ce que peut faire un élève de la classe d'âge considérée ; une idée, est dite plus simple qu'une autre quand, dans un exposé théorique de style universitaire (définition 1.2.5.3, théorème 2.1.8.4. ... etc), elle apparaît à une page d'ordinal inférieur. D'où, par exemple, la hiérarchie suivante,

- 
- (1) Bien qu'on puisse se poser tout autant de questions à propos de la Géométrie par exemple.  
 (2) Les livres qui ne vont pas manquer d'apparaître avec le nouveau programme du Second cycle tomberont-ils dans les mêmes travers ?

que nous connaissons jusqu'à présent :

1. R étant à la base de tout (c'est à dire au début de tout exposé d'Analyse), le concept « R est un corps totalement ordonné » est le plus simple de la progression ;
2. Une fois qu'on a R, on peut parler des fonctions de R vers R ;
3. La « continuité d'une fonction en un point » peut alors se définir et
4. Il suffit de quantifier ( $\forall x \dots$ ), opération bien connue pour sa trivialité, pour que le concept plus « compliqué », de « continuité sur un intervalle » s'obtienne ;
5. On parle alors naturellement de limites, puis de
6. La « dérivabilité en un point » et
7. Avec le même jeu de quantification, de la « dérivabilité sur un intervalle » ;
8. Enfin, pour les élèves sages, on étudie l'« intégration au sens de Riemann », sommet de l'édifice.

Certes, des variantes existent. On n'est pas doctrinaire, que diable. On pourra parler par exemple de limites *avant* de parler de continuité (ah ! cette liberté pédagogique !). L'inspecteur général Riche a même consacré beaucoup d'énergie et de journées de stage pour nous apprendre, il y a quelques années, qu'on pouvait définir la dérivabilité en un point avec seulement la continuité, et sans appel aux limites.

2. La réalité des classes, le travail effectif des élèves et des enseignants, quand on le regarde d'un oeil sans préjugé, est autre. Pour caricaturer, disons que *l'enseignement de l'Analyse tend à évacuer l'Analyse des activités des élèves*. Dès qu'un concept est étudié, on tend à l'« algébriser », à l'« algorithmiser ». C'est ainsi par exemple que :

1. On se débarrasse bien vite des problèmes posés par R. On respire quand on sait que R est un corps, c'est-à-dire que les opérations « marchent » ;
2. La continuité fait souffrir tout le monde. Alors, on apprend bien vite des phrases incantatoires comme « toute fonction polynôme est continue sur R ». Cela calme le professeur au début d'un devoir. Il peut dire « voilà un élève qui a compris la continuité » ;
3. Fuyons bien vite les problèmes de la dérivabilité, et faisons beaucoup d'exercices sur les règles et les formules de dérivation ;
4. Que le cours d'intégration est ennuyeux ! Heureusement, un matin vers 9h surgit la formule magique :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b . \text{ On peut commencer les calculs, l'Analyse est achevée.}$$

Pourquoi ce hiatus entre les intentions et la réalité, entre les rédacteurs de programmes et auteurs-de-manuels-qui-respectent-le-programme-rien-que-le-programme, et ceux qui vivent avec les élèves ? J'avancerai pour ma part deux raisons, l'une nettement polémique, l'autre plus « scientifique ».

#### LES DEUX RAISONS DU HIATUS

1. Raison polémique : *Il n'est pas certain qu'on demande aux professeurs de mathématiques d'enseigner l'Analyse à leurs élèves.*

Il s'agit des objectifs de l'enseignement secondaire et de la place qu'y occupe l'Analyse, à la fois comme outil de calcul et comme outil de réflexion<sup>3</sup>. Pour alimenter cette polémique, je ferai deux remarques :

1. Notre conception des examens est telle qu'il est plus facile d'organiser un Baccalauréat (ou jadis un Brevet) en testant des algorithmes de calcul qu'en testant les acquisitions des concepts d'Analyse. « Etudier et représenter graphiquement ... » est en général un sujet qu'on traite avec des algorithmes. C'est rarement un sujet d'Analyse. Quand le sujet traite d'Analyse (exemple Bac C. Orléans 80), on le découpe en tellement de tranches pour que les élèves parviennent à y faire quelque chose que personne n'y comprend plus rien. Si les grandes idées n'y sont plus, est-ce encore de l'Analyse ?
2. Jusqu'aux nouveaux programmes, le mot « Analyse » n'apparaissait qu'en Première [et, en tous

(3) Il faudrait évidemment s'entendre préalablement sur ce qu'est l'Analyse. L'Encyclopédie Universalis lui donne comme définition : "on fait de l'Analyse lorsqu'on *calcule*, sur les notions de *limite* ou de *continuité*".

Raymond BARRA, éminent analyste de l'Irem de Poitiers, est plus direct (je cite de mémoire) : "Pour moi, l'Analyse dans le Secondaire, c'est : j'ai un nombre, je ne le connais pas, je cherche à la connaître".

cas, il est exclu du Premier Cycle]. Les enseignants des collèges, en particulier, n'ont pas l'impression que les activités de calcul, sur  $\mathbb{R}$ , sur les décimaux ... etc, ressortent de l'Analyse. A l'époque où l'IREM d'Orléans avait encore des stagiaires, un atelier sur l'Analyse vue par la résolution de problèmes n'avait rassemblé que des enseignants du Premier Cycle. Or, il a fallu constater que :

- la majorité d'entre eux ignorait le sens du mot Analyse,
- toute activité de calcul proposée leur donnait des idées d'activités en 6<sup>è</sup> et en 5<sup>è</sup>, jamais en 4<sup>è</sup> où on est censé « étudier les réels ... ».

Bien entendu, chacun pourrait apporter des arguments allant dans un sens opposé au mien. Pour faire preuve de bonne volonté, je poserai l'axiome suivant :

**AXIOME :** L'Analyse fait partie des préoccupations de l'enseignement secondaire

et j'examinerai la seconde grande raison de disfonctionnement des classes de mathématiques en Analyse, raison plus « scientifique ».

**2. Raison « scientifique ».** *Fort peu de monde a réfléchi à la difficulté réelle des concepts mis en jeu en Analyse.*

Cette affirmation ne se veut pas polémique. Quand on se penche, même sans grandes connaissances, sur l'histoire, l'apparition, la mise en forme mathématique et l'enseignement d'un concept d'analyse donné, on est frappé du manque de réflexion qui a présidé à l'introduction du concept dans le cursus d'enseignement.

Nous allons faire le point sur la continuité. Mais ce n'est pas un cas isolé, et on pourrait faire de même pour les réels, la dérivabilité ... etc.

#### UN CONCEPT MALMENE : LA CONTINUITÉ

Dans l'enseignement secondaire, la continuité des fonctions de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  présente deux aspects :

- n° 1 : continuité en un point d'une fonction définie sur un intervalle  
[ne parlons pas de la « continuité en un point isolé », assez rarement envisagée]
- n° 2 : continuité d'une fonction sur un intervalle (ouvert, pour simplifier).

1. Le mathématicien, qui n'accepte de manipuler un concept qu'après l'avoir défini, étudie toujours le second aspect *après* le premier.

- La continuité en un point est définie par une proposition assez ésothérique, du genre :

$f$  continue en  $x_0$  de  $I \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \alpha > 0, \forall x (|x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon)$

- La continuité sur un intervalle ouvert se définit à l'aide de la « continuité en un point » et de la quantification universelle :

$f$  continue sur  $I \Leftrightarrow (\forall x_0 \in I : f \text{ continue en } x_0)$ .

Pour le mathématicien, la quantification universelle est une transformation « simple ». C'est un outil logique qui permet de passer d'une propriété isolée à une propriété valable partout. C'est un peu un moyen « facile » de parler de l'infini.

2. Dans le champ socio-culturel occidental, l'aspect n° 1 ne signifie rien, alors que le second a une réalité partielle. A l'entrée « CONTINU », des dictionnaires usuels indiquent :

- qui ne présente pas d'interruption dans le temps ou dans l'espace (lexis Larousse) ;
- composé de parties non séparées, perçu comme un tout (Robert) ;
- s'oppose à : discontinu, pointillé (Bordas).

Ces définitions s'apparentent plutôt à ce que les mathématiciens appellent la *connexité*, plutôt qu'à la continuité. Mais remarquons que le point de vue est global (sur un intervalle) plutôt que local (en un point).

3. Un autre aspect de la continuité très « naturel » est le théorème des valeurs intermédiaires<sup>4</sup>. Les psychologues nous apprennent qu'assez tôt à l'école primaire, un enfant à qui on présente deux cercles de rayons différents construit sans difficulté, à la demande, un ou plusieurs cercles de rayons « intermédiaires ». Plus tard, en manipulant des représentations graphiques de fonctions, aucune difficulté ne se posera quant à l'existence des solutions du type  $f(x) = m$ . Certes, le théorème des valeurs intermédiaires n'est qu'une *conséquence* de la continuité sur

(4) Toute fonction continue sur un intervalle qui prend deux valeurs données prend également toutes les valeurs intermédiaires.

un intervalle (il existe des fonctions qui vérifient ce théorème sans être continues), mais c'est une conséquence qu'on utilise très fréquemment.

4. L'histoire de la philosophie nous apprend que ce concept a des origines anciennes :  
par exemple  
- conception « atomistique » d'Epicure contre « continuité » d'Héraclite  
- réflexion sur la causalité et scepticisme (Hume).  
Par contre, en mathématiques, l'apparition du concept a été longue :  
- pour Euler, une courbe est « continue » quand elle est obtenue par un procédé mécanique. Il les distingue ainsi de celles, tracées à la main, qui ne correspondent pas à une solution d'un problème physique ;  
- le 19<sup>e</sup> s. travaille sur la continuité sur un intervalle et sur ses conséquences  
- la continuité « en un point » n'est définie par Darboux, en 1874, que d'une manière accessoire<sup>5</sup>  
- dans le cours pour l'Ecole Polytechnique de Jacobi (1881), en 3 tomes, la continuité occupe 6 lignes  
La continuité comme concept global est donc apparue bien avant le concept local. On pourrait même dire que le concept le plus performant dans l'histoire de l'Analyse a été la dérivabilité dont la continuité est une conséquence.
5. Vouloir enseigner « continuité locale → continuité globale » revient à rejeter consciemment tout bagage mathématico-socio-culturel des élèves pour donner la préférence à la cohérence d'un discours mathématique du 20<sup>e</sup> s. Le concept se venge d'ailleurs, puisqu'on sait bien que, jusqu'en Terminale, on n'étudie en fait que  
- des fonctions continues sur un intervalle  
- des fonctions continues par morceaux sur un intervalle, ne présentant qu'un nb fini de discontinuités, de 1<sup>ère</sup> espèce en général  
avec toutes les confusions sur le concept « local » de continuité que cela entraîne<sup>6</sup>.

#### UNE ILLUSION DANGEREUSE

Ce très rapide survol de la continuité, pour sommaire qu'il soit, me semble prouver une chose : les concepts de mathématiques sont complexes. Prétendre régler leur appropriation par les élèves à l'aide de la seule cohérence du discours mathématique est une illusion dangereuse. Un objet mathématique n'est pas connu de l'élève une fois que sa définition a été écrite au tableau.

S'approprier un concept, c'est travailler longtemps avec, le prendre sous des éclairages différents, le faire fonctionner dans des situations variées, voire où on n'est pas capable de l'utiliser correctement ... Il est temps de se rendre compte du fossé que sépare le discours du maître de l'action de l'élève, c'est à dire le concept construit et cohérent du concept en train de s'acquérir.

