

ABONNEZ-VOUS

plot

BULLETIN DES REGIONALES A.P.M.E.P.
DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Le PLOT ne se fait pas une spécialité des anniversaires, mais ce numéro se penche cependant sur deux vénérables institutions.

π tout d'abord, dont nous fêtons cette année la démonstration de la transcendance, a inspiré un article sur l'histoire de cette propriété mal connue des réels.

Le Calendrier Grégorien ensuite, dont le mois de décembre voit célébrer le 400^e anniversaire de la mise en oeuvre en France, mérite aussi qu'on s'y arrête.

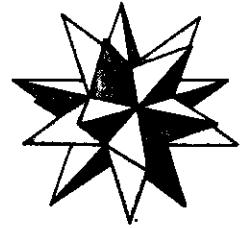
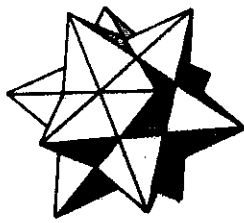
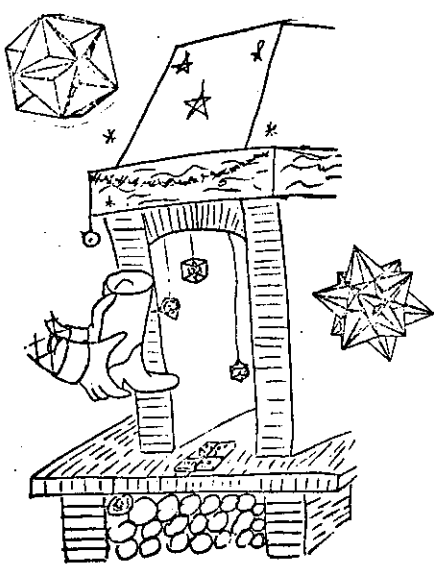
C'est bientôt Noël. Pourquoi ne pas offrir un PLOT-matériel ? Il est aussi temps de renouveler votre abonnement pour 1983. Pensez-y : plus tôt vous le ferez et plus tôt vous allègerez notre travail.

L'équipe d'animation

Adresse du journal : IREM. Université. 45046 Orléans Cedex Directeur de
Publication : Pascal Monsellier Numéro de Commission Paritaire : 63181
Imprimé par le Centre Régional de Documentation Pédagogique; 55, rue Notre-Dame de
Recouvrance - 45000 Orléans Equipe d'animation : Jacques Borowczyk, Roger
Crépin, Pascal Monsellier

Dépôt légal : 4^e trimestre 1982

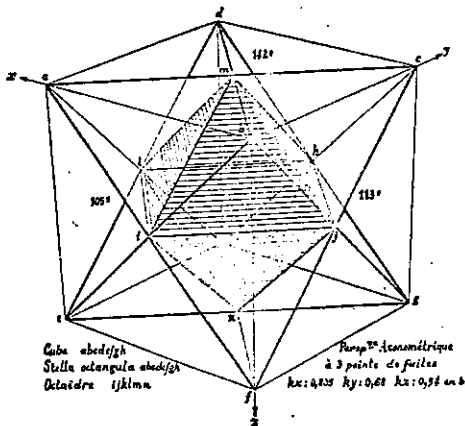
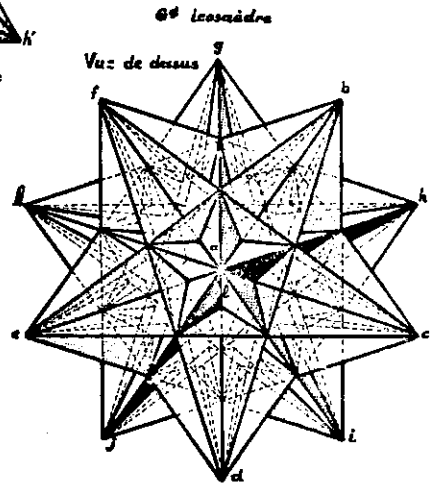
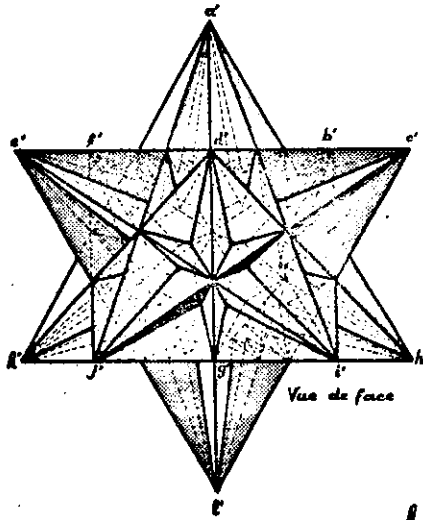
Toutes les publicités contenues dans le PLOT le sont à titre gratuit.



plot MATERIEL

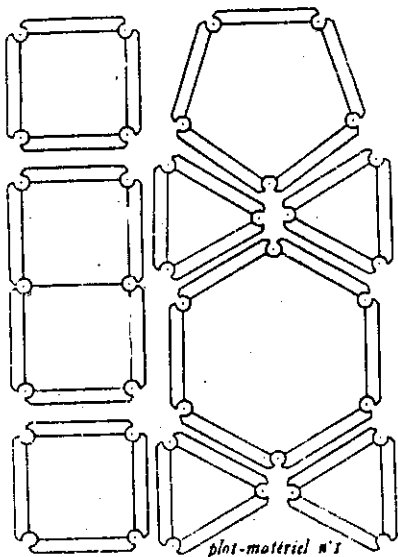
Pour les Fêtes de fin d'année, pourquoi ne pas offrir un (ou deux) numéro de

PLOT - MATERIEL ?



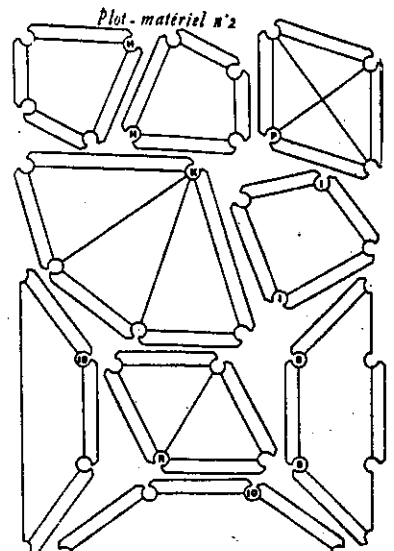
Cube abedfgh
Salle octangula abedfgh
Octaïdre ijklmn

Prop^{re} Acronométrique
à 3 points de feuilles
hx: 0,225 hy: 0,61 hz: 0,56 en b



Vous éprouvez sans doute le besoin d'avoir d'autres feuilles cartonnées prédécoupées pour utiliser dans vos classes ou offrir autour de vous. La Régionale d'Orléans-Tours édite pour cela, des pochettes complémentaires de 30 feuilles cartonnées semblables à l'envoi joint aux suppléments 1 et 2 du PLOT.

Pour commander ces pochettes voir les détails en dernière page.



ABONNEZ-VOUS

plot

BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Sommaire du n° 21

Rencontres

- Pascal MONSELLIER* - Rapide Histoire de la Transcendance 3
Pierre BERNAT - Sur les nombres de Mersenne et de Fernet 13
Alfred GIRY - Du Calendrier Grégorien 17

Pratique

- Lycée de JONZAC* - Des Groupes de Niveau en Seconde 24
James TOUILLET - Arpentage 27
Lycée L. Limosin de LIMOGES - Cicéron et les Astres 28
Françoise GAUDY - Le latin de CF Gauss 30

Echanges

- Suppléments au PLOT 1983 23
Michel LABROUSSE - Mots Croisés 12

Abonnement & Agenda

33

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

ADHERENTS DE L'APM !

Commandez ces brochures à votre Régionale, dont c'est une des seules sources.

(Voir les adresses en dernière page).

Numéro de collection	Titre	Prix en francs port compris (1/12/1982)
8	Mots I, 1974, 100 p.	16
9	Elem-Math I, 1975, 56 p.	6
10	Carrés magiques par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p.	6
11	Mots II, 1975, 108 p.	16
12	Substitutions et groupe symétrique par J. Dautrevaux.	Epuisé
13	Mathématique pour la formation d'adultes (CUEEP) par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p.	23,50
14	A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2 ^e édition, 1976, 220 p.	23,50
15	Mots III, 1976, 136 p.	18
16	Elem-Math II, 1976, 56 p.	9
17	Hasardons-neus, 1976, 220 p.	33,50
19	Elem-Math III, La division à l'école élémentaire, 1977, 100 p.	16
20	Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques, 1977, 280 p.	33,50
21	Géométrie au premier cycle, tome 1, 1977, 208 p.	33,50
22	Géométrie au premier cycle, tome 2, 1978, 328 p.	38,50
23	Pavés et bulles par Françoise Pécaut, 1978, 288 p.	38,50
24	Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM), 1978, 120 p.	26
25	Mots IV, 1978, 152 p.	18
26	Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire, 1978, 64 p.	15
27	Pour une mathématique vivante en Seconde, 1979, 128 p.	21
D1	La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent, dictionnaire de l'A.P.M.E.P. 1962-1979, 113 notices, 211 fiches	70
28	Analyse des données, tome 1, 1980, 248 p.	38,50
29	Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaires, 1979, 192 p.	24

30	Les manuels scolaires de mathématiques, 1979, 280 p.	38,50
31	Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle), 1979, 176 p. ...	21
32	Texte d'orientation A.P.M.E.P. 1978 dans le prolongement des Chartes de Chambéry et de Caen [Bulletin 314] .	2
33	Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1, 1979, 248 p.	33,50
34	Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de Quatrième-Troisième, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation, 1979, 160 p.	Epuisé
35	Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes, 1979, 104 p.	26
36	Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Elémentaire, 1980, 64 p.	12
37	Mots V, 1980, 114 p.	20
38	Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2, 1981, 140 p.	33
40	Analyse des données, tome 2, 1980, 296 p.	41,50
41	Fragments d'histoire des mathématiques, 1981, 176 p.	45
42	"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques, 1981, 56 p.	18
43	Mathématique active en Seconde, 1981, 220 p. environ.	46,50
D2	Dictionnaire A.P.M.E.P., millésime 1980, 20 fiches.	36
44	Jeux 1. Les jeux et les mathématiques, 1982, 184 p. et 13 fiches.	59,50
45	Mathématiques et Sciences Physiques en Lycée d'Enseignement Professionnel, brochure U.d.P.-A.P.M.E.P., 1981, 48 p.	gratuit

Rapide Histoire de la Transcendance

Pascal MONSELLIER - Orléans

Il y a des gens qui dansent sans entrer en transe, et il y en a d'autres qui entrent en transe sans danser. Ce phénomène s'appelle la transcendance et dans nos régions il est fort apprécié.

(Prévert. Spectacle)

Les lecteurs du PLOT ne l'ignorent pas : le numéro 19 de leur trimestriel préféré leur a rappelé que la démonstration de la transcendance de π a 100 ans cette année. Je me suis donc mis, pour fêter dignement cet anniversaire, à chercher un peu partout de la documentation sur ce sujet. Mon idée de départ était de fournir à mes élèves de Second Cycle un thème "historique" et de réunir une documentation qui leur soit accessible, sorte de documentation qui, reconnaissons-le, n'encombre pas indûment les bibliothèques des établissements scolaires.

De fil en aiguille mes notes ont grossi... et ont été le prétexte de cet article. Quant aux textes directement accessibles aux élèves, ils sont rares : ils restent à écrire pour l'essentiel !

" Il est probable que le nombre π n'est même pas compris dans les irrationnelles algébriques, c'est à dire qu'il ne peut être racine d'une équation algébrique d'un nombre fini de termes dont les coefficients sont rationnels; mais il paraît très difficile de démontrer rigoureusement cette propriété". C'est en 1794 qu'Adrien-Marie LEGENDRE (1752-1833) écrit cette phrase, après avoir amélioré la démonstration de l'irrationalité de π . Cette intuition de Legendre, qui répond bien aux questionnements que l'approche des nombres durant tout le XVIII^e siècle n'a cessé de poser, sera confirmée 88 ans plus tard.

UNE VIEILLE AFFAIRE

La preuve de la transcendance de π clôt une vieille affaire qu'il convient de rappeler. On sait que DEMOCRITE (v.460-v.370) et les Pythagoriciens, partant de la croyance fondamentale que le nombre entier gouvernait l'Univers, conclurent à l'existence d'entités indivisibles, les "atomes". Tout objet, même idéal, devait par conséquent être constitué d'un nombre entier d'atomes : le rapport de deux longueurs ne pouvait donc être qu'un quotient de deux entiers, c'est à dire un nombre rationnel. Cela posa problème quand les Pythagoriciens découvrirent que la diagonale d'un carré est *incommensurable* au côté de celui-ci (ce qui, dans le langage géométrique des Grecs, signifie que leur rapport n'est pas rationnel). La légende veut même que ce résultat ait été initialement tenu secret et qu'un certain Hipppasus qui avait divulgué hors de la secte cette terrible vérité ait été condamné à mort et noyé... Tragédie inutile puisque l'existence de grandeurs irrationnelles devient peu à peu familière au monde scientifique grec. C'est même ARISTOTE (384-322), qui ne fut pourtant pas toujours à la pointe de la science de son époque, qui rapporte le premier la preuve pythagoricienne de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ (par *reductio ad absurdum*).

L'hégémonie scientifique et politique de la secte pythagoricienne ne s'en releva pas, mais le reste des mathématiciens supportèrent ces "nombres"

bizarres d'autant mieux que leur système de pensée privilégiait la géométrie et qu'ils n'eurent pas à élaborer une théorie des nombres réels (1).

De plus, vu de notre époque, les irrationnelles qui avaient ému les Grecs présentaient un aspect bien sympathique. On pouvait en effet les définir comme solution d'une équation (ex. $x^2=2$) qui permettait d'une part de les nommer (ex. $x=\sqrt{2}$) et d'autre part de mettre en oeuvre des algorithmes de calcul qui permettait de les approcher d'aussi près que l'on voulait (ex., pour $\sqrt{2}$, la méthode de Héron

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{2}{x_n} \right)$$

A la même époque, on se préoccupe de connaître avec précision le rapport de la longueur d'un cercle à son diamètre, que nous nommons π . Mais cette grandeur est perçue comme un rapport et non comme un nombre, et rien ne nous dit si les Grecs se préoccupaient de savoir si ce rapport était rationnel ou non. ARCHIMEDE (287-212), dans son Traité "Sur la mesure du cercle" fournit un résultat qui, interprété dans notre langage actuel, est

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$$

Mais la nature de π ne le préoccupe pas et, après lui, c'est une longue nuit qui recouvre l'Occident.

En fait, les savants grecs de l'époque classique se passionnaient pour trois problèmes de construction géométrique "à la règle et au compas", auxquels la légende veut qu'ANAXAGORE de CLAZOMENE (v.500-428), le maître de Périclès et de Socrate, ait travaillé dans la prison où ses positions non conformistes l'avaient amené :

- diviser un angle quelconque en trois angles égaux (*trisection de l'angle*).
- construire le côté d'un cube de volume double de celui d'un cube donné (*duplication du cube*).
- construire un carré ayant même aire qu'un cercle donné (*quadrature du cercle*).

Ces trois problèmes furent étudiés en tous sens, aussi bien dans l'Antiquité qu'en Occident à partir de la Renaissance. Ils furent l'objet d'innombrables "solutions" de la part de nombreux "amateurs".

Après que l'Europe fût sortie de sa nuit et ait redécouvert, lu, compris et dépassé la science grecque, le travail sur π repartit de plus belle. C'est l'époque du début de la "chasse aux décimales". Le XVIII^e siècle, siècle de l'analyse et des calculateurs, s'illustre particulièrement à partir de 1717, où de LAGNY fournit 127 décimales pour π . Chercher à encadrer π de plus en plus finement amène inévitablement à se poser la question : π est-il rationnel ?

II EST IRRATIONNEL

C'est le mathématicien helvétique Johann Henrich LAMBERT (1728-1777) qui apporte une réponse à cette question. Dans son Traité *Vorläufige Kenntnisse für die so die Quadratur und Rectification des Circuls Suchen (Savoir préliminaire pour ceux qui cherchent la quadrature du cercle)* en 1767, Lambert développe tanx en fractions continues et prouve le théorème :

Th : Si x est un nombre rationnel non nul, alors tanx est irrationnel.

Il en résulte que si tanx était rationnel, x ne pouvait être que nul ou irrationnel. Comme $\tan \pi/4 = 1$, cela prouve que $\pi/4$, donc π , est irrationnel.

Grand amateur de fractions continues, Lambert en fournit une très intéressante pour π :

$$\pi = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}}}}}}}$$

(1) Mis à part, évidemment, Eudoxe de Cnide (v.406-v.355) qui élaborait une "théorie des grandeurs" qui peut être considérée comme un ancêtre de la théorie des réels.

Si on limite le calcul, cette fraction continue fournit des valeurs bien connues, à savoir :

$\frac{3}{7}$: valeur sous-entendue par la Bible (*Rois I, VII, 23*).

$\frac{22}{7}$: majorant de π donné par Archimède.

$\frac{333}{106}$: minorant fourni par Adrian Anthonisz en 1583.

$\frac{355}{113}$: publié par Adrien Metius, fils du précédent, en 1625 (2).

Quelques années après Lambert, le Français Adrien-Marie L'égendre, dans ses "*Eléments de Géométrie*" (1794), reprend sa démonstration, l'améliore sur un point, prouve l'irrationalité de π^2 et se pose la question que nous avons signalé en tête de cet article. C'était une des premières fois qu'on se posait aussi clairement le problème de la transcendance d'un nombre.

EXISTE-T-IL DES NOMBRES TRANSCENDANTS ?

Tout nombre rationnel p/q est solution de l'équation du premier degré à coefficients entiers :

$$qx - p = 0$$

Les irrationnels découverts par les Grecs n'ont certes pas cette simplicité, mais ils sont cependant solutions d'équations algébriques, c'est à dire d'équations polynomiales à coefficients entiers, mais de degré supérieur à un.