Les nouveaux programmes du Second Cycle peuvent être l'occasion de cette réflexion. En ce qui concerne l'Analyse<sup>7</sup> la redistribution des connaissances et l'importance relative qui leur a été respectivement attribuée montre une certaine prise de conscience du disfonctionnement dont je parlais plus haut<sup>8</sup>. Mais ces nouveaux programmes, aussi bien intentionnés soient-ils, resteront lettre morte s'ils ne sont pas accompagnés :

- d'une profonde réflexion des enseignants de mathématiques sur l'objet même de l'apprentissage de leur discipline (ah ! si les IREM existaient encore ... ) ;
- d'une recherche sur la didactique des concepts qui sont ainsi mis dans le champ de travail du

(5) Je tiens ce renseignement et le suivant de Jean-Louis OVAERT.

(6) Pour plus de précisions sur les confusions que les représentations graphiques entraînent sur le concept de continuité, je vous engage à lire la très intéressante brochure de Jacques SAVARIAU : "Représentation graphique et continuité" (Irem de Poitiers - Juin 1980).

(7) Je ne parle pas de la Géométrie qui n'est pas le sujet de cet article. Mais il y aurait sans doute autant de choses à dire à propos du rapport dialectique : discours du maître (algèbre linéaire) --- construction des concepts géométriques pour l'élève.

(8) Rendons toutefois à César ce qui lui appartient : sans l'action et l'engagement militant de l'APMEP et des IREM, cette prise de conscience aurait-elle eu lieu aux alentours de la rue de Grenelle ?

secondaire (ah ! si les IREM ... air connu)<sup>9</sup>.

En attendant que la recherche en didactique présente le moindre intérêt pour le Ministère, l'Inspection, les Universités ... etc, les enseignants du Secondaire se posent la question : que faire ? A défaut d'un support scientifique à leur action, ils en sont réduits à leurs bricolages et à leurs expériences empiriques. A titre d'exemple, je vais citer la démarche que j'utilise en Terminale depuis trois ans et en Première depuis un an<sup>10</sup>.

Pour fixer clairement les limites de ce que je présente, je précise avant tout que :

1. Il s'agit d'une progression dans la manipulation des concepts, pas d'une méthode pédagogique. La forme de travail que nous employons est surtout basée sur des activités et des résolutions de situations-problèmes. Mais la progression « didactique » choisie n'est peut-être pas liée à une méthode pédagogique particulière.
2. Il ne s'agit pas d'un travail scientifique, répétons-le encore, ce qui justifie les guillemets autour de « didactique ». C'est, tout au plus, l'état de la réflexion d'enseignants qui n'arrivent pas à concilier expérimentation pédagogique et réflexion « scientifique ».

#### UN EXEMPLE DE PROGRESSION « DIDACTIQUE »

*En Première* : Le principe de base retenu est de n'introduire un concept nouveau que quand son besoin s'en fait sentir. Dans ce contexte, la préférence est donnée aux problèmes globaux (sur un intervalle), les problèmes locaux (en un point) n'étant abordés que sous un aspect de disfonctionnement isolé (discontinuité, non dérivabilité), l'aspect positif (continuité en un point) n'étant qu'à peine abordé à la fin de l'année.

TYPE D'ACTIVITE PROPOSEE	CONNAISSANCES ET CONCEPTS MANIPULES ET EVENTUELLEMENT DEFINIS.
1. Tracé de courbes « points par points ». Mise en évidence des insuffisances de ce procédé et des inductions et hypothèses gratuites qu'il nécessite.	Monotonie sur un intervalle. Extrema d'une fonction.
2. Etude « expérimentale » des variations de phénomènes physiques économiques ... etc, connus par des tables de valeurs ou des courbes. Réflexion sur ce qui se passe « au-delà » du graphe (ç.à.d. : branches infinies).	Langage sur le sens de variation, l'accroissement (« vitesse moyenne », « taux d'accroissement » ... etc). Limites dans lesquelles interviennent $+\infty$ et $-\infty$
3. Une fonction étant connue à l'aide d'une représentation graphique, détermination de la fonction « pente » (les tangentes sont déterminées expérimentalement, à l'aide des procédés que les élèves utilisent en physique). Liaison « expérimentale » entre le signe de la « pente » et le sens de variation de la fonction.	Fonction dérivée sur un intervalle Signe de la dérivée et sens de variation.

- (9) Aux "didacticiens des Irem", s'il en existe encore, qui me rétorqueraient qu'il n'est pas sûr qu'il existe une didactique des concepts considérés, qu'il n'est pas sûr que ces concepts existent eux-mêmes ...etc, je dirais que j'attends que les recherches en didactique, à peu près inexistantes actuellement, me le prouvent.
- (10) Ce travail est effectué avec des collègues du GREPPO de l'Irem d'Orléans. Il est cosigné en Terminale Scientifique par Françoise ASSELIN et Gilbert CARREAU. En Première, il doit beaucoup à Michel DARCHE et Marie-Laure GIORGI-DARCHE. Enfin, parmi les idées rassemblées ici ou là, je dois citer :
- les travaux du CUEEP de Lille (en particulier de Daniel POISSON).
  - les travaux de la Commission inter-Irem d'Analyse.

4. Détermination des fonctions dérivées, de la même manière expérimentale, de fonctions « simples ». Détermination « expérimentale » des règles de dérivation de $x \mapsto x^n, f+g, \lambda f, x \mapsto \frac{1}{x}$	Fonctions dérivées de fonctions « usuelles ». Linéarité de la dérivation.
5. Etude de fonctions polynômes et homograpiques simples. Commentaires sur les branches infinies rencontrées.	Plan d'étude d'une fonction. Asymptotes à une courbes Branches paraboliques.
6. Retour sur la détermination « expérimentale » de la tangente à une courbe. Procédures d'approximation de cette tangente.	Limite réelle d'une fonction en un point réel. Linéarisation locale d'une fonction.
7. Approfondissement de la linéarisation locale d'une fonction (par ex : résolution d'équations $f(x) = 0$ par la méthode de Newton.)	Suites convergentes Développement limité d'ordre 1. Calcul numérique
8. Utilisation de la différentiabilité : dérivée d'un produit, d'un quotient.	Autres règles de dérivation.
9. Etude de fonctions rationnelles, trigonométriques ...	Etude de fonctions.
10. Etude de fonctions présentant un nombre fini de « points à problèmes » (soit continuité et non dérivabilité, soit non continuité ...)	- Discontinuité de 1ère espèce en un point - Dérivabilité à droite, à gauche - Continuité sur un intervalle.

*En Terminale* : Comme en Première, un concept n'est introduit que quand il répond à un problème. La réflexion sur les problèmes délicats (discontinuité de 1ère espèce en un point puis continuité en un point) s'opère quand on a étendu au maximum le champ des fonctions connues. D'où la nécessité d'étudier très rapidement l'intégration, qui est limitée aux fonctions continues sur un intervalle.

TYPE D'ACTIVITE PROPOSEE	CONNAISSANCES ET CONCEPTS MANIPULES ET EVENTUELLEMENT DEFINIS
Etude de fonctions continues par morceaux obtenues à l'aide de fonctions connues en Première.	Etude d'une fonction. Continuité et dérivabilité sur un intervalle. Problèmes locaux en des points isolés.
Calculs, à l'aide de calculatrices programmables, d'aires et de volumes divers. Réflexion sur des approximations obtenues.	Sommes de Riemann Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle.
En général, cours magistral !	Liaison intégrale $\leftrightarrow$ primitive. Fonctions logarithmes.
Etude de fonctions exprimables, entre autres, à l'aide des logarithmes. Observation des branches infinies.	Etude de fonctions Types de branches infinies
Etude de fonctions puissances et exponentielles. Autres types de branches infinies.	Théorème d'inversion des fonctions continues et strictement monotones. Fonctions racines. Exposants rationnels. Fonctions exponentielles.
Etude de nombreux exemples de suites, dans des situations variées.	Suites réelles.
Etude des exemples à « points-problèmes » Synthèse.	Dérivabilité en un point. Continuité en un point.

#### DES CONCEPTS ECLATES

Ces exemples ont bien des faiblesses, mais ils ont le mérite de décrire une pratique qui essaie de s'appuyer en permanence sur le vécu des élèves. Certains y noteront un grand « désordre » dans l'appro-



## AVANT DE CHOISIR UNE CALCULATRICE

Jacky COURTOIS

Lycée Aliénor d'Aquitaine - POITIERS

Une circulaire récente (octobre 1979) autorisait l'utilisation des calculatrices aux examens de l'Education Nationale. Les IREM ont depuis longtemps envisagé leur emploi dans les cours de mathématique, mais le but de cet article n'est pas d'indiquer au lecteur comment les utiliser. Il se veut plutôt un guide d'achat pour essayer de s'y retrouver devant le nombre important de modèles disponibles sur le marché.

Vous avez décidé d'acheter (ou de faire acheter aux élèves de votre classe) une calculatrice. Souvent les manuels fournis avec la calculatrice sont peu explicites sur ses possibilités. Pour s'assurer d'un fonctionnement correct de celle-ci, un minimum de manipulation s'impose. C'est ce qui fait l'objet du présent article.

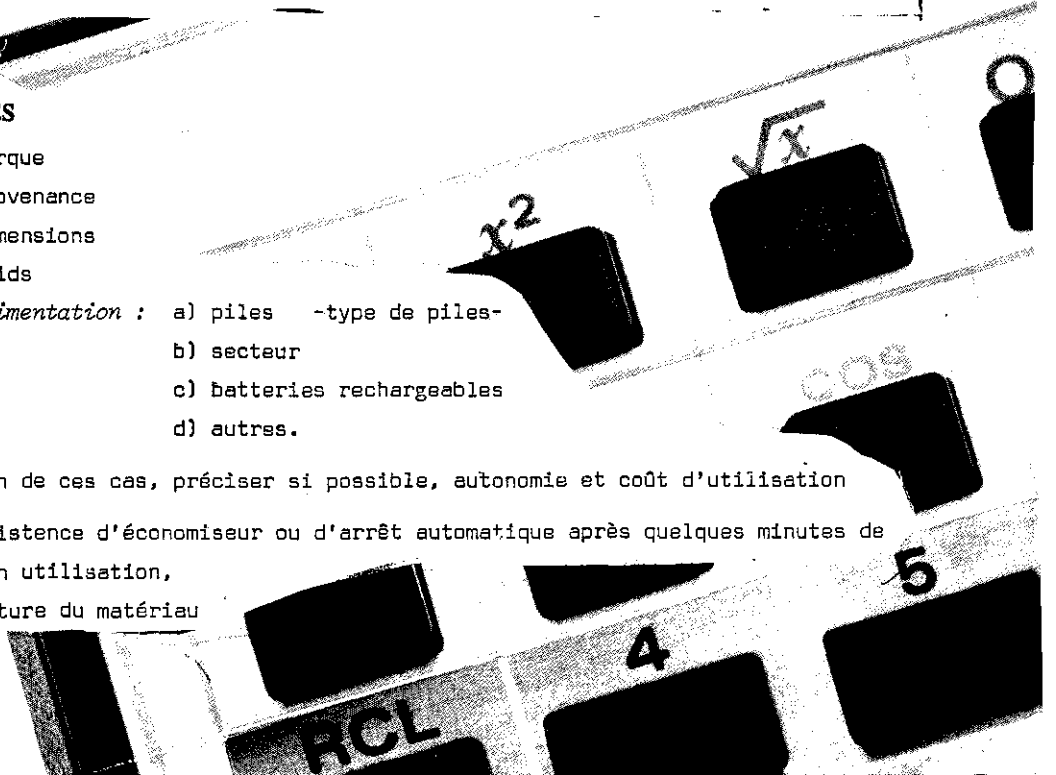
Une première partie concerne ce qui est visible sur le clavier. La deuxième partie se consacre plus précisément à un certain nombre de manipulations permettant de se rendre compte des possibilités calculatoires de la machine.