Par exemple :

$$\sqrt{2} \text{ est solution de } x^2 - 2 = 0$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} \text{ est solution de } x^4 - 16x^2 + 4 = 0$$

$$\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} \text{ est solution de}$$

$$x^9 - 3x^6 + 165x^3 - 1 = 0$$

$$1 + \sqrt{2 - \sqrt[3]{5}} \text{ est solution de}$$

$$x^6 - 6x^5 + 9x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 6x + 4 = 0$$

... etc

Cette approche algébrique de ces nombres irrationnels permet d'une part de connaître leur existence et de les nommer (en les obtenant, comme dans les exemples ci-dessus, à partir de nombres "plus simples") et d'autre part de les approcher aussi finement que l'on désire à l'aide d'algorithmes de calcul (méthode de Newton par exemple). On appelle ces nombres des *nombres algébriques*.

Or au XVIII^e siècle, outre π (dont l'identification en tant que nombre était somme toute assez récente (3)), on commença à voir apparaître des réels qui n'étaient pas obtenus comme solutions d'équations algébriques, comme e ou C (4). Il avait fallu leur donner des noms qui ne découlaient pas de leur statut et inventer des procédés ingénieux et souvent difficiles pour les approcher.

On commença donc à suspecter qu'il existait des nombres qui, non seulement étaient irrationnels, mais en outre n'étaient pas des nombres algébriques : ces nombres furent appelés *transcendants*.

(2) En fait, Adrian Anthonisz a trouvé $\frac{333}{106} < \pi < \frac{377}{120}$ et son fils Adrien Metius s'est contenté de faire la moyenne des numérateurs et des dénominateurs.

(3) Depuis les Grecs, on cherchait à évaluer le rapport de la longueur du cercle au diamètre. Même William Dughtred (1647) et Isaac Barrow (1664) étudient eux aussi le rapport entre π , longueur du cercle, et δ , diamètre. Il faut attendre William Jones (1706) pour que la lettre π désigne clairement un nombre qui intervient en tant que tel dans un calcul. On sait qu'après quelques hésitations (p, c, ...) Euler adopte définitivement la lettre π pour désigner le nombre en question après 1738. C'est justement A. M. Legendre, dans ses "*Eléments de Géométrie*" (1794) qui utilise sans doute le premier de manière systématique dans un ouvrage élémentaire la lettre π pour désigner un nombre.

(4) e est le nombre dont le logarithme népérien vaut 1. Leibniz désignait ce nombre par la lettre b (1691). Euler introduit la notation e dès 1727 ou 1728.

$$e = 2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 66995 \dots$$

C (ou γ selon les notations) est la *constante d'Euler*, c'est la limite de la suite

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \text{Log}n. \text{ Une valeur approchée de } C \text{ est}$$

$$C = 0,57721 56649 01532 86060 65120 90082 \dots$$

Il n'est nullement évident que de tels nombres existent. Par exemple, l'équation

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

est "transcendante", au sens où elle n'est pas algébrique ($\sin x$ n'est égal à aucun polynôme de degré fini). Une solution de cette équation est $\pi/6$, nombre transcendant. Mais l'équation

$$\sin x = 0$$

elle aussi "transcendante", admet le nombre entier 0, nombre algébrique s'il en est, comme solution.

Il faut donc replacer l'interrogation de Legendre dans son contexte. En 1794, si on commence à suspecter π , e , C et d'autres d'être d'une autre nature que les nombres connus, on ne connaît aucun nombre transcendant, on ignore s'il en existe au moins un et on n'a probablement aucune idée sur la manière de mener à bien une démonstration à ce sujet.

L'existence de nombres transcendants s'affirme en deux étapes : Liouville en exhibe quelques uns, puis Cantor les "compte".

LES NOMBRES DE LIOUVILLE

Joseph LIOUVILLE (1809-1882) n'a pas pour seul titre de gloire d'avoir fait publier en 1846 l'ensemble de l'oeuvre d'E. Galois. En 1844, il a mis en évidence la transcendance de certains nombres. L'idée de Liouville est la suivante : il constata "que les nombres algébriques irrationnels ne sont approchés qu'assez grossièrement par des fractions irréductibles dont le dénominateur ne dépasse pas une certaine limite (5)". Il lui suffit alors de "construire des nombres qui, approchés de beaucoup plus près, sont nécessairement transcendants (5)".

Plus précisément, dans une note adressée à l'Académie des Sciences (6) et datée du 20 mars 1844, il prouve que si le nombre irrationnel x est solution d'une équation algébrique de degré n ($n > 1$), il existe une constante $A(x)$ telle que

$$\forall \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \quad \left| x - \frac{p}{q} \right| \geq \frac{1}{A(x) |q|^n} \quad (7)$$

Quand on cherche donc une fraction p/q qui approche l'irrationnel algébrique x à ϵ près (c'est à dire telle que $0 < |x - p/q| < \epsilon$), il est nécessaire, quand ϵ diminue, que p et q augmentent avec une *croissance très rapide en fonction de ϵ* . Fort de cette remarque, Liouville construit alors les nombres qui portent son nom. Un nombre irrationnel est appelé *nombre de Liouville* si, pour tout entier k , il existe un rationnel p/q qui approche x à une distance $1/q^k$.

$$\text{ie } \exists k \in \mathbb{N} \quad \left| x - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{q^k}$$

Un tel nombre s'approche "bien" par des nombres rationnels, d'"aussi près" que l'on désire. Il n'est donc pas algébrique : c'est un nombre transcendant.

Comme il existe une infinité de nombres de Liouville, il existe une infinité de nombres transcendants. Deux questions se posent alors : *tout nombre transcendant est-il un nombre de Liouville ? "Combien" y a-t-il de nombres transcendants dans \mathbb{R} ?*

A la première question, le mathématicien allemand K. MAHLER répondit par la négative en 1937 : il prouva que π (dont la transcendance avait été prouvée entre temps) n'est pas un nombre de Liouville (8). Il exhiba même un procédé pour fabriquer un nombre transcendant qui n'est pas un nombre de Liouville en prouvant la propriété suivante :

(5) Paul Dubreïl, in *Bibliothèque* n° (5), page 111.

(6) Note intitulée "Sur des classes très étendues de quantités dont la valeur n'est ni algébrique, ni même réductible à des irrationnelles algébriques".

(7) On trouvera la preuve complète dans le *Petit Archimède*, Numéro Spécial II (cf *Bibliothèque* n° 4), pages 132-133.

(8) Plus précisément, Mahler prouva que : $\forall \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$, si $q > 1$, alors $|\pi - \frac{p}{q}| \geq q^{-42}$

Depuis, M. Mignotte a affiné le résultat précédent en montrant (1974) que

$$\forall \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}, \text{ si } q > 1, \text{ alors } q^{-20} > \left| \pi - \frac{p}{q} \right| \geq q^{-21}$$

LES NOMBRES DE LIOUVILLE

Les exemples de nombres de Liouville sont nombreux.

1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^{n!}}$

2) Plus généralement, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{A^{n!}}$ (A entier supérieur ou égal à 2)

Par exemple, pour A = 10, le développement décimal du nombre de Liouville correspondant est :

$$x = 0,11000 \quad 10000 \quad 00000 \quad 00000 \quad 00010 \quad 00000 \quad \dots$$

$\uparrow\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 12 6 24

Ce développement n'est formé que de 0 et de 1; Les "1" occupent les rangs des factorielles (1,2,6,24,120,720,....)

3) Soit (n_k) une suite d'entiers positifs tels que $\lim (n_k) = +\infty$.
Soit x un réel développable en fraction continue :

$$x = b_0 + \frac{1}{b_1 + \frac{1}{b_2 + \dots}}$$

Considérons la réduite d'ordre p de ce développement, et écrivons la $\frac{A_p}{B_p}$

Si, quand $k \geq 1$, $b_{n_{k+1}} \geq (B_{n_k})^{n_k - 2}$, alors x est un nombre de Liouville.

Par exemple :

$$x = \frac{1}{10 + \frac{1}{10^{2!} + \frac{1}{10^{3!} + \dots}}}$$

est un nombre de Liouville.

Th : Soit $f(x)$ une fonction polynomiale non constante. Alors le nombre qui s'écrit

$$0, y_1 y_2 y_3 \dots y_n \dots$$

dans lequel $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad y_n = f(n)$
est un nombre transcendant qui n'est pas de Liouville.

Par exemple, si $f(x) = x$, la propriété de Mahler donne comme nombre transcendant qui n'est pas de Liouville :

$$x = 0,1234567891011121314151617181920\dots$$

C'est Georg CANTOR (1845-1918) qui répondit à la seconde question. Ayant démontré que l'ensemble des nombres algébriques est dénombrable, il en déduisit que l'ensemble des nombres transcendants a la puissance du continu. D'une manière imagée, disons que si on choisit un nombre réel "au hasard", on a la quasi-certitude qu'il sera transcendant... Situation d'autant plus troublante qu'on ne "connaît" actuellement que fort peu de nombres transcendants...

Et π ? A partir du moment où Liouville avait prouvé l'existence de nombres transcendants, cela devenait intéressant d'essayer d'étudier la transcendance d'irrationnels célèbres. Charles HERMITE (1822-1901), le premier, démontra la transcendance de e en 1873. Sa méthode "repose sur l'utilisation de formules fournissant des approximations de quotients de plusieurs fonctions exponentielles par des quotients du même nombre de polynômes (9)". Mais Hermite ne s'essaya pas à faire le même travail pour π . Il écrivit à son ami Borchardt :
"Je ne me risquerai pas à essayer de démontrer la transcendance du nombre π . Si d'autres l'entreprennent, nul ne sera plus heureux que moi de leur réussite; mais, croyez-moi mon cher ami, cela ne manquera pas de leur coûter quelques efforts".

Ces efforts, ce furent Carl Louis Ferdinand LINDEMANN (1852-1939) qui les fit, avec une méthode qui reprend les idées d'Hermite.

(9) Petit Archimède ; Numéro Spécial II (cf Biblio n° 4); pages 138 et suivantes

π EST TRANSCENDANT

Le résultat d'Hermite avait la conséquence suivante : puisque e est transcendant, l'équation

$$p_1 e^{x_1} + p_2 e^{x_2} + \dots + p_n e^{x_n} = 0$$

ne peut être satisfaite si x_1, x_2, \dots, x_n sont des entiers naturels et p_1, p_2, \dots, p_n des nombres rationnels non nuls. En 1882, Lindemann étendit avec succès ce résultat d'Hermite aux cas où les x_i et les p_i sont des nombres algébriques non nécessairement réels. Le théorème de Lindemann s'énonce ainsi :

Th : Si x_1, x_2, \dots, x_n sont des nombres algébriques distincts (réels ou complexes) et p_1, p_2, \dots, p_n des nombres algébriques non tous nuls, alors

$$p_1 e^{x_1} + p_2 e^{x_2} + \dots + p_n e^{x_n}$$

n'est pas nul

Ce théorème (10) permet de trouver des résultats simples. Il suffit de faire $n = 2$, $p_1 = 1$ et $x_2 = 0$ pour affirmer que

$$e^{x_1} + p_2$$

ne peut être nul; e^{x_1} ne peut donc être un nombre algébrique pour toute puissance x_1 algébrique et non nulle. Il s'ensuit que

$$e, e^2, e^{\sqrt{2}} \dots$$

sont transcendants.

Mais ce théorème est également valable si les x_i sont complexes. En raisonnant de même, on trouve que

$$e^{i\pi} + 1$$

ne peut être nul si $i\pi$ est algébrique. Or, depuis Euler, on sait que

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Ceci prouve que $i\pi$ n'est pas algébrique. π est donc transcendant puisque i est algébrique (solution de $x^2+1=0$) et que le produit d'un nombre algébrique par un nombre non algébrique n'est pas algébrique.

La démonstration de Lindemann, 88 ans après l'interrogation de Legendre, tient en 13 pages. Karl Wilhelm WEIER-

STRASS (1815-1897) simplifia celle-ci trois ans plus tard, avant bien d'autres (Stieltjes, Hurwitz, Hilbert...).

EXIT LA QUADRATURE

Des trois problèmes célèbres que la Grèce antique s'était posés, deux avaient déjà été réglés dès 1837. Cette année là, le Français Pierre Laurent WANTZEL (1814-1848) montra que, si un problème de géométrie conduisait à une équation du 3^e degré indécomposable sur le corps de ses coefficients, ce problème n'était pas résoluble "à la règle et au compas". Il en était ainsi des deux antiques questions de la trisection de l'angle et de la duplication du cube. Il ne restait que la quadrature du cercle pour jeter un défi aux mathématiciens.

Or le résultat de Lindemann mettait un point final à vingt-quatre siècles de tentatives pour carrer le cercle. En effet, la quadrature du cercle revient à construire à partir de l'unité un carré de côté $\sqrt{\pi}$. Or $\sqrt{\pi}$ étant un nombre transcendant, le problème posé devient alors : en partant de l'unité, construire "à la règle et au compas" un nombre transcendant.

Or toute construction "à la règle et au compas" revient à réaliser des intersections de droites et de cercles, intersections dont les solutions sont analytiquement des solutions d'équations algébriques. Itérer un tel procédé de construction (de manière finie) ne permet d'atteindre que des solutions d'équations algébriques de degré pair. Seuls des nombres algébriques sont constructibles "à la règle et au compas" à partir de l'unité : la quadrature du cercle est impossible.

La démonstration de la transcendance de π mettait un point final au problème de la quadrature du cercle. Mais c'était en fait un point de départ pour les problèmes de théorie des nombres. Au Second Congrès International des Mathématiciens (Paris, du 6 au 12 août 1900), David HILBERT énonça 23 problèmes non résolus qui doivent, à son avis, concentrer l'attention de ses collègues dans le siècle

(10) On en trouvera la démonstration dans le Petit Archimède, Numéro Spécial II (cf Bibliothèque n° 4), pages 141 à 143.

VII. — Irrationalité et transcendance de certains nombres.

Les théorèmes arithmétiques de M. Hermite sur la fonction exponentielle et leur extension par M. Lindemann feront certainement l'admiration de toutes les générations futures de mathématiciens. Cette admiration accroît encore notre désir de continuer dans cette voie. C'est ce qu'a fait M. Hurwitz dans deux intéressants travaux sur les propriétés arithmétiques de certaines fonctions transcendantes (*). Aussi indiquerai-je ici une classe de problèmes qui me semblent devoir être attaqués les premiers. Lorsque nous savons de certaines fonctions transcendantes importantes de l'Analyse qu'elles prennent des valeurs algébriques pour certains arguments algébriques, cela nous semble toujours particulièrement remarquable et digne d'une étude approfondie. Nous nous attendons toujours à voir les fonctions transcendantes prendre, en général, pour des arguments algébriques des valeurs transcendantes, et quoique l'on sache bien qu'il existe des fonctions transcendantes entières possédant des valeurs rationnelles pour tous leurs arguments algébriques, néanmoins nous regardons comme extrêmement probable que la fonction exponentielle e^{xz} , par exemple, qui, pour toutes les valeurs rationnelles de l'argument z prend évidemment toujours des valeurs algébriques, prenne d'autre part, pour toutes les valeurs irrationnelles algébriques de l'argument z , des valeurs toujours transcendantes. Nous pouvons donner à cet énoncé la forme géométrique suivante : *Lorsque, dans un triangle isocèle, le rapport entre l'angle à la base et l'angle au sommet est algébrique, mais non rationnel, le rapport entre la base et l'autre côté sera toujours transcendant.* Malgré la simplicité de cet énoncé et sa ressemblance avec les propositions découvertes par MM. Hermite et Lindemann, j'en regarde la démonstration comme extrêmement difficile, et il en sera de même de la proposition suivante : *La puissance a^b , pour une base algébrique a et un exposant algébrique irrationnel b , comme par exemple le nombre $\sqrt{2}$ ou $e^{\pi} = i^{-2}$, représente toujours un nombre transcendant ou pour le moins irrationnel.* Il est certain que la résolution de ces problèmes et d'autres analogues doit conduire à des méthodes nouvelles, ainsi qu'à de nouveaux points de vue relativement à la nature de nombres irrationnels et transcendants particuliers.

Le VII^{ème} problème d'Hilbert, tel qu'il l'a exposé à ses collègues, lors du Congrès International des mathématiciens de Paris, en 1900.

à venir. Parmi ceux-ci, le septième porte justement sur "*l'irrationalité et (la) transcendance de certains nombres*". Hilbert se pose la question de la transcendance de $2\sqrt{2}$ et, plus généralement, de la validité du théorème :

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \text{ algébrique} \\ \beta \text{ algébrique} \\ \text{et irrationnel} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha^\beta \text{ transcendant}$$

Il faudra attendre un peu plus de 30 ans pour que ce théorème soit effectivement prouvé (11)

A QUOI SERT LA TRANSCENDANCE ?

Mais l'étude de la transcendance ne s'arrête pas là et les travaux vont se succéder tout au long du XX^{ème} siècle. La question peut se poser : à part une curiosité purement gratuite, à quoi sert de prouver la transcendance d'un nombre ?

La première réponse qu'on peut faire à cette question est la suivante : comme l'ensemble des nombres transcendants a la puissance du continu, le fait pour un nombre d'être transcendant est une propriété banale; mais c'est en outre une propriété *négative* (ce nombre n'est solution d'aucune équation algébrique). La démonstration de la transcendance d'un nombre est souvent fort difficile; sa complexité la rend beaucoup plus intéressante et elle apprend beaucoup plus de choses que le résultat en lui-même.

Une seconde réponse s'impose quand on regarde l'évolution des travaux sur ce sujet depuis un siècle : ce n'est pas tant la transcendance en tant que telle qui intéresse les chercheurs que les résultats qu'elle permet d'établir en théorie des nombres, domaine qui connaît de nouveau un intérêt croissant.

Dès le travail de Liouville l'orientation est donnée : relier les propriétés de la transcendance aux *approximations diophantiennes*, c'est à dire à l'étude des approximations d'un réel par des nombres rationnels. La théorie de la transcendance développe donc des techniques d'estimation de nombres rationnels : c'est pourquoi son intérêt s'explique dans de nombreuses questions d'arithmétique.