### ASPECTS TECHNIQUES

- marque
- provenance
- dimensions
- poids
- *alimentation* : a) piles -type de piles-
- b) secteur
- c) batteries rechargeables
- d) autres.

Dans chacun de ces cas, préciser si possible, autonomie et coût d'utilisation

- existence d'économiseur ou d'arrêt automatique après quelques minutes de non utilisation,
- nature du matériau



- système d'impression -quand il existe-
- système d'affichage -en liaison avec l'alimentation quant aux coûts d'utilisation-
- lisibilité des chiffres
- composants, conception du produit -aspect "fiabile-
- touches à déclic ou non
- touches du clavier suffisamment espacées
- lisibilité des touches.

## LA CALCULATRICE ET SES POSSIBILITES DE CALCUL

### Le clavier

#### Calculatrices 4 opérations.

- comment se fait la mise en route ? -touche ou commutateur ?-
- existence des touches  $\boxed{C}$   $\boxed{CE}$  ou  $\boxed{C/CE}$
- touche  $\boxed{\sqrt{\quad}}$
- touche  $\boxed{\%}$
- existence de mémoire
- touche  $\boxed{+/-}$  -importantes au point de vue pédagogique-
- touche  $\boxed{1/x}$
- touche  $\boxed{x^2}$
- existence de facteur constant
- parenthèses
- notation scientifique -touches  $\boxed{EE}$  ou  $\boxed{EEX}$ -

#### Calculatrices scientifiques

Faire les mêmes vérifications que ci-dessus avec en plus :

- notation algébrique ou polonaise inverse -existence de  $\boxed{=}$ -
- logarithme népérien
- logarithme décimal
- touche  $\boxed{y^x}$
- sinus, cosinus et tangente
- double définition -ou triple- des touches avec  $\boxed{f}$   $\boxed{g}$  ou  $\boxed{2nd}$
- fonctions réciproques avec  $\boxed{INV}$
- fonction exponentielle
- fonction puissance de 10
- racine x-ième de  $y \sqrt[x]{y}$  -en principe inutile si  $\boxed{y^x}$ -
- fonction arc cos, arc sin et arc tan - $\cos^{-1}$ ,  $\sin^{-1}$ ,  $\tan^{-1}$ -
- factorielle  $\boxed{x!}$
- degré-radian-grade
- constante Pi
- virgule fixe -possibilité de préfixer le nombre de décimales à l'affichage-
- partie entière  $\boxed{INT}$
- partie décimale  $\boxed{FRAC}$

- calcul d'intégrale  $\int_x^y$
- fonctions statistiques
  - \* une série statistique : moyenne  $\bar{x}$  écart-type  $\sigma_n$  ou  $\sigma_{n-1}$
  - \* deux séries statistiques : moyennes  $\bar{x}$   $\bar{y}$  écarts-types
  - Coefficient de régression  $r$

#### Calculatrices programmables

Mêmes vérifications que ci-dessus avec en plus :

- étiquettes -labels-
- touches **DSZ** **ISZ**
- nombres de lignes de programme et de mémoires adressables
- possibilité de modifier le nombre de pas de programme en liaison avec le nombre de mémoires adressables
- possibilité d'insertion de lignes dans le programme
- possibilité de suppression d'une ligne
- touches **BST** **SST**
- existence de **GTO**
- possibilité de sous-programmes -touches **SBR** et **RTN**-
- adressage indirect
- tests  $x < 0$   $x = 0$  et leur négation
- $x < y$   $x = y$
- touche **Nop**

#### TESTS DE CONTROLE POUR LES CALCULS

##### A) AFFICHAGE

- nombre de chiffres à l'affichage
- entrée des nombres de gauche à droite ou de droite à gauche
- place du signe -à l'affichage d'un nombre négatif-
- éviter les machines le plaçant en haut à l'extrême droite-
- existence de la virgule.

##### B) MESSAGE D'ERREUR

- faire  $1 \div 0$  et repérer le message d'erreur
- y a-t-il plusieurs messages d'erreur -ex : affichage clignotant-
- si existence de la touche  $\sqrt{\phantom{x}}$  s'assurer que  $\sqrt{-9}$  indique une erreur
- dans le cas de calculatrice scientifique faire  $\ln(-3)$ ,  $\log 0$ ,  $\tan 90^\circ$ ,  $\sin(4.5)$ ,  $0^\circ$

##### C) NOTATION SCIENTIFIQUE

- faire 99999999 + 1 =
- nombre de chiffres de l'affichage

le résultat est :

soit 99999999 } pas de notation scientifique  
 soit message d'erreur }  
 soit 1. 08 (si notation scientifique).

On peut faire également  $1000000 \times 1000000$

D) ARRONDI OU TRONCATURE - CHIFFRES DE RESERVE

- faire  $2 \div 3$  si 0.666667 arrondi
- si 0.666666 troncature

Si la machine a la notation préfixée -touche **FIX** - vérifier si cette notation est un arrondi ou une troncature.

Recherche des chiffres de réserve -résultat conservé en machine plus précis que le résultat affiché-

- faire  $2 \div 3 = X 1000 = .666 =$
- si le résultat est - 66666 pas de chiffre de réserve
- 666666 un chiffre de réserve
- 6666666 deux chiffres de réserve
- .....

E) PRECISION DES RESULTATS

- faire par exemple  $1 \div 7 \times 7 - 1 =$  -le résultat doit être 0-
- sin 360°

$2^6$  avec la touche **y<sup>x</sup>**

vérifier que 17 **√** **x<sup>2</sup>** redonne 17

de même 19 **1/x** **1/x** redonne 19

F. CALCULS EN CHAINE

- La calculatrice respecte-t-elle la hiérarchie des opérations ?
- Pour s'en assurer, faire  $8 - 4 \times 2 =$
- Si le résultat est : 0 respect des conventions algébriques
- 8 non-respect " "

- La machine a-t-elle les touches **[ ( ]** ou **[ ( ... ) ]**
- Si oui, chercher le nombre de registres utilisables pour les calculs
- taper 3-1 =
- 5-(3-1) =
- 7-(5-3-1) =
- 9-(7-(5-(3-1))) = etc....

On arrête lorsque le résultat affiché est faux, alors le premier nombre entré a disparu de la machine.

Le résultat (exact) affiché est le nombre N de registres.  
Il est alors possible d'emboîter N-1 parenthèses lors de calculs.

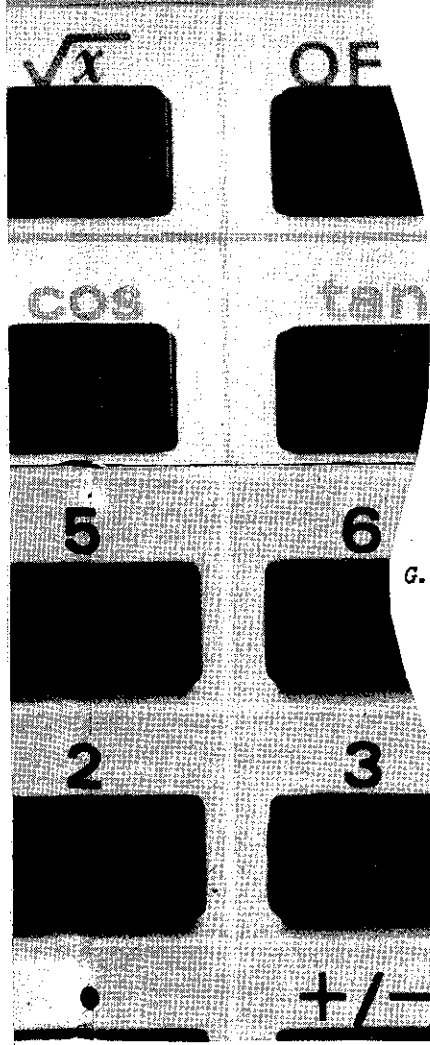
G. RECHERCHE DE FACTEUR CONSTANT.

- Si présence d'une touche **K** facteur constant intégré
- Sinon, pour chercher l'éventuelle existence d'un facteur constant implicite faire :

$3 \times 4 =$  puis à nouveau  $=$

Si le résultat est

- 0 ou 12 pas de facteur constant
- 48 facteur constant portant sur le deuxième opérande



S'assurer alors dans ces 2 derniers cas de l'existence de facteur constant pour les autres signes opératoires.

- Attention : sur certaines calculatrices, le facteur constant s'obtient en doublant le signe opératoire

Exemple :	touches	affichage
	$\boxed{3}$	3
	$\boxed{\times}$	3
	$\boxed{\times}$	3
	$\boxed{=}$	9

#### H. MEMOIRE.

- La calculatrice a-t-elle une mémoire ? - touches avec M ou  $\boxed{\text{STO}}$  - si oui :
- S'assurer que l'on peut stocker un nombre  $\boxed{\text{MS}}$ ,  $\boxed{\text{STO}}$   $\boxed{\text{M+}}$  et le rappeler à l'affichage  $\boxed{\text{MR}}$ ,  $\boxed{\text{RCL}}$  ...
- Vérifier que ce nombre à l'affichage n'est pas effacé par la touche  $\boxed{\text{C}}$
- Contrôler l'existence de  $\boxed{\text{MC}}$  permettant de remettre à 0 la mémoire
- Y a-t-il la touche échange affichage  $\longleftrightarrow$  mémoire ? Contrôler son action.
- Est-il possible de faire des opérations directement dans la mémoire ? (touches  $\boxed{\text{M+}}$   $\boxed{\text{M-}}$   $\boxed{\text{SUM}}$  ...)
- S'assurer que l'utilisation de touches fonctionnelles -  $\boxed{1/x}$ ,  $\boxed{x^2}$   $\boxed{+/-}$ ,  $\boxed{\sqrt{\quad}}$ ,  $\boxed{\%}$  - n'altèrent pas le contenu de cette mémoire

par exemple

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 0.7$$

Faire 2  $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$  5  $\boxed{1/x}$   $\boxed{=}$   
 puis 2  $\boxed{1/x}$   $\boxed{\text{MS}}$  5  $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$   $\boxed{\text{MR}}$   $\boxed{=}$   
 ou  $\boxed{\text{STO}}$  ou  $\boxed{\text{RCL}}$

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} = 3.6502814 \dots$$

Faire 2  $\boxed{\sqrt{\quad}}$   $\boxed{+}$  5  $\boxed{\sqrt{\quad}}$   $\boxed{=}$   
 puis 2  $\boxed{\sqrt{\quad}}$   $\boxed{\text{MS}}$  5  $\boxed{\sqrt{\quad}}$   $\boxed{+}$   $\boxed{\text{MR}}$   $\boxed{=}$

Comparer les 2 résultats dans chaque cas.

*Nota Bene : Signalons que des collègues travaillant à l'Irem de Poitiers ont réalisé pour la CAMIF une documentation pour aider les enseignants à choisir leur matériel (Documentation CAMIF D 8001 H).*

## UNE PEDAGOGIE PAR OBJECTIFS : BILAN D'UN ECHEC

Jean-Claude LEBRETON

Collège Begon - BLOIS

A travers ce que l'auteur a vécu partiellement comme un échec, une question apparaît : un enseignant qui se pose des problèmes sur l'apprentissage, l'évaluation, son rôle vis-à-vis de ses élèves... etc, a-t-il actuellement les possibilités de le faire ? Notre système scolaire est-il prêt à une profonde remise en cause ?

### L'EXPERIENCE MENE

Mieux évaluer les élèves, avec l'idée d'améliorer leurs performances, tel fut le point de départ de mon expérience.

La critique de l'usage des notes est connu (cf Biblio [1]). C'est au moment où je cherchais un moyen pour remplacer les notes par un système plus performant que je pris connaissance de la pédagogie par objectifs.