(11) Ce problème résulte d'une affirmation sans preuves d'Euler dans son *Introductio in analysi infinitorum* (1748). On y lit en effet (I. 6) :
 "... si un nombre b n'est pas une puissance de la base a , son logarithme ne sera pas non plus un nombre irrationnel. En effet, si on avait $\log_a(b) = \sqrt{n}$, alors on aurait $a^{\sqrt{n}} = b$, ce qui est impossible si les nombres a et b sont rationnels. Donc ces logarithmes de nombres qui ne sont pas puissances de la base a seront nommés à juste titre transcendents".

LES PROBLEMES DIOPHANTIENS

Une *équation diophantienne* est une équation polynomiale à coefficients entiers dont on cherche les solutions entières ou rationnelles. L'adjectif rend hommage à DIOPHANTE d'Alexandrie (325 Ap J.C. - 409) qui avait réfléchi à un grand nombre de problèmes géométriques qui se ramenaient à de telles équations.

Par exemple, le problème: *Trouver un triangle rectangle dont la somme de l'aire et de l'hypothénuse soit un carré, et dont le périmètre soit un cube*, conduit à l'équation

$$(1) \quad y^2 = x^3 - 2$$

dont on cherche les solutions rationnelles et, dans un premier temps, les solutions entières. En généralisant cette équation, on se pose la même question sur l'équation

$$(2) \quad y^2 = x^3 + k \quad (k \in \mathbb{N})$$

En 1923, L. J. MORDELL a prouvé que, pour k fixé, cette équation n'a qu'un nombre fini de solutions entières, et donna même un majorant très élevé du nombre de ces solutions. Reste à trouver les dites-solutions ! Ce qui fut fait en 1967 par A. BAKER.

LES NOMBRES TRANSCENDANTS

La transcendance des nombres suivants est prouvée :

- * e (Hermite 1873)
 - * π (Lindemann 1882), e^2 , $e^{\sqrt{2}}$, ...
 - * e^π (Gelfond 1929)
 - * si α est algébrique et non nul, alors e^α est transcendant (Lindemann 1882)
 - * si α est algébrique (distinct de 0 et de 1) et si β est algébrique et non rationnel, alors α^β est transcendant (Siegel (1929) et Schneider (1935), puis Gelfond (1934), indépendamment des précédents).
- On déduit de ce résultat la transcendance, pour tout logarithme, de $\log 2$, $\log 3$, ...
..., $\log n$, pour tout entier n qui n'est pas puissance de la base.
- * $\frac{\log \alpha}{\log \beta}$ lorsque ce nombre est irrationnel et que α et β sont des nombres algébriques différents de 1 (Gelfond).
 - * 0,123456789101112131415161718192021222324252627282930.... (Mahler 1937)
 - * Toutes les fonctions zéta de Riemann pour un entier pair.
(rappel : $\zeta(s) = \sum \frac{1}{n^s}$). On sait en effet depuis Euler que $\zeta(2k) = r_k \pi^{2k}$
Les nombres r_k étant rationnels.
Par exemple : $\zeta(2) = \frac{1}{6} \pi^2$ $\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$
 - * $2 + \log \pi$ (Baker 1966);
 - * $\Gamma(\frac{1}{4})$ (Cudnovskii 1976) et $\Gamma(\frac{1}{3})$ (rappel : $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$ $x \in [0, +\infty[$
et pour n entier : $\Gamma(n) = (n-1)!$)
 - * l'un au moins des nombres $(e + \pi)$ ou $(e\pi)$ est transcendant.

On ignore par contre la réponse aux questions suivantes :

- * $(e + \pi)$, π^π , e^e , π^e , C (constante d'Euler)... sont-ils des nombres rationnels ?
- * si α et β sont des nombres transcendants, α^β est-il un nombre transcendant ?
- * $\zeta(s)$, pour s entier impair, est-il un nombre irrationnel ?
Le seul résultat connu à ce propos a été montré en 1978 par R. Apéry, qui a prouvé que $\zeta(3) = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots$ était irrationnel. Mais on ignore si ce nombre est transcendant (voir *Biblic* n° 2.)

Frustra laborant quotquot se calculationibus fatigant pro inventione quadraturae circuli (Ceux qui se fatiguent à faire des calculs pour résoudre la quadrature du cercle. travaillent inutilement).
(Michael Stifel. 1544).

Dans toutes les démonstrations employées pour majorer le nombre de solutions entières de telles équations, on s'aperçoit que toutes les méthodes utilisées relèvent de la même démarche que celle qui permet d'approcher un irrationnel par une suite de rationnels pour étudier s'il est, ou non, transcendant.

* * *

Vieille histoire que celle de π , close en 1882 (12). Mais on s'aperçoit, à suivre cette histoire et ses prolongements, de la multitude des problèmes variés qu'elle aborde. Un sujet de réflexion, peut-être, pour ceux qui regardent d'un air légèrement distant les pages "historiques" qui parsèment parcimonieusement les "nouveaux" manuels du Second Cycle : étudier l'histoire des maths, c'est, aussi, faire des mathématiques...

BIBLIOGRAPHIE

REVUES

- (1) M. Waldschmidt et J. Vélu. *Les victoires de la transcendance* (in *La Recherche*. n° 84. décembre 77). Un bon article de vulgarisation sur la transcendance et sur les rapports qu'elle entretient avec l'arithmétique diophantienne.
- (2) C. Batut et M. Mendès France. *A propos de l'irrationalité de*

$$\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$$
 (in *Bulletin de l'APM*. n° 332. février 1980). Des indications sur la preuve de l'irrationalité de $\zeta(3)$ établie par R. Apéry en 1978. Une réflexion

intéressante sur la manière de prouver qu'un nombre est irrationnel.

- (3) M. Mendès France. *Roger Apéry et l'irrationnel* (in *La Recherche* n° 97 février 1979). Ne contient aucune démonstration. D'après l'auteur, c'est un "compte rendu style "France-Soir" de l'irrationalité de $\zeta(3)$ par un journaliste qui n'était pas présent au congrès"...

LIVRES & AUTRES

- (4) *Petit Archimède. Numéro Spécial II* (n° 64-65. mai 1980. Edité par l'ADCS. 61 rue St Fuscien. 80000 Amiens). La Bible actuelle des renseignements sur π . Un foisonnement. Un peu désordonné mais (donc ?) riche.
- (5) Paul Dubreil. *L'histoire des nombres mystérieux* (in *Les Grands Courants de la Pensée Mathématique*. Blanchard). Cet ouvrage, présenté par F. le Lionnais, reste une source inépuisable.
- (6) P. Dugac. *Option d'histoire des maths* (en particulier le chap. V: *Intégrales généralisées et transcendance de e*). Polycopié de l'Université P. & M. Curie (Paris VI) octobre 75 - avril 76. Une mine, un trésor. Ouvrage inaccessible, sauf au centre de documentation de votre IREM, si personne ne l'a volé.
- (7) NTCM. *Historical Topics for the Mathematics Classroom* (National Council of the Mathematics Tea-

(12) Pas tout à fait close à cette date d'ailleurs. La "classe aux décimales" s'est activement poursuivie depuis... Et le *Petit Archimède* (Numéro Spécial II, voir Biblio n° 4) explique remarquablement à quoi peuvent servir le million de décimales que J. Guilloud a calculé en 1976 !

chers. 31 Yearbook. Washington 69)
Des notes historiques à destination de la classe éditées par l'équivalent américain de l'APM. Des articles courts portant sur un thème donné et accessible aux élèves. Plusieurs articles concernent le sujet. En anglais.

(8) Petr Beckmann. A history of π . (St Martin Press. New-York 1971).
Un ouvrage de niveau simple sur la question, de type vulgarisateur. Sur chaque thème une bibliographie, essentiellement de langue anglaise. En anglais.

(9) F. Cajori. A history of mathematical notations (volume 2. Open Court Publishing Company. Chicago).
Une mine sur l'histoire des notations mathématiques ... ou autres. Par exemple, après les lettres et π , l'auteur étudie la genèse de la notation du dollar...

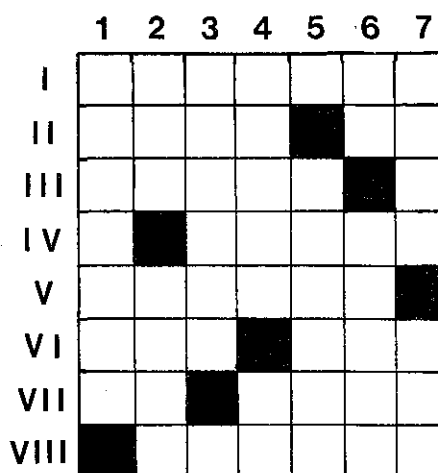
(10) F. Lindemann. Über die Ludolphsche Zahl (Berichts des Berliner Akademie vol. 2 1882). Über die Zahl π (Mathematische Annalen vol. 20 1882).
Les travaux originaux de Lindemann sur la transcendance de π , qui s'appelle en Allemagne le nombre de Ludolph. En allemand.

QUELQUES SOURCES THEORIQUES

- (11) Th. Schneider. Introduction aux nombres transcendants (Gauthier-Villars 1959).
- (12) M. Waldschmidt. Nombres transcendants (in Lecture Notes in Mathematics, vol. 402. Springer-Verlag 1974).
- (13) S. Lang. Introduction to transcendental Numbers (Addison & Wesley 1966).
Trois ouvrages sur le sujet. Celui de Lang est le plus abordable, mais il est rédigé en anglais... •

Mots Croisés

Michel Labrousse · Limoges



Horizontalement

I Nom pour une relation. II Mesure d'une surface - Pronom réfléchi. III $\sqrt{2}$ et π par exemple. IV Dénominateur. V Mis à une puissance VI Pris - Tel certain prix. VII Marque une hypothèse - Volcan méditerranéen. VIII Séparent les mots quand ils sont composés.

Verticalement

1 Qualifiant des racines. 2 Demoiselle pour parler - Brille. 3 Sur un cube. 4 A l'envers : Basses.- Erbium. 5 Ça va. 6 Entre maîtrise et mathématiques - Sont favorables. 7 A ne pas confondre avec la direction - Ensembles.

solution page 29

ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
 au PLOT
ABONNEZ-VOUS
 au SUPPLEMENT du PLOT
ABONNEZ-VOUS
 (voir en dernière page)
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS

Sur les Nombres de Mersenne et de Fermat

Pierre BERNAT - Poitiers

1 - Il est bien connu que les seuls nombres premiers de la forme $m^n \pm 1$ ($n > 1$) figurent parmi les suivants

$$(2a)^{2^n} + 1, M_p = 2^p - 1 \quad (a, n \in \mathbb{N}^*, p \text{ premier})$$

Les M_p sont les nombres de Mersenne, Les nombres $F_n = 2^{(2^n)} + 1$ les nombres de Fermat. Il s'avère que beaucoup de M_p sont premiers, et fort peu de F_n . On voudrait montrer comment un peu d'algèbre élémentaire permet d'étudier ces nombres, et quelques autres.

2 - Fixons quelques notations. Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $a|b$ se lit "a divise b", $a \equiv b$ signifie $c|a-b$, P est l'ensemble des nombres premiers ; si $p \in P$ et $p \nmid a$, $o_p(a)$ est l'ordre de a dans $(\mathbb{Z}/p)^*$ (on identifie a à son image dans \mathbb{Z}/p), et $\left(\frac{a}{p}\right)$ le symbole de Legendre, égal à 1 si a est un carré dans \mathbb{Z}/p , à -1 sinon. On rappelle que $(\mathbb{Z}/p)^*$ est un groupe cyclique, $o_p(a) | p-1$, donc $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ (Th. de Fermat). On a les relations suivantes où $p, q \in P$ sont distincts et > 2 , et $\epsilon = \pm 1$

$$\left(\frac{-1}{p}\right) = \epsilon \quad \text{si } p \equiv \begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix} \pmod{\epsilon}, \quad \left(\frac{2}{p}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } p \equiv \begin{matrix} 1 \\ 8 \end{matrix} \pmod{\epsilon} \\ -1 & \text{si } p \equiv \begin{matrix} 3 \\ 8 \end{matrix} \pmod{\epsilon} \end{cases}$$

$$\left(\frac{p}{q}\right) \left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{(p-1)(q-1)}{4}} \quad (\text{loi de r\u00e9ciprocit\u00e9 quadratique})$$

Enfin, il est clair que $\left(\frac{a}{p}\right)\left(\frac{b}{p}\right) = \left(\frac{ab}{p}\right)$ (le quotient de deux carrés est un carré).

3 - Si $n \geq 2$, $p \in P$, $p \mid F_n$, alors $2^{n+2} \mid p-1$

En effet, $2^{(2^n)} \equiv -1 \pmod{p}$, donc $2^{(2^{n+1})} \equiv 1 \pmod{p}$, $o_p(2) = 2^\alpha$,

$0 \leq \alpha \leq n+1$. Si $\alpha < n+1$, $2^{(2^n)} \equiv 1 \pmod{p} \equiv -1 \pmod{p}$, $p = 2$, c'est exclu. Donc

$\alpha = n+1$, $2^{n+1} \mid p-1$, $p \equiv 1 \pmod{8}$, $\left(\frac{2}{p}\right) = 1$;

Soit $a \in \mathbb{N}$ tel que $a^2 \equiv 2 \pmod{p}$; alors $o_p(a) = 2^{n+2}$, d'où la conclusion.

Application : $F_4 \in P$: sinon $F_4 = (2^{6a+1})(2^{6b+1})$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, d'où

$2^{6ab+2a+2b} = 2^{10}$ $ab < 16$ et $a+b \equiv 0 \pmod{64}$, $a+b \geq 64$, impossible.

4 - Soient $n, m \in \mathbb{N}^*$, $f = F_n$, $r = \frac{f-1}{2}$; si $f \in P$ et $f \nmid m$, les propriétés suivantes sont équivalentes :

a) $o_f(m) = f-1$ (i.e. m est un générateur de $(\mathbb{Z}/f)^*$)

b) $\left(\frac{m}{f}\right) = -1$

c) $f \mid m^r + 1$

Soient a un générateur de $(\mathbb{Z}/f)^*$, et $v \in \{1, \dots, f-1\}$ tel que $m \equiv a^v \pmod{f}$; on a donc $a^{v o_f(m)} \equiv 1 \pmod{f}$, donc $f-1 = 2^n \mid v o_f(m)$, et par suite

$v \equiv 0 \pmod{2}$ équivaut à $o_f(m) < f-1$. Si $\left(\frac{m}{f}\right) = 1$, $m \equiv b^2 \pmod{f}$, $m^r \equiv b^{f-1} \equiv 1 \pmod{f}$,

d'où les équivalences

$$v \equiv 0 \pmod{2} \Leftrightarrow o_f(m) < f-1 \Leftrightarrow \left(\frac{m}{f}\right) = 1 \Leftrightarrow f \mid m^r - 1$$

Par ailleurs, $f \nmid m^{f-1} - 1 = (m^r + 1)(m^r - 1)$. On conclut alors aisément.

Application : $2^{16+1} \mid 10^{(2^{15})} + 1$. En effet, $f = F_4 \in P$, $\left(\frac{2}{f}\right) = 1$

(car $o_f(2) = 2^5 < f-1$), $\left(\frac{5}{f}\right) = \left(\frac{f}{5}\right)(-1)^{f-1} = \left(\frac{f}{5}\right)$,

$f = (2^4)^{(2^{14})} + 1 \equiv 2 \pmod{5}$, $\left(\frac{f}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right) = -1$, et par conséquent

Nombre premier	Nombre de chiffres	Année de la découverte	Auteur
$2^{127} - 1$	39	1876	Lucas
$(2^{148} + 1)/17$	44	1951	Ferrier
$180(2^{127} - 1)^2 + 1$	79	1951	Miller, Wheeler*
$2^{2201} - 1$	687	1952	Lehmer, Robinson*
$2^{2217} - 1$	969	1957	Riesel*
$2^{4423} - 1$	1332	1961	Hurwitz, Selfridge*
$2^{11313} - 1$	3376	1963	Gillier*
$2^{19937} - 1$	6002	1971	Tuckerman*
$2^{21701} - 1$	6533	1978	Noll, Nickel*
$2^{23209} - 1$	6987	1979	Noll*
$2^{44067} - 1$	13335	1979	Slowinski*

Les plus grands nombres premiers connus sont des nombres de Mersenne, c'est à dire des nombres de la forme $2^n - 1$ (n premier). Le tableau ci-contre indique les records des plus grands nombres premiers, ainsi que leur découvreur (l'astérisque indique l'usage d'un ordinateur). (Tableau extrait de "Pour la Science" n° 54, avril 1982, page 111).

$$\left(\frac{10}{f}\right) = \left(\frac{2}{f}\right) \left(\frac{5}{f}\right) = -1.$$

5 - Un critère de primarité pour les F_n . Avec les notations de 4, on a

les équivalences

$$a) f = F_n \in P \quad b) f | 3^r + 1 \quad c) \exists m \in \mathbb{N}^* \text{ tel que } f | m^r + 1$$

$$a) \Rightarrow b) \text{ d'après 4 car } \left(\frac{3}{f}\right) = -1 : \left(\frac{3}{f}\right) = \left(\frac{f}{3}\right) (-1)^{\frac{2(f-1)}{4}} = \left(\frac{f}{3}\right); \text{ or}$$

$$f \equiv -1 \text{ et } \left(\frac{-1}{3}\right) = -1.$$

b) \Rightarrow c) est trivial.

c) \Rightarrow a) : Soit $p \in P$ diviseur de f ; $p | m^r + 1$, donc $p \nmid m$, $m^r \equiv -1$,

$m^{2r} \equiv 1$, $o_p(m) | 2r = 2^{(2^n)}$, soit $o_p(m) = 2^\alpha$, $0 \leq \alpha \leq 2^n$. Si $\alpha < 2^n$,

$o_p(m) | r$, $m^{r-1} \equiv 0 \equiv m^r + 1$, $p = 2$, c'est exclu. Donc

$o_p(m) = 2^{(2^n)} | p-1$, $p \geq 2^{(2^n)} + 1 = f$, donc $p = f$.