Après quelques tâtonnements, j'ai alors expérimenté pendant deux ans dans les classes du premier cycle, le système suivant :

- 1) remise aux parents et aux élèves du texte de l'encadré ci-dessous, accompagné de commentaires en classe.
- 2) une heure par semaine était consacrée soit à des contrôles sur une leçon que l'élève pensait maîtriser, soit à des exercices d'entraînement en vue de passer un contrôle dans les semaines qui suivaient, soit à rectifier les erreurs d'un contrôle déjà

### MATHEMATIQUES : Méthode de travail pour les interrogations écrites

Après une leçon, une série d'exercices en classe, et après avoir reçu une feuille indiquant les objectifs de la leçon :

- 1) passer un test à la maison.
- 2) correction de ce test en classe. La feuille corrigée est alors gardée par l'élève.
- 3) pour ceux qui ne se sentent pas prêts encore, nouveaux exercices en classe et à la maison sur le même sujet : ne pas hésiter alors à demander de nouvelles explications au professeur ou à d'autres élèves.
- 4) l'élève est maintenant prêt : il se sent capable d'atteindre sans erreur chacun des objectifs de la leçon. Il subit alors une interrogation en classe.
- 5) si la procédure précédente a été bien suivie, l'interrogation a été réussie. Si de légères erreurs persistent, elles seront corrigées en classe par l'élève. Si de grosses erreurs persistent, l'élève devra subir une nouvelle interrogation, après avoir réussi d'autres exercices d'entraînement.
- 6) les interrogations, après correction, sont gardées par le professeur jusqu'à ce que toute la classe en ait fini avec le sujet. Elles sont alors définitivement rendues aux élèves.

Signature

de l'élève

d'un parent

passé puis, si trop d'erreurs avaient été faites, à recommencer tout ou partie du contrôle.

Lorsque je pensais que les objectifs étaient atteints, je remplissais la grille d'objectifs (on en trouvera un exemple dans les pages qui suivent), grille utilisée à la place des notes.

## BILAN

Une partie de l'échec de ce système d'appréciation est due à la rigidité de notre système dit "éducatif" en France : nous ne sommes pas dans certaines écoles à aîrës ouvertes du Québec où il existe une salle uniquement réservée aux contrôles ; lorsqu'un élève est prêt, quelle que soit l'heure et quel que soit le jour, il va dans cette salle passer le test prévu.

Au lieu de cela, j'avais dans une même salle, et une heure par semaine seulement, des élèves qui subissaient un contrôle et d'autres auxquels je fournissais des explications individuelles.

Mais les raisons de mon échec sont plus profondes et sont de deux ordres très différents :

1) Mon système sans note suppose avoir affaire à des élèves qui ont envie de travailler et de progresser. Grosso modo, les élèves se répartissaient ainsi :

- les bons élèves (avec de bonnes notes) ; ils étaient souvent déçus par un système qui les empêchait de se mesurer à d'autres ou à eux-mêmes.

- les paresseux : sans note-sanction, à quoi bon travailler ?

- les élèves moyens ou faibles, désirent progresser : ce sont eux qui, de fait, ont profité le plus du système, sur le minimum à savoir à la fin de l'année.

2) Mes grilles sont des grilles de savoir-faire. Pour atteindre ces savoir-faire on aboutit vite à faire apprendre des mé-

canismes, des trucs, sans que nécessairement l'élève arrive à dominer la situation.

## PERSPECTIVES

Est-ce à dire que cette expérience se résume à du temps perdu pour rien ?

Nullement, car :

- 1) rédiger des savoir-faire à atteindre amène le professeur à clarifier ses idées.
- 2) ces savoir-faire sont un élément de communication avec les autres professeurs, mais aussi avec les parents.

Ce qui, pour moi, a changé, c'est la façon d'utiliser ces grilles : elles sont remplies, non plus systématiquement après une leçon mais, peu à peu, au cours de l'année, suite à des contrôles à nouveau notés (la note étant un pis-aller que peu d'enseignants semblent vouloir dénoncer).

Le changement n'est pas mineur car il me permet de m'attaquer à l'essentiel : ce qui se passe entre les contrôles, l'accent sur les objectifs-processus (cf Biblio[3]). Autant dire que ce que je condamne, ce n'est pas la définition d'objectifs en pédagogie, mais la réduction de cette définition aux objectifs savoir-faire. ■

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. PIERON : Examens et Docimologie (PUF 1969).
- [2] LES CAHIERS PEDAGOGIQUES (sur l'évaluation) : n° 162 (mars 1978) et n° 168 (novembre 1978), notamment les articles de Cécile Delannoy.
- [3] M. DARCHE : Quels objectifs pour l'apprentissage ? (IREM d'Orléans 1979).
- [4] LA PAPE, METREGISTE et PIELOT : Pour une pédagogie en Classe de 4<sup>e</sup> et de 3<sup>e</sup> fondée sur des activités.(transformations). (IREM d'Orléans Mai 1979).

## Exemple de grille d'objectifs utilisés

Tu as étudié les puissances de dix. Tu dois maintenant être capable de :	NOM :	
	Classe :	
	Capacité acquise	
	après...essais	à la date
1) Donner l'écriture décimale d'une puissance de dix.		
2) Donner sous la forme $10^n$ ( $n \in \mathbb{Z}$ ) un nombre écrit avec des zéros et un "un".		
3) Donner l'écriture scientifique d'un nombre.		
4) Additionner ou soustraire des décimaux écrits sous la forme "produit d'un entier relatif par une puissance de dix".		
5) Multiplier des décimaux écrits sous la forme signalée ci-dessus.		
Tu as étudié les translations et les vecteurs. Tu dois maintenant être capable de :		
1) Construire l'image ou l'antécédent d'un point dans une translation définie par un couple de points ou un vecteur :		
a) à l'aide d'un calque		
b) à l'aide d'une règle et d'une équerre		
c) à l'aide d'un quadrillage		
2) De savoir lire et utiliser les écritures suivantes : (A,B) ; $\overline{AB}$ ; $\vec{v}$ ; (C,D) est un représentant de $\vec{u}$ ; (E,F) $\in \vec{u}$ ; $t_{\vec{u}}(A) = B$ ; $C \xrightarrow{\vec{u}} D$		
3) Trouver, parmi une liste donnée :		
a) l'égalité, ou non, entre des vecteurs		
b) l'équipollence, ou non, entre des bipoints.		
Tu as étudié les compositions de translations et les sommes de vecteurs. Tu dois maintenant être capable de :		
1) Construire le représentant d'une somme ou différence exprimée avec 2 ou 3 vecteurs donnés ( $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \dots$ )		
2) Les points A, B, C, D ... étant donnés, construire E tel que $\overline{DE}$ (ou $\overline{ED}$ ) soit une somme ou une différence de vecteurs exprimés à l'aide des points A, B, C...		
3) Utiliser la relation de Chasles et la structure de groupe commutatif de $(V,+)$ pour :		
a) simplifier une somme ou une différence de vecteurs		
b) justifier ces simplifications lorsque l'expression comporte au plus trois vecteurs.		
c) compléter une égalité incomplète par des lettres ou des signes (+ ou -)		
d) résoudre des équations dans $(V,+)$		
e) démontrer une égalité entre deux vecteurs.		

## LES FONCTIONS DE L'ENSEIGNANT

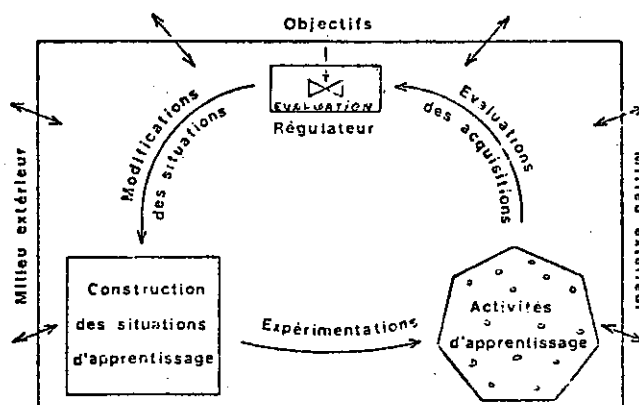
Michel DARCHE

Ecole Normale - BLOIS

L'enseignement a plusieurs fonctions. Chaque tendance pédagogique tend à privilégier l'une d'entre elles au détriment des autres. La tâche de l'enseignant n'aurait-elle pas essentiellement pour but de maintenir un équilibre entre ces différentes fonctions, de réguler les rapports et les activités existant au sein d'une classe ? Dans l'article précédent, J-C Lebreton témoignait de l'échec relatif d'une démarche privilégiant l'évaluation. On peut voir dans l'article qui suit une forme de réponse à cet échec.

Dans sa pratique quotidienne l'enseignant centre son travail autour de 3 pôles : - l'évaluation des acquisitions  
- la construction de situations d'apprentissage  
- l'activité d'apprentissage des élèves

Plus prosaïquement on pourrait dire : noter, préparer et faire un cours. J'ai déjà



décrit ce micro-système (cf Biblio [2]) où chaque pôle interagit sur les deux autres pour former une boucle de rétroaction que Claude LASSAVE décrit (cf Biblio [5]) comme la quatrième fonction de l'enseignant : la régulation du système, qui a même été institutionnalisée avec le "soutien" au collège.

Quel temps consacrez-vous à chacune de ces fonctions (1) ? Quelle est celle qui vous paraît la plus importante ? la plus fructueuse ? la plus laborieuse ? la plus sûre ? la plus aléatoire ?

Privilégier l'un des pôles et en particulier l'évaluation conduit à des excès sinon à des impasses, à des déviations, des systématisations dangereuses et difficiles à rattraper.

### LA FONCTION D'EVALUATION

Privilégier l'évaluation et les objectifs, c'est formuler des objectifs en terme de savoir-faire ("être capable de"), construire des instruments d'évaluation de ces savoir-faire puis, seulement après, s'intéresser au "comment faire" acquérir ces savoir-faire aux élèves.

(1) Que dire de l'évolution du rapport de ces temps avec les niveaux de classe de la maternelle à l'université, des sections littéraires aux sections scientifiques ?

L'apprentissage centré sur l'évaluation privilégie ce qui doit être observé. Seul ce qui peut être mesuré est enseigné. L'enseignant privilégie des objectifs savoir-faire de type technique exprimés en terme de contenus. Cela conduit à une conception mécanique de l'apprentissage, à une construction linéaire des progressions et à une méthodologie rigide et lourde. De même que les objectifs sont atomisés en micro-objectifs les situations d'apprentissage sont dérivées en micro-apprentissages pour tenter d'éviter tout blocage. On est très proche de la "pratique de l'ingénieur" qui se contente d'agir sur quelques "boulons" pour améliorer la production. Seul le produit terminal compte : l'élève n'est considéré que par ses productions, ses résultats. C'est "l'élève-objet" : mécanique destinée à produire le comportement visé. Cela pose un problème de fond pour l'apprentissage d'un concept : l'enseignant ne se préoccupe plus des processus d'acquisition de l'élève mais seulement de l'acquisition de micro-objectifs atteints chacun à court terme par une suite de micro-apprentissages. L'élève se construit une série de modèles corrects ou faux mais qui permettent de répondre à chacun des micro-problèmes comme le ferait une multiplication de règles d'exception à côté d'une règle générale amenuisée. Des exemples ? En voici en vrac (2) :

- compléter, en utilisant les symboles  $\in, \notin, \subset, \not\subset$ ,  
des lignes du type :  $a \_ \{a,b,c\}$ ;  $\{a,b\} \_ \{a,b,c,d\}$  (80% de réussite)  
des lignes du type :  $\{a\} \_ \{\{a\},b,c\}$  ;  $\{a,b\} \_ \{\{a\},b,c\}$  (80% d'échec)
- quel est l'ensemble de définition de  $x \mapsto \frac{1}{(x+1)(x+2)}$  ? Réponse :  $R - \{-1,-2\}$ .  
mais encore ? Réponse :  $R + \{1,2\}$  !
- résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $x^2 - 3x + 9 = 0$ . Réponse de 30% des élèves d'une classe :  $S = \emptyset$ , après avoir "vu" tout le cours sur  $\mathbb{C}$  !  
résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 + 2\sqrt{6}z + 3 + 4i = 0$ . Réponse de 60% des mêmes élèves :  $S = \{-\sqrt{6} \pm \sqrt{3 - 4i}\}$ .

On pourrait multiplier de tels exemples où il n'y a pas échec de l'élève mais "simplement" mauvais fonctionnement d'une règle qui, dans un domaine plus limité, fonctionne correctement.

Devant le constat d'erreur, l'élève va s'adapter localement, se donner des règles complémentaires, de nouvelles exceptions mais en établissant encore des règles, inadéquates dans un domaine plus large.

C'est la reconnaissance du domaine dans lequel il travaille, des objets qu'il manipule, de l'acquisition du "savoir-pourquoi" avant le "savoir-faire" qui lui permettront de s'en sortir en comprenant le sens de ses actions.

La priorité donnée à la fonction d'évaluation ne permet pas de faire une rétroaction efficace sur les deux autres pôles. Les situations d'apprentissage ne sont pas construites en fonction des notions étudiées et des processus d'acquisition des élèves mais en fonction des objectifs à atteindre. Dans un tel cas une rétroaction, un "rattrapage" consiste le plus souvent à refaire partiellement le

cours précédent ou, au contraire, à multiplier les exemples pour affermir l'utilisation des règles non comprises. Une individualisation de l'évaluation, même adaptée au rythme de chaque élève ne fait qu'atténuer ce processus. Alors ? faut-il privilégier l'activité des élèves ?

#### LA FONCTION « MISE EN ACTIVITE DES ELEVES »

Privilégier la mise en activité des élèves c'est leur proposer des situations ouvertes, tirées de l'environnement ou des thèmes interdisciplinaires ou à support mathématique comme, par exemple, les carrés magiques, le cube, la mer, les énergies nouvelles, les modèles réduits, les plastiques, les fractales ....

Pendant longtemps ces méthodes se préoccupaient d'assez loin d'évaluation et les repoussaient même parfois violemment (cf les pédagogies non directives et le tâtonnement expérimental de l'école Freinet).

On voit maintenant apparaître des types d'objectifs liés à ces pratiques, en particulier la classification de Régis GRAS (cf Biblio [4]) dont les objectifs (techniques, classificatoires, calculatoires, traductifs ...) sont de type "trans-contenu" ou "a-disciplinaire" dans la mesure où ils ne sont pas rattachés à une discipline particulière mais à plusieurs, scientifiques ou non scientifiques. Il y a un glissement du domaine des connaissances au domaine du comportement. On trouve aussi dans ces pratiques des objectifs de type relationnel s'intéressant aux inter-actions des élèves entre eux, aux inter-actions maître-élève et à la relation de l'élève au savoir qu'il acquiert.

#### QUE DIRE DE CES METHODES ?

D'abord qu'elles motivent fortement l'enseignant et par là les élèves, qu'elles cherchent à se donner des instruments d'évaluation ce qu'elles ne faisaient pas au préalable, qu'elles s'efforcent de rattacher l'apprentissage au vécu de l'enfant, vécu social, vécu scolaire ou non scolaire, de placer l'enfant dans un environnement riche lui permettant d'avoir un support concret sinon familial.

Cependant on peut s'interroger sur l'efficacité de ces apprentissages vis à vis des contenus. Que visent-ils ? Quel est l'objet de l'apprentissage ? Si l'on définit de nouveaux contenus d'enseignement comme comparer, se repérer, travailler en groupe, rédiger un dossier, ces méthodes paraissent tout à fait appropriées mais si l'on conserve, comme actuellement, des contenus du type proportionnalité, isométrie, fonctions on ne voit pas très bien comment se font les apprentissages sinon que les élèves ont peut-être plus souvent l'occasion d'utiliser ces concepts dans des situations concrètes ou familières. Mais sauront-ils mettre en oeuvre un modèle correct ? Cette mise en oeuvre peut-elle se faire spontanément ? pourront-ils s'apercevoir que leur modèle est correct ou faux ?

On est encore dans une phase d'assimilation où l'élève modifie légèrement

ses connaissances pour s'adapter à la situation. De plus cette assimilation reste aléatoire : on ne sait pas ce que va faire l'élève, quel chemin il va suivre. On le fait entrer dans une salle très accueillante et pleine de portes sans savoir par quelle porte il va sortir (s'il en sort).

Ces situations présentées avec un support concret et attrayant sont souvent insuffisantes pour l'apprentissage des notions mathématiques et leurs utilisateurs le reconnaissent souvent. Pour accroître le caractère de transférabilité de l'apprentissage il faut, disent-ils, multiplier les situations et leurs supports et en présenter le plus de facettes possibles.

C'est non seulement en avouer l'insuffisance mais, comme l'a montré Camille MAUDET (cf Biblio [37]), faire une erreur dans la conception de l'apprentissage.

La concrétisation multiple, chère à DIENES, et que l'on trouve mise en pratique dans de nombreux manuels (3) et de nombreuses classes est ici remise fortement en cause.

Le plus souvent cette "politique "tous-azimuts" est une politique d'attente qui transfère les problèmes d'apprentissage par micro-objectifs et micro-savoir-faire à des multi-apprentissages à multi-facettes.

Que va faire l'élève devant une nouvelle facette ? va-t-il rechercher à quelle facette, déjà vue, peut se rattacher ce nouveau problème et essayer de travailler par analogie ? va-t-il investir la situation comme une situation nouvelle, rechercher quels outils il pourrait utiliser, en faire un choix et essayer de résoudre ce nouveau problème ?

Ces pratiques ont cependant l'avantage de poser le problème du choix des connaissances et savoir-faire à acquérir :

Doit-on donner la priorité aux connaissances ou aux comportements ? Quelle importance a-t-on donné dans notre pratique à des "pseudo-notions" comme "les bases" (4), "la logique", les structures de groupe ou d'espace vectoriel... et qui d'une réforme des programmes à l'autre sont tombées aux oubliettes ou plutôt ont retrouvé leur importance, très relative, et surtout leur sens et leur utilité pour d'autres apprentissages ?

Actuellement, les programmes sont formulés en termes de contenu. Faut-il alors rechercher des situations d'apprentissage construites à partir d'une recherche didactique sur le développement historique et génétique du concept ?

#### LA FONCTION « CONSTRUCTION DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE »

Privilégier la préparation de cours ce n'est pas élaborer des chapelets de cours magistraux qui, au sens d'exposés déductifs de théorèmes, de corollaires et d'exceptions basés sur une batterie d'axiomes, sont, par leur systématisation

(3) Qui n'a pas introduit les espaces vectoriels en commençant par  $\mathbb{R}^2$ , les "vecteurs du plan", et les applications affines ?

(4) Il s'agit des bases de numération à l'école élémentaire.

excessive, une autre façon de privilégier l'évaluation mais, dans ce cas, l'objectif est surtout de boucler, de "faire" le programme. Mais quel programme ?

C'est en général un programme tiré des habitudes du professeur et de sa vision des manuels. C'est un programme qui grossit, déforme le programme officiel et le rend beaucoup plus lourd et plus formel qu'il n'est. Des exemples ? il n'en manque pas.

J'en ai déjà cité plus haut avec les "bases", la logique, les groupes, mais on peut protester avec raison que ces erreurs sont maintenant écartées.

Il y en a encore d'autres basées sur cet "apprentissage" formel et dogmatique. Ainsi comment sont enseignées les relations d'équivalence ? Au moins 4 ans avant la lettre (officielle) c'est d'abord une relation reflexive, symétrique et transitive et seulement après une façon de réaliser une partition dans un ensemble. Ainsi de la bijection, qui 4 ans avant la même lettre est d'abord une injection et surjection avant d'être une relation bi-univoque. Enfin je citerai le second degré qui montre bien l'effet des habitudes : lisez le programme officiel de seconde, de première, les futurs programmes, faut-il encore enseigner la technique du discriminant ? faut-il encore faire de la trinomite comme au bon vieux temps (par exemple : placer un nombre par rapport aux racines d'une équation du second degré avec paramètre intervenant au second degré dans le discriminant (5) !) Encore un exemple : Il y a deux ans, à l'éternelle question "faut-il commencer l'analyse par limite ou continuité ?", nous avons répondu un peu sous forme de boutade (cf. Biblio [6]) : "Nous, nous commençons par dérivation et intégration !". Boutade ? Lisez le futur programme de Première.

Privilégier la préparation des cours c'est construire des situations qui soient à la fois ouvertes pour permettre le fonctionnement optimal de l'élève et dirigées pour permettre un apprentissage optimal des notions étudiées, c'est observer les représentations, modèles, procédures que les élèves mettent en oeuvre, c'est leur permettre de se rendre compte de leur bon ou de leur mauvais fonctionnement puis de les modifier sensiblement pour s'adapter aux situations proposées. On est ici dans une phase d'accommodation (6).

De tels travaux existent dans de nombreux IREM, citons BORDEAUX, PARIS, GRENOBLE, ORLEANS, STRASBOURG, les Sciences de l'Education, travaux effectués sur des concepts fondamentaux comme les décimaux, la proportionnalité, aires et volumes, les fonctions numériques.

Les situations proposées, construites après observations dirigées et analyses des procédures des élèves sont très riches pour l'apprentissage. Malheureusement leur nombre est très restreint et les recherches menées actuellement

---

(5) Pour les amateurs de trinomite, à quoi correspondent les nombres  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3ac}}{3a}$  ?

Les intoxiqués des paramètres peuvent consulter la Biblio n° 39.

(6) Ce mot est ici employé au sens de Piaget.

sont longues et pas toujours couronnées de succès.

De plus, elles portent le plus souvent sur l'enseignement élémentaire ou sont encore peu connues car peu diffusées, les chercheurs attendant le plus souvent de ne communiquer leurs travaux (aux praticiens) qu'une fois la recherche achevée. Et là encore il y a un problème non résolu : comment rendre communicables des travaux le plus souvent rédigés en langage de spécialiste pour des spécialistes ? De plus, la pratique de ces situations basées sur la communication élèves-élèves, élèves-maîtres, inter et intra-groupes, dans sa systématisation (hypothétique) serait impossible à étendre à toutes les classes et toute l'année.

## CONCLUSION ?

Conclusion ? et oui, il n'y en a pas ! Le problème actuel pour les enseignants est de choisir entre des méthodes, des praxis qui ne sont pas satisfaisantes même si pour les unes elles conduisent à 80 % de réussite apparente ou, pour les autres, à une plus grande motivation des élèves ou une plus grande efficacité.

La solution, à court terme, est à mon avis, de privilégier la quatrième fonction de l'enseignant : la régulation du micro-système : rééquilibrer chaque pôle en tenant compte du groupe-classe, de sa personnalité d'enseignant, du milieu professionnel environnant et être ainsi plus conscient de son action, du temps que l'on réserve à chaque fonction. Quelle part donne-t-on à des situations d'apprentissage

- partant de l'environnement de l'élève (vécu scolaire ou non) et nécessitant le moins de pré-requis possibles
- visant des objectifs de niveaux élevés
- ayant un support "concret", manipulatoire, situations sur lesquelles l'élève puisse avoir une action
- mettant en conflit ses connaissances et la situation
- permettant à l'élève de formuler des hypothèses, d'en choisir et de les vérifier
- lui permettant de cerner sa progression dans l'apprentissage en particulier dans la construction et le fonctionnement de ses modèles, dans leur validation et la limitation de leurs champs d'application
- développant enfin la socialisation des enfants et une meilleure compréhension du monde qui les entoure.