Application : il "suffit", pour tester la primarité de F_n de $2^n + 1$

opérations : soient $a_0 = 3$, $a_1 = 3^2, \dots, a_v = (a_{v-1})^2 = 3^{(2^v)}, \dots, a_{2^n-1} = 3^r$;

le calcul de $3^r + 1$ nécessite 2^n multiplications, il reste à diviser

par f . Il est d'ailleurs plus simple d'en effectuer le double : construire

la suite b_0, b_1, \dots, b_r , où $b_0 = 3$, b_{v+1} est le reste de $(b_v)^2$ modulo f .

Si l'un des b_v est nul, c'est "plus court" : $f \notin P$.

6 - Les F_n sont premiers entre eux : de l'égalité

$$F_n - 2 = 2^{(2^n)-1} = (2^{(2^{n-1})-1})(2^{(2^{n-1})+1}) = (F_{n-1} - 2)F_{n-1}$$

on déduit par récurrence que $F_n = F_{n-1}F_{n-2}\dots F_1 \cdot 3 + 2$, d'où le résultat.

Ceci, joint à 3, montrer que, pour tout n

$$E_n = P_n \{2^n a + 1, a \in \mathbb{N}^*\} \text{ est un ensemble infini :}$$

il contient tous les facteurs premiers des F_m , pour $m \geq n-2$ (c'est un cas très particulier du Th. de Dirichlet, qui dit que si a, b sont des entiers premiers entre eux, $P_n \{an+b, n \in \mathbb{N}^*\}$ est infini).

7 - Les nombres de Mersenne M_p s'étudient de manière analogue.

Si $q \in P$ divise $M_p = 2^p - 1$, i.e. $2^p \equiv 1 \pmod{q}$, alors $p = 0_q(2) | q-1$; par ailleurs $q \equiv 1 \pmod{2}$, donc, si $p > 2$, $2p | q-1$, Les diviseurs premiers de M_p sont de la forme $2pn+1$.

C'est parmi les nombres de Mersenne qu'on a trouvé les plus grands nombres premiers connus ce jour.

Signalons enfin un critère permettant de trouver de très grands nombres de Mersenne non premiers :

Si $p \in P$, $p \not\equiv 3 \pmod{4}$, et si $q = 2p+1 \in P$, alors $q | M_p$: en effet $0_q(2)/q-1 = 2p$; donc $0_q(2) = 2, p$ ou $2p$; si $0_q(2) = 2$, $q = 3$, c'est exclu ; si $0_q(2) = 2p$, 2 est un générateur de $(\mathbb{Z}/q)^*$, donc $(\frac{2}{q}) = -1$; or $p \not\equiv 3 \pmod{4}$ implique $q \equiv -1 \pmod{8}$, donc $(\frac{2}{q}) = 1$, c'est encore exclu : donc $0_q(2) = p$, i.e. $q | 2^p - 1 = M_p$.

Ainsi, $107 | M_{53}$, $47 | M_{23}$.

Bibliographie :

Hardy and Wright : An introduction to the theory of numbers
Oxford University Press

J.P. Serre : Cours d'Arithmétique P.U.F.

Du Calendrier Grégorien

Alfred GIRY

Il y a exactement quatre siècles, l'année 1582 voyait la promulgation de la bulle "Inter gravissimas" du Pape Grégoire XIII qui fixait la réforme du calendrier Julien. A la fin de cette même année, plusieurs pays d'Europe, dont la France, appliquaient la réforme grégorienne.

Le PLOT aime bien mettre son nez dans les bibliothèques, aussi plutôt que d'écrire un n-ième article sur ce sujet, nous avons extrait le texte suivant du "Manuel de Diplomate" d'Alfred Giry, qui expose la genèse de cette réforme et son application et, qui est parue..... en 1864.

DE LA RÉFORME GRÉGORIENNE DU CALENDRIER

L'astronome Sosigène, collaborateur de César dans la réforme du calendrier romain, avait établi la durée de l'année civile sur l'hypothèse que le soleil met à revenir à un même point de son orbite 365 jours et un quart de jour ; il ne devait pas ignorer cependant que, près d'un siècle auparavant, Hipparque avait reconnu que l'année solaire était en réalité plus courte ; mais cette différence, qui ne porte que sur quelques millièmes de jours, lui avait peut-être semblé négligeable. La révolution apparente moyenne du soleil, qui détermine l'année tropique, dure en réalité 365 j. 5 h. 48' 47" 51 ; l'année julienne avait donc sur l'année astronomique un excédent de 11' 13". Si petite que soit cette différence, elle devait, en s'ajoutant chaque année à elle-même, produire à la longue des jours entiers et ramener le désordre dans le calendrier. Chaque année, en effet, le soleil retrouvait un peu plus tôt la position qu'il occupait à une date quelconque de l'année précédente.

Si l'on considère, par exemple, le point de l'équateur que rencontre le soleil en allant du sud au nord, ou équinoxe du printemps, on sait que ce passage était observé au 25 mars, à l'époque de la réforme julienne. Mais le soleil avançant, après chaque intercalation, cette date de plusieurs minutes, quelques centaines d'année plus tard, au temps du

concile de Nicée, c'était déjà au 21 mars que l'église d'Alexandrie devait fixer la date de l'équinoxe de printemps. On a vu plus haut que cette date, que l'on croyait alors devoir ramener invariablement l'équinoxe, fut adoptée comme l'un des termes de la fête de Pâques. Mais le soleil continuant à la devancer chaque année, l'anticipation de l'équinoxe vrai sur sa date conventionnelle atteignait déjà dix jours à la fin du XVI^e siècle. Si l'erreur avait continué à s'accroître, on aurait dû, pour se conformer aux règles établies, célébrer successivement la Pâque dans toutes les saisons de l'année, et, chose plus grave, les mois auraient complètement cessé de correspondre aux saisons. Pour corriger l'erreur commise, il fallait nécessairement modifier le système d'intercalation Julien.

Les computistes du Moyen Age ne tardèrent pas à entrevoir le défaut du calendrier en usage, mais il fallut longtemps pour déterminer nettement l'erreur, et plus longtemps encore pour s'entendre sur les moyens d'y remédier. Au milieu du XIII^e siècle, l'équinoxe vrai précédait de 7 jours déjà le terme conventionnel du 21 mars. Un moine écossais qui séjourna longtemps à Paris, John de Holywood, dans un traité composé en 1232 et intitulé : *De anni ratione sen ut vocalur vulgo com-*

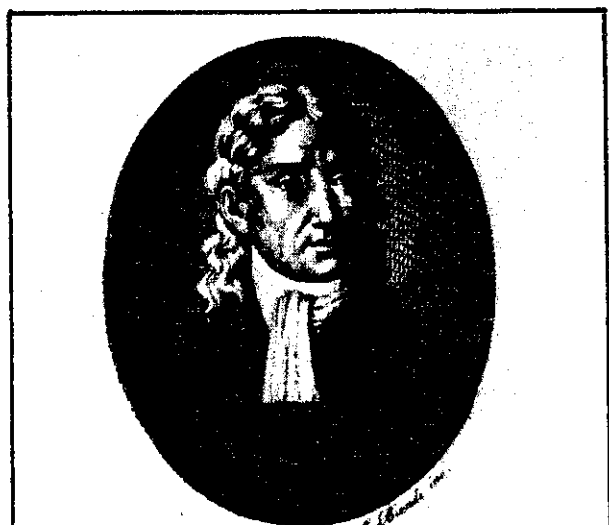
putus ecclesiasticus, chercha à préciser la nature et l'étendue de l'erreur et semble avoir, le premier, mis en avant l'idée d'un remaniement de l'intercalation julienne. Bientôt les Tables alphonsines, dressées en 1252 par une réunion d'astronomes convoqués par Alphonse X de Castille, donnèrent à la discussion une base sûre en fixant à 365 j. 5 h. 49' 12" la durée de l'année tropique. Vers le même temps, Robert Grosseteste (†1253), chancelier d'Oxford, puis évêque de Lincoln, Campano de Novare (†vers 1300), chapelain du pape et chanoine de Paris; Roger Bacon (†1299), agitèrent la question et firent mieux sentir la nécessité d'une réforme; le dernier surtout fit au pape Clément IV des propositions formelles de changer les règles de l'intercalation.

Au XIVe siècle, le pape Clément VI s'intéressa à la question et demanda des études à diverses personnes, et notamment à deux mathématiciens français, Jean des Murs et Firmin de Belval, qui composèrent un traité en forme sur la matière, et l'adressèrent en 1345 au pape, accompagné d'une lettre *super reformatione Kalendarii*. Mais le pontife mourut avant d'avoir pris aucune résolution, et ses successeurs paraissent ne plus s'être occupés de la question pendant assez longtemps.