### DEUX PENSEES PROFONDES A EPINGLER :

" La Science est l'asymptote de la vérité; elle approche sans cesse et ne touche jamais ".

Victor HUGO (*William Shakespeare*, p. 39)

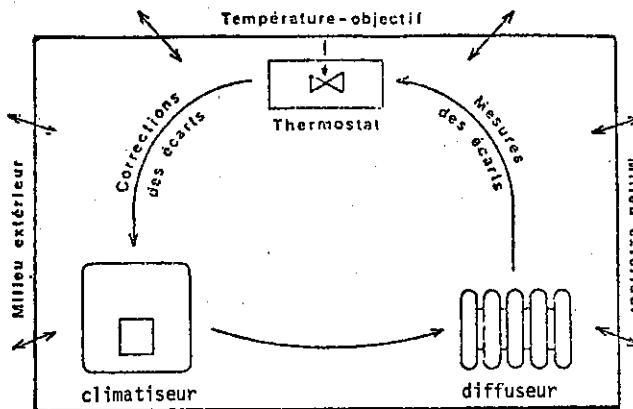
" Les femmes sont comme des courbes dont les sages sont les asymptotes; ils s'en approchent sans cesse, mais n'y touchent jamais ".

Jean-Jacques ROUSSEAU (*Les Confessions*, Livre VII)

### SOLUTION

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	V	E	C	T	E	U	R	S
II	A	R	E		U	S		Y
III	R	E	N	D	R	A		M
IV	I		T	U		I	L	E
V	A	O	R	T	E		O	T
VI	B	E	A		P	A	I	R
VII	L	I	L	L	E		S	I
VIII	E	L	E	V	E	S		E

Pensez à un système comparable au micro-système du groupe-classe : le système de climatisation d'un appartement.



SYSTEME DE CLIMATISATION (d'après J. de Rosnay)

A quoi sert d'avoir une super-chaudière ou un super-climatiseur si l'on n'a pas une isolation correcte et un bon régulateur ? A quoi sert d'avoir un thermostat très sensible si le climatiseur ou la diffusion fonctionnent mal ? A quoi sert d'avoir une isolation coûteuse si la chaudière chauffe mal ou s'il n'y a pas de régulation suivant les pièces ?

Il faut en fait rechercher à chaque instant le meilleur rapport "efficacité/coût", efficacité et coût pour l'apprentissage (en particulier utilité à long terme et rétention) mais aussi efficacité et coût pour l'enseignant (dans la préparation, la réalisation et l'évaluation des situations d'apprentissages). Un moyen d'améliorer ce rapport au moindre coût est de créer et mettre en place des circuits d'informations et de documentation partant des problèmes des praticiens et des élèves et ceci dans un esprit de coopération des groupes de travail et de croissance collective du "patrimoine" pédagogique.

C'est le rôle que jouaient les IREM et que devrait jouer tout institut de formation continue intégrée dans l'environnement professionnel et ... le temps de service. ■

## BIBLIOGRAPHIE

### SUR L'EVALUATION

- IREM d'ORLEANS : 1 Actes du colloque d'Orléans (1977) : Pédagogies par objectifs ou objectifs en pédagogie.  
 2 Rôle des objectifs dans l'apprentissage (Michel DARCHE 1978)  
 3 Quels objectifs pour l'apprentissage ? (Michel DARCHE 1979)  
 IREM de RENNES : 4 Vers un programme éducatif par objectifs (Régis GRAS 1976)  
 IREM de TOULOUSE : 5 Savoir-faire en fin de 3è (collectif 1977)

### SUR L'APPRENTISSAGE PAR ACTIVITES ET PAR THEMES

- Compte-rendus des rencontres GEDEOP (édité par l'Irem concerné)  
 6 Colloque de Limoges (Novembre 1979)  
 7 Colloque de Bourg en Bresse (Février 1980)  
 8 Colloque de Vannes (Mai 1980)

- IREM de CAEN : 9 De M.C. ESCHER aux ... dessins à motifs répétitifs (1980)
- IREM de BORDEAUX : 10 Premières situations d'apprentissage sur l'analyse : les angles (Groupe de Pau 1979)
- IREM de DIJON : 11 Actes du Colloque inter-Irem "Apprentissage par thèmes" (1979)
- IREM d'ORLEANS : 12 Transformateurs géométriques (LE PAPE, METREGISTE 1979)
- 13 Activités d'apprentissage sur "vectoriels" (Grappo 1979)
- 14 Fractales (DARCHE, MONSELLIER in PLOT n°9, 10, 11 1979/1980)
- 15 Approche globale de la notion de fonction graphique (in Rencontres GEDEOP, Bourg-en-Bresse 1980, Vannes 1980) Michel et Marie-Laure DARCHE)
- 16 Les suites (BRIDENNE in PLOT n° 11 1980)
- 17 Dessins arabes, papier calque et applications affines (BRIDENNE, MONSELLIER in PLOT n° 14 1981)
- IREM de PARIS-NORD : 18 Repérages. Papiers peints (J. et M. BOUDAREL 1979)
- 19 Temps et température (GEDEOP 1979)
- 20 Météo. Tour de France (GEDEOP 1980)
- 21 Espaces vectoriels en Seconde (BOUDAREL, GOETCHELUCK. 1980)
- IREM de POITIERS : 22 Le cube (CARTRON, FEYSSAGUET, FROMENTIN, octobre 1978)
- 23 Polyèdres et réseaux (id, 1979)
- 24 Activités géométriques à partir d'un dessin d'Escher : les chinois (id 1980)
- 25 Les pavages (id 1978)
- 26 Modèles réduits (id 1979)
- 27 Du lait au cognac en passant par les Charentes (id 1980)
- 28 Supermarché. Avec des cartes (id 1978)
- 29 Activités numériques en 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> (id 1979)
- 30 Numérations aztèque et maya (DAVIAUD 1980)
- 31 A propos d'une tablette babylonienne (DAVIAUD 1980)
- IREM de RENNES : 32 Objectifs de l'enseignement et pratique enseignante dans le Premier Cycle (groupe GEDEOP 1980)
- 33 La pêche, La mer (groupe GEDEOP in Bulletin de l'APM n° 319 1979)
- IREM de TOULOUSE : 34 Objectifs relationnels 1 : la proportionnalité en 6<sup>e</sup> (1979)
- 35 Objectifs relationnels 2 : la population domiciliée en France (1980)
- 36 Objectifs relationnels 3 : genèse d'un motif; pavage du plan (1980)

#### SUR LA RECHERCHE EN DIDACTIQUE

- IREM de BORDEAUX : 37 Etude et critique du processus psychodynamique d'apprentissage selon Dienes (C. MAUDET 1979)
- 38 Rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire (M.H. SALIN 1976)
- 39 Passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de Seconde (D. SCHNEIDER 1979)
- Recherche en didactique des mathématiques : Revue triannuelle et trilingue (Edition : La Pensée Sauvage)

#### SUR LES MICRO-SYSTEMES

- 40 Le Macroscopie (de ROSNAY, Le Seuil 1975)
- 41 Analyse des systèmes à l'IRP de Varsovie (LEWIN in Revue Française de Pédagogie n° 39, 1977)
- 42 La Méthode 1 : la nature de la nature (MORIN Seuil, 1977)

**COURBES ET MACHINES EN TROISIEME****Michel LABROUSSE****Collège Donzelot - LIMOGES**

*Quand la T.I. 57 modifie profondément les activités d'une classe de Troisième.*

Il s'agit du compte-rendu d'un travail effectué au troisième trimestre de l'année scolaire 1979-1980 dans une classe de 3ème.

Le but, au départ, était d'apprendre à se servir d'une machine programmable et que chaque élève puisse aller aussi loin que possible à son propre rythme, avec, comme arrière pensée, la démythification au moins partielle de la machine-miracle qui fait tout.

Ce travail s'est accompli avec une classe de 3ème assez hétérogène, partagée en deux groupes de 17 et 18 élèves, à raison d'une heure par semaine. Nous disposions, par groupe, des six machines programmables T I 57 du Collège et de trois machines appartenant à des élèves, soit une machine pour deux.

Les T I 57 sont des machines à notation algébrique disposant de 8 mémoires et de 50 pas-programme .

**PRELIMINAIRES**

Dans un premier temps, il a fallu apprendre à connaître la machine, la signification des touches, quelques-unes de ses possibilités, ses limites. On est passé à la programmation de problèmes simples (calculs de pourcentages, d'intérêts, ...).

Les élèves ont eu des difficultés avec les touches RCL (rappel de mémoire) et STO (mise en mémoire), avec la façon pour la machine, d'utiliser la notion de variable, mais ces difficultés ont été assez vite surmontées.

Par contre, il a été plus difficile (et surtout plus décevant) de s'apercevoir que pour calculer la solution d'un problème, il fallait d'abord l'avoir entièrement résolu du point de vue raisonnement et que, même pour un " simple " calcul, il fallait écrire correctement le déroulement des calculs avant de programmer.

## POLYNOMES

On a commencé par établir des programmes permettant de calculer les images de réels par des applications polynômes de degré 2, puis 3, 4 et 5. Au début, chaque changement de coefficients entraînait un changement de programme ! Peu à peu est apparu le fait que les coefficients d'un polynôme peuvent être aussi considérés comme variables. On peut poursuivre dans cette voie pour établir un programme pour un polynôme de degré maximum pour les capacités de la machine. Autre problème : la machine ne calcule pas les puissances des nombres négatifs ! (voir programme 1).

## TRACE DE COURBES

\* Tracés de paraboles (P) représentations graphiques de  $f : x \mapsto \frac{x^2}{2p} + k$   
 $k \in \mathbb{R}$ ,  $p$  paramètre de la parabole, dans un repère orthonormé.

Chaque groupe d'élèves a tracé une " famille " de courbes en se fixant une valeur de  $p$  et en faisant varier  $k$ , les courbes se déduisant alors les unes des autres par translations.

Les élèves tracent les courbes sur papier millimétré en prenant un grand nombre de points. Après les tâtonnements initiaux de rigueur, les tracés obtenus l'étaient avec une bonne précision. Ensuite on récapitule les résultats obtenus pour les différentes valeurs de  $p$ .

Remarque - On peut, pour certaines valeurs de  $p$  (par exemple  $p = \frac{1}{16}$  ou  $p = 16$ ), tracer des courbes dans un repère orthogonal avec une échelle appropriée.

\* Tracés d'hyperboles (H) représentations graphiques de  $g : x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d}$ ,  
 $c \neq 0$  (uniquement sur des exemples !) cela donne lieu à :

- Recherche de l'ensemble de définition de  $g$
- Tracé de (H)
- Recherche des asymptotes pour  $|x|$  tendant vers  $+\infty$  : la machine

permet un très grand nombre de calculs pour montrer que  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \frac{a}{c}$  et permet de justifier que l'équation  $g(x) = \frac{d}{c}$  n'a pas de solution.

- Calcul de  $\lim_{|x+\frac{d}{c}| \rightarrow 0} g(x)$  pour un grand nombre de valeurs de  $x$ .

## PARABOLES (OU HYPERBOLES)

Digression n° 1 - On prend  $k = 0$  et on se place en repère orthonormé. La parabole (P) d'équation  $y = \frac{x^2}{2p}$  est l'ensemble des points équidistants d'un point  $F(0, \frac{p}{4})$  et d'une droite (d) d'équation  $y = -\frac{p}{4}$ . On prend  $A(x, \frac{x^2}{2p}) \in (P)$ . (On a commencé pour des valeurs numériques de  $x$  puis on a étudié le cas d'un point quelconque de la courbe).

Soit H la projection orthogonale de A sur (d). Les élèves calculent  $d(A, F)$  et  $d(A, H)$ . A la machine, ils ont programmé le calcul de  $AF = \sqrt{(x_F - x_A)^2 + (y_F - y_A)^2}$  et de AH.

Digression n° 2 - On reprend  $k \in \mathbb{R}$  et on cherche le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 0$ . On montre l'équivalence avec la recherche du nombre de points d'intersection de la courbe (P) avec  $(Ox)$ , recherche que l'on peut mener à bien avec l'utilisation du graphique.

En résolvant l'équation  $\frac{x^2}{2p} + k = 0$ , quand elle a des solutions, on arrive à trouver des encadrements de réels avec la représentation graphique sur papier millimétré.

(Exemple : pour  $p = 1, k = -3$ , on encadre  $\sqrt{6}$  ; ... Mais, Monsieur, on a une machine, il suffit d'appuyer sur le bouton !).

Digression n° 3 - (non abordée)

- Recherche d'un axe de symétrie (médiatrice d'un segment formé par deux points pris sur la courbe).
- Et si on échange  $x$  et  $y$  ? (ou si on fait une symétrie axiale par rapport à la première bissectrice).
- Recherche d'un centre de symétrie dans le cas d'une hyperbole.

Digression n° 4 -

Et les représentations graphiques de  $g : x \mapsto ax^2 + bx + c$  avec  $b \neq 0$  ?

Et le nombre de solutions de  $g(x) = 0$  ?

Nous nous sommes contentés d'exemples, sans chercher à tirer

## EXEMPLES DE PROGRAMME

1) Pour calculer  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 1$  sur TI 57.

LRN	Mode programmation
1 3	
x	
RCL1	La machine ne calculant pas
x	$x^3$ pour $x$ négatif, on est
RCL1	obligé de calculer $x \times x^2$
$x^2$	
-	
4	
x	
RCL1	
$x^2$	
+	
5	
x	
RCL1	
+	
1	
=	Affichage du résultat
19 R/S	Stop
LRN	
x STO1	$x$ est mis en mémoire 1
RST	La machine revient au pas 1
R/S	Exécution

2) Pour calculer  $f(x) = x^5 - x^2 + 3$  avec un test sur  $x$  :

- si  $x$  est positif, on calcule  $x^5$  directement
- si  $x$  est négatif, on calcule  $x^2 \times x^2 \times x$

LRN	Mode programmation
1 0 (zéro)	
STO2	Initialisation à 0 de la mémoire 2 pour s'en servir à chaque passage
RCL1	
$x^2$	
+/-	Changement de signe
+	
3	
=	
STO2	Mise en mémoire 2 du résultat $-x^2 + 3$
RCL1	Affichage de $x$
2nd $\times \div \times$	Test sur $x$ : la machine compare l'affichage et le contenu de la mémoire 7 : 0
GTO1	Si $x \geq 0$ (réponse oui au test), la machine va à l'étiquette 1
RCL1	Si $x < 0$ (réponse non au test), elle saute l'instruction GTO1
$x^2$	
x	
RCL1	
$x^2$	
x	
RCL1	
+	
RCL2	
=	
R/S	Fin du calcul pour $x < 0$
2nd  b  1	Etiquette 1
RCL1	
$y^x$	
5	
+	
RCL2	
=	
31 R/S	Fin du calcul pour $x \geq 0$

de conclusions précises :

$$x \mapsto (x-3)(x+2) = x^2 - x - 6$$

$$x \mapsto 4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$x \mapsto \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \text{ etc ...}$$

### COURBES DE DEGRE > 2

Le but était de rechercher, sur quelques exemples, l'allure de telles courbes et le nombre de solutions graphiques de  $f(x) = 0$

Type d'exemples choisis :

$$* \quad f(x) = x^3 + x^2 + x \text{ et } f(x) = x^3 - 1 \quad (1 \text{ solution})$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - 2x \quad (3 \text{ solutions})$$

(Les élèves ont eu l'intuition qu'il n'y avait, dans ce cas, qu'une ou trois solutions)

$$* \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = x^4 + 1 \\ 0 \text{ solution} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} f(x) = x^4 - 2x^2 + 1 \\ 2 \text{ solutions} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} f(x) = x^4 - 5x^2 + 4 \\ 4 \text{ solutions} \end{array} \right.$$

Faute de temps, nous n'avons pas pu exploiter ceci plus loin.

On peut essayer de rechercher les symétries en tout genre etc ...

### CONCLUSION

Ces quelques idées peuvent s'adapter à d'autres classes que celle de 3ème.

Les élèves ont marqué un intérêt certain pour ce type d'activités. Ils ont fourni d'eux-mêmes l'effort pour retenir les règles élémentaires pour utiliser la machine. Etait-ce l'attrait de la nouveauté et d'un certain mystère, un besoin profond de faire autre chose en mathématiques ou le souci d'obéir à une mode passagère ?



### Vade mecum

1. Je commande des brochures APM (voir page 2) à une Régionale (voir en dernière page).
2. Si ce n'est déjà fait, je m'abonne au PLOT (voir en dernière page).

## QUESTION DE DEGRES

Pierre CHEVRIER et Serge PARPAY

Lycée Jean Macé - NIORT

*Nous vous proposons un extrait d'un travail proposé en 1980 à des Secondes A.*

*Cela nous a permis (entre autres) de réviser notre anglais, avec l'aide de l'assistante qui a bien voulu contrôler notre travail.*

Le petit Rémi Fassole écrit à son camarade Adrien Dutout :

"Ce matin, je me suis baigné. L'eau était à 25° : elle était très chaude !"

Le petit Harry Cover, habitant les Etats-Unis, écrit à son camarade Sam Pickford :

"This morning, when I was swimming, the water was cool; it was at 63°5..."

..... Six mois plus tard

Rémy écrit à Adrien :

"Il ne fait pas encore trop froid : le thermomètre indique -4 ..."

Harry écrit à Sam :

"It's very cold; it's at zero degree..."

..... Extrait d'un livre de physique du professeur français Pascal Aury :

"L'eau gèle à 0° et bout à 100°"

..... Extrait d'un livre de physique du professeur américain Alec Tricity :

"Water freezes at 32°F and boils at 212°F"

- 1) Expliquer ces apparentes contradictions entre Rémi Fassole et Harry Cover, entre les professeurs Aury et Tricity.
- 2) Vérifier les formules suivantes, où C représente la température en degrés Celsius, et F la température en degrés Fahrenheit :

$$F = 1,8.C + 32 \quad C = \frac{5}{9} F - \frac{160}{9}$$

Retrouver graphiquement les résultats précédents.

- 3) Préciser en °F (resp. °C) les températures indiquées par Rémi (resp. Harry).
- 4) Représenter graphiquement les fonctions (dans un même repère) :

$$f \left| \begin{array}{l} R \longrightarrow R \\ x \longmapsto 1,8x + 32 \end{array} \right. \quad g \left| \begin{array}{l} R \longrightarrow R \\ x \longmapsto \frac{5}{9} x - \frac{160}{9} \end{array} \right.$$

Retrouver géométriquement les résultats précédents.

- 5) Deux explorateurs, un Français avec un thermomètre Celsius et un Américain avec un thermomètre Fahrenheit, constatent que leurs thermomètres indiquent la même température.

Est-ce que les deux explorateurs portent un casque colonial ou un bonnet de fourrure ?

## LES MURS ONT LA PAROLE

Jean - Louis BON

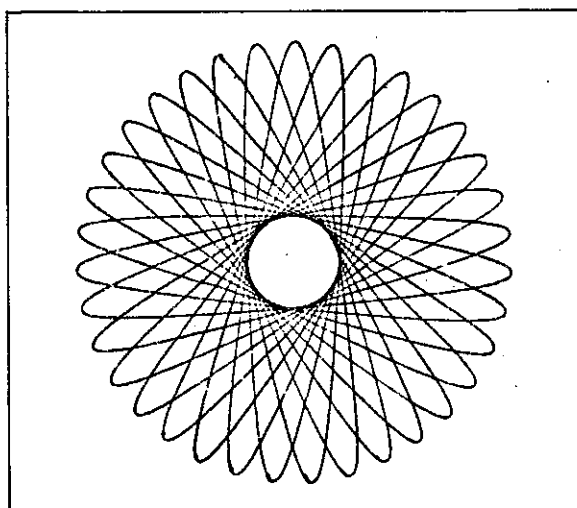
Lycée Augustin Thierry - BLOIS

*Il n'y a pas que les agences de publicité à s'intéresser aux affiches. Quand les panneaux publicitaires des abribus vanteront-ils les mérites de l'axiome de Thalès ou les vertus du grand théorème de Fermat ?*

Nous nous proposons de décrire (de façon purement journalistique) la mise en place d'une décoration mathématique dans une salle de classe. Nous laisserons de côté les avantages évidents qu'offre le fait de faire tous les cours de mathématiques dans une même salle (tableau adapté, matériel entreposé, etc...) pour n'en retenir que celui qui s'est naturellement imposé à nous. Nous devons passer environ un demi-millier d'heures dans cette salle; pourquoi ne pas essayer de rendre ce cadre de vie "agréablement mathématique" ? Si le rôle de l'enseignant est important, celui des élèves ne l'est guère moins et nous avons souvent eu la satisfaction de voir combien ces jeunes (que l'on voit arracher les porte-manteaux à l'extérieur) sont sensibles à cet environnement. Nous ne retiendrons que quelques exemples qui semblent caractéristiques de l'aspect spécifique de l'affiche mathématique.

### AFFICHAGE DECORATIF

Les élèves ont toujours montré beaucoup d'admiration devant les courbes de ce type. L'une d'entre elles a d'ailleurs été l'occasion d'étudier de plus près un jeu, le "Spirograph" de Meccano, mais qui mériterait à lui seul un article du PLOT (avis aux amateurs) !

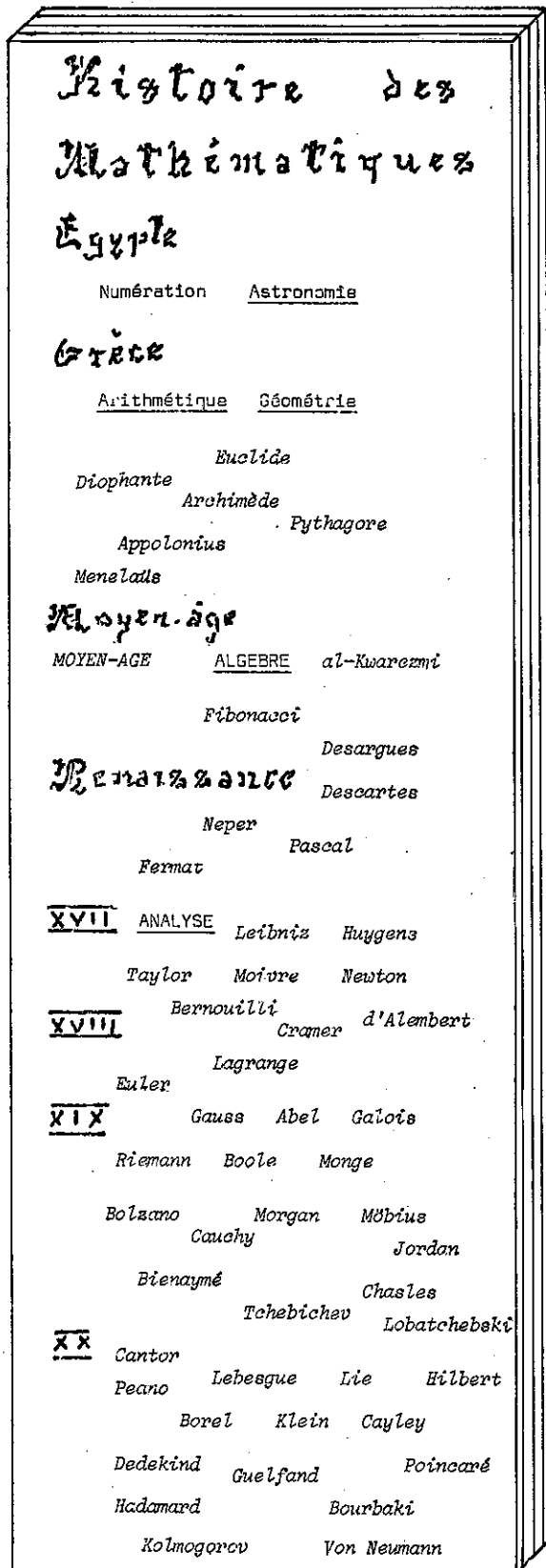


### AFFICHAGE INSTRUCTIF

C'est à l'usage que l'on comprend l'importance de deux affiches (faites main) sur l'histoire des mathématiques et sur la géographie des mathématiques. Il est techniquement impossible de reproduire ici l'affiche "Histoire des mathématiques" (1,80m x 0,30m), mais le plan donné sur la figure ci-contre donne une idée de sa réalisation. Loin de nous la pensée que c'est le meilleur plan possible; il manque en particulier des points de repère d'histoire politique ou culturelle.

Nous étions contents d'avoir pu illustrer par une photo chacun des noms donnés à partir du XVIII<sup>e</sup> siècle. Le travail est

bien artisanal et les puristes trouveront dans le livre "Histoire des Mathématiques pour le collège" une chronologie très dé-



taillée pouvant servir de base à une telle affiche (1)

Il va de soi que parler du théorème de Thalès en disant "il est là" et "il a vécu là" est plus agréable que d'en faire lui aussi une structure abstraite.

#### AFFICHAGE INTERROGATIF

Nous avons pris l'habitude de réserver un coin de mur à la rubrique "problème hebdo". Pendant les inter-classes, les élèves la lisaient, la relisaient. Parfois le problème les intéressait et (plus rarement) un élève cherchait à en rédiger la solution. Pour tout avouer il y a eu cinq, ou six, rédactions de tels problèmes dans l'année, mais il est sûr que beaucoup plus s'étaient penchés dessus.

Le choix des problèmes était aléatoire et variable : olympiades, "Le Monde", "Science et Vie", livres de classe ... Les élèves fournissaient aussi des problèmes et s'ils ne nous semblaient pas très originaux, pour eux ils l'étaient ! Mais on n'arrête pas le progrès et à côté du "problème hebdo" vint s'installer "pb du p.a." (tiré du Petit Archimède).

#### AFFICHAGE DE LA VIE COURANTE

Sont classées dans cette catégorie toutes les affiches dont le but est, à partir d'une situation "dans la vie", de fournir une situation mathématique. Deux affiches ont particulièrement troublé les élèves (de la 6<sup>e</sup> à la Terminale) :

1) L'objectivité des chiffres. Étaient parus simultanément dans les journaux "Le Monde" et "L'Humanité" les résultats d'une élection professionnelle. Les titres étaient respectivement : "La CGT recule à l'entre-

(1) Histoire des maths pour le Collège IREM de Paris VII. Cedic 1980 (Collection : la mathématique dans la réalité)

prise Renault de Flins" et "La CGT progresse de 2% chez les ouvriers et de 3% chez les cadres à Renault-Flins", et les deux avaient raison ! Elle progressait au collège A et au collège B, et quand on faisait la somme, elle reculait !

2) La chaînette, Après avoir étudié la courbe d'équation  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ , quoi de plus simple que de la tracer sur grand format puis d'enfiler des perles sur un fil, puis enfin de constater qu'on peut trouver deux points de la courbe où fixer le collier pour qu'elle coïncide avec celui-ci.



## AFFICHAGE EXCLAMATIF

Avec un peu de patience et un rouleau de papier pour caisse enregistreuse, vous pouvez vous amuser à écrire tous les entiers naturels de 1 à 1500 (un par centimètre). Vous entourez alors les entiers premiers et vous les numérotez. Vous disposez la bande autour de la classe et vous obtenez "concrètement" la répartition des nombres premiers de 1 à 1500. Que de questions alors surgissent ! De faciles, de difficiles, de très difficiles. Vous pouvez alors admirer la formule de Tchebichev "à la main". Peut-être

Le théorème de Tchebichev dit "Le nombre de nombres premiers n'excédant pas  $n$  est à peu près  $n/\text{Log}n$ " (1850). Par exemple, pour  $n = 1000$ , il y a 168 nombres premiers et  $1000/\text{Log}1000 = 145$ .

Hadamard, et de la Vallée Poussin, ont affiné les choses (1896) en montrant que le nombre cherché est "asymptotiquement" le rapport  $n/\text{Log}n$ .

Une autre expression de ce théorème est "Le  $n$ -ième nombre premier est à peu près  $n \cdot \text{Log}n$ ".

tre est-il nécessaire d'y mettre un cadenas car cette affiche disparut au bout de quatre semaines ! Dans le même style, vous pouvez utiliser l'affiche de Petit Archimède numéro "Spécial pi" qui comporte les 50 premières décimales de  $\pi$ .

Il existe sans doute maintes autres possibilités d'affichage mathématique. A vous de vous y essayer.

A PARTIR DE NOTRE PROCHAIN NUMERO :



- > LA RUBRIQUE DU RUBIK'S (à la recherche d'un vaccin contre le cube hongrois)
- > FAITES VOS JEUX ! (acheter des jeux dans le commerce, c'est vulgaire, mais les fabriquer soi-même, c'est le pied !)

## REGIONALE DE POITIERS

CCP : BORDEAUX 3852 59

Siège Social : CRDP 6, rue Sainte Catherine 86034 Poitiers  
 Présidente : C. BLOCH 138, rue de la Mèrigote 86000 POITIERS (49).41.40.74  
 Secrétaire : M. PUYGRENIER La Folie 86500 MONTMORILLON (49).91.15.36  
 Trésorière : J. CARTRON 1, impasse des Fauvettes 79000 NIORT (49).24.41.29

Secrétaires des Départementales :

16 : M. MESNARD Résidence des Tilleuls, rue Parmentier 16000 ANGOULEME (45).92.95.69  
 17 : M. FOURNIER 10, avenue de Terrefort 17100 SAINTES (46).93.28.74  
 79 : J-P GUICHARD Le Chenim Vert. Boisvert. Le Tallud 79200 PARTHENAY  
 86 : M-H CHAUSSEAU 14, rue Maurice Bedel 86100 CHATELLERAULT (49).21.84.51

Commissions :

Elémentaire : J. BELLICAUD 28, la Dinière 86180 BUXEROLLES (49).61.00.44  
 1er Cycle : J. CARTRON  
 2ème Cycle : D. PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87  
 Technique : M. FOURNIER  
 Informatique : G. DESENFANT St Gelars 79410 ECHIRE (49).75.01.38  
 Jeux : J. FROMENTIN 17, rue de la Roussille 79000 NIORT (49).28.39.77  
 Sujets d'examen : G. BORIION 12, rue E. Grimaux 86000 POITIERS (49).01.77.84  
 Publications régionales : J. FROMENTIN et  
 J. BOROWCZYK 1, rue de Provence 86000 POITIERS (49).47.71.27  
 Représentant de l'APM au Conseil de gestion de l'Irem : M. PUYGRENIER (suppléant : G. BORIION)

ABONNEMENT AU

**plot**

L'abonnement est valable pour l'année civile. Tarif normal ..... : 30 F  
 Tarif réduit (membres de l'APMEP) : 20 F

Pour régler l'abonnement, utilisez le talon détachable ci-dessous (ou recopiez les renseignements qui y sont portés en cas de virement postal).

Attention : Les abonnés habitant les Académies de POITIERS (Départements 16-17-79-86) • ou de LIMOGES (Départements 19-23-87) doivent adresser leur demande d'abonnement aux Régionales concernées (voir adresses et CCP ci-dessus et au verso).

PLOT - Abonnement 1981 - A renvoyer, avec le chèque, à : APMEP. Irem. Université.  
 45046 Orléans Cedex

NOM : ..... Prénom : .....

Adresse personnelle :  
 (avec code postal) .....

Ci-joint un chèque postal (1) de 30 F (tarif normal) (1) libellé à l'ordre de :  
bancaire (1) de 20 F (membre APM)

REGIONALE APMEP d'ORLEANS-TOURS CCP : La Source 1440 09 X

(1) Rayez la mention inutile

## REGIONALE DE LIMOGES

CCP : LIMOGES 117 66 R

Secrétariat : IREM. 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES Cedex (55).79.24.12

Président d'honneur : Mr ROGERIE 22, rue L. Codet 87200 St JUNIEN (55).02.15.69

Président : Mr NICOLAS 29, rue A. Texier 87000 LIMOGES (55).77.07.76

Vice-présidents :

-Corrèze : Mr BOUTEILLER 7 bis av. du Pdt Roosevelt 19100 BRIVE (55).74.20.11

-Creuse : Mr BOURCY Ecole Primaire 23130 CHENERAILLES

-Hte Vienne : Mr LABROUSSE 9, rue du Petit Tour 87000 LIMOGES (55).33.49.70

Secrétaires : Mme BALARD 12, rue des Myosotis 87260 PIERRE BUFFIERE (55).00.68.56

Mr LABROUSSE

Trésorier : Mr DUVEAU 4, rue Eugène Leroy 87500 St VRIEX (55).75.07.32

Brochures : Mme ROUGIER 35, avenue de la Vienne 87170 ISLE (55).32.54.23

Mr CATHALIFAUD 20, allée de Villagory 87000 LIMOGES (55).30.58.56

Enseignement Primaire et maternel : Mme ROUGIER, Mme CATHALIFAUD

Premier Cycle : Mr BATIER 12, rue Charles Péguy 87700 AIXE sur VIENNE (55).70.16.68

Liaison CM2-6è : Mr CREPIN 94, av. de Locarno 87000 LIMOGES (55).33.46.68

Second Cycle : Mr FELDMAN 16, impasse Jean Roux 87000 LIMOGES (55).37.47.09

Mme PESTEL Collège Guy de Maupassant 87000 LIMOGES

Enseignement post-bac : Mr SOURD 58, rue Meissonier 87000 LIMOGES (55).77.05.57

Formation des maîtres : Mr FREDON 40, rue Regnard 87100 LIMOGES (55).79.34.02

Liaisons interdisciplinaires : Mr ROUGIER

Jeux : Mr CATHALIFAUD

Conseil d'Administration de l'Irem : Mr ROUGIER

Informatique : Mr DUVEAU

Plot : Mr FREDON

## REGIONALE D'ORLEANS - TOURS

CCP : LA SOURCE 1440 09 X

Siège Social : IREM. Université 45046 ORLEANS Cedex

Président : Jacques PINAUD 4, rue de la Tuilerie. Chambléan-Garnay 28500 VERNOUTILLET

Trésorier : André DUTHILLEUL 13, rue du Domaine 37300 JOUE LES TOURS (47).27.75.74

Secrétaires : Remy CHARPENTIER 1, av. Voltaire 45100 ORLEANS (38).63.23.86

Michel DARCHE 1, rue Albert Laville 45000 ORLEANS (38).62.22.85

Patrick MARTHE 15, rue Berthollet 45100 ORLEANS (38).63.12.83

Pascal MONSELLIER Les Tourelles. Marcilly-en-Villette

45240 LA FERTE SAINT AUBIN (38).65.11.77

Tâches du bureau : Enseignement Élémentaire - Matériel Pédagogique : Michel Darche

Enseignement du Premier Cycle : André Duthilleul

Enseignement du Second Cycle : Jacques Pinaud

Enseignement Supérieur : Remy Charpentier

Informatique : Patrick Marthe

Publications : Pascal Monsellier