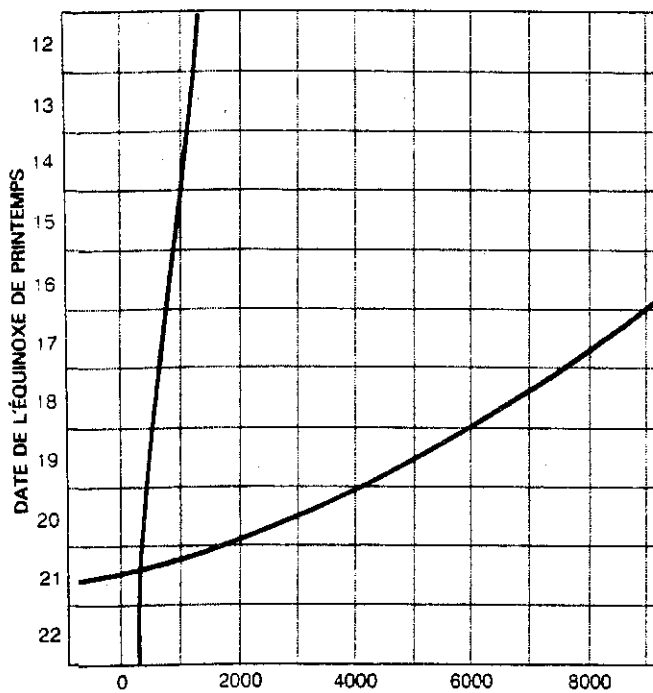
L'affaire fut soulevée de nouveau devant les deux grands conciles de la première moitié du XVe siècle. Le cardinal Pierre d'Ailly, qui en avait fait une étude approfondie et avait déjà provoqué un décret du pape Jean XXII, en saisit en 1417, mais sans aboutir à aucun résultat, le concile de Constance. Elle fut reprise et étudiée, de 1437 à 1439, au concile de Bâle, sur les propositions du cardinal Nicolas de Cusa, et un décret fut même préparé qui ne fut jamais promulgué. Plus tard, le pape Sixte IV voulut confier le soin

de préparer la réforme au savant astronome Jean Müller de Koenigsberg (*Regiomontanus*), que son fameux "Almanach", publié pour la première fois à Nuremberg en 1473, avait rendu célèbre; mais celui-ci mourut prématurément en 1476, avant d'avoir pu répondre aux vœux du pontife.

Au siècle suivant, Paul de Middelbourg sollicita successivement les papes Jules II et Léon X d'entreprendre la réforme du calendrier. De concert avec l'Empereur Maximilien, le pape porta la question devant la dixième session du concile de Latran (mai 1514); on demanda l'avis des mathématiciens allemands et l'on provoqua une vaste enquête dans toute la chrétienté, sans cependant aboutir encore. Au cours du XVIe siècle, les travaux sur la question se multiplièrent avec Pighius, Lucidus, Pitatus, Sepulveda, etc..., et d'autre part, les calculs de Copernic corrigèrent encore l'évaluation de la durée de l'année tropique; enfin, le concile de Trente, dans sa dernière session (4 décembre 1563), s'en remit au pape du soin de décider l'affaire en même temps que la réforme du bréviaire et du missel.



LE PERE du calendrier grégorien fut Aloisius Lilius (forme latinisée de Luigi Lilio). A sa mort, en 1576, son projet de réforme du calendrier fut sauvé de l'oubli par son frère Antonio Lilio qui remit le manuscrit au Pape Grégoire XIII. Le projet fut adopté tel quel par le Pape et par ses conseillers, hormis une petite modification apportée par Christoph Clavius.



LA COMPARAISON des dérivés de la date de l'équinoxe de printemps dans les calendriers grégorien et julien est indiquée sur cette figure. Dans le calendrier julien la dérive est assez rapide ; dans le calendrier grégorien, elle est plus lente parce que le découpage du temps se rapproche davantage de l'année tropique.

Ce fut le pape Grégoire XIII qui réussit enfin à opérer la réforme depuis si longtemps désirée. Dès le début de son pontificat, il réunit, sous la présidence du cardinal Sirlet, une commission de théologiens et de savants. Parmi ceux-ci, il faut nommer : le savant calabrais Antonio Lilio, dont le frère Aloisio était l'auteur d'un projet qui servit de base à la commission, Ignazio Dantès, le constructeur du gnomon de San Petronio de Bologne ; le jésuite allemand Christophe Clavius et le mathématicien espagnol Pedro Chacou (*Ciaconius*). Lorsque le projet eut été élaboré, à la suite de longues discussions, le pape le communiqua aux princes, aux républiques, aux académies catholiques, et, assuré de leur consentement, promulgua enfin, le 21 février 1582, par la bulle *Inter gravissimas*, la réforme de l'ancien calendrier.

Cette réforme avait un double objet :
1° Ramener les choses au point

où elles étaient à l'époque du concile de Nicée, c'est-à-dire replacer l'équinoxe de printemps au 21 mars, afin de n'avoir pas à toucher aux règles pascales ;

2° Empêcher un pareil déplacement à l'avenir en coordonnant mieux que par le passé la longueur de l'année civile avec celle de l'année astronomique.

Sur le premier point, comme l'équinoxe arrivait alors le 11 mars au lieu du 21 mars, ou, en d'autres termes, qu'il anticipait de dix jours, on décida de supprimer dix jours dans l'année de la réforme ; cette suppression fut fixée au mois d'octobre, et le lendemain du 4 octobre fut réputé 15 octobre. Telle est l'origine de la différence primitive de dix jours qui existe entre les dates des pays où la réforme grégorienne a été acceptée et de ceux qui ont continué à se servir de l'ancien calendrier.

Sur le second point, comme l'erreur provenait d'une exagération dans l'évaluation de la durée de l'année astronomique, l'intercalation julienne d'un jour tous les quatre ans ajoutait, d'après les tables alors en usage, un excédent d'environ 42', qui atteignait par conséquent 1 jour après 32 intercalations, c'est-à-dire après 128 ans. Le nombre des intercalations, c'est-à-dire des années bissextiles, se trouvait donc trop élevé. Pour modifier le moins possible les anciens usages, on décida de faire porter la suppression de l'intercalation sur les années séculaires, qui étaient toutes bissextiles dans le calendrier Julien. Si l'on avait supprimé une intercalation de 24 heures tous les 100 ans, on serait tombé dans une erreur opposée à celle à laquelle on voulait remédier ; on s'arrêta à la suppression de 3 intercalations en 400 ans. De même que trois années communes sont suivies d'une année bissextile, de

même, dans le système grégorien, trois années séculaires communes doivent être suivies d'une année séculaire bissextile. Ainsi, l'année 1600 est demeurée bissextile dans le calendrier grégorien, mais les années 1700, 1800, 1900, qui sont bissextiles dans l'ancien calendrier, ne le sont plus dans le nouveau ; l'an 2000 le sera dans les deux calendriers. La règle pour déterminer si une année séculaire doit être bissextile est, par conséquent, très simple : il suffit de vérifier si les deux premiers chiffres du millésime, exprimant le nombre de siècles, sont divisibles par 4 : l'année est bissextile s'ils le sont, commune s'ils ne le sont pas.

De ces modifications il

résulte que la différence primitive de dix jours entre les dates, selon qu'elles sont exprimées d'après l'ancien ou le nouveau calendrier, s'est accrue d'un jour en 1700 et d'un second jour en 1800 ; elle est, par conséquent, aujourd'hui de 12 jours ; elle sera de 13 jours à partir de 1900, mais ne s'accroîtra pas au XXI^e siècle.

Entre la longueur de l'année astronomique et celle de l'année civile, corrigée par la réforme grégorienne, il n'y a plus qu'une différence de 24" 36, qui n'atteint, par conséquent, un jour qu'au bout d'environ 35 siècles. C'est dire qu'on est arrivé aux limites de l'exactitude possible en conservant des règles très simples d'intercalation.

PROPAGATION DU CALENDRIER

La réforme grégorienne, quoi qu'on en ait dit, ne fut pas adoptée immédiatement ni surtout sans résistance, même dans les pays catholiques. Indépendamment de l'erreur, sans importance pratique, dans l'évaluation de la durée de l'année, et des erreurs plus graves sur les dates des phases de la lune, on lui reprochait d'avoir compliqué sans profit les anciennes méthodes en persistant à chercher, par des artifices aussi ingénieux qu'inutiles, à se rapprocher du but vainement poursuivi par les computistes et impossible à atteindre : la coordination des mouvements du soleil et de la lune.

L'Italie, l'Espagne et le Portugal furent les seuls pays qui adoptèrent la réforme du calendrier dans les conditions indiquées par Grégoire XIII, c'est-à-dire que l'on y passa du jeudi 4 octobre au vendredi 15 octobre 1582. Le Danemark accepta aussi la réforme la même année. En France, on en recula l'application jusqu'au mois de décem-

bre : le lendemain du dimanche 9 décembre fut le lundi 20 décembre 1582. Il en fut de même en Lorraine en vertu d'un édit du Duc Charles III. Dans les *Etats catholiques* de l'Allemagne et des Pays-Bas (*Brabant, Limbourg, Luxembourg, Gueldre, comtés de Flandres et d'Artois, de Hainaut et de Namur, Anvers, Malines*) ainsi qu'en Savoie, on supprima après le vendredi 21 décembre la fin de l'année 1582 et le lendemain samedi fut réputé 1^{er} janvier 1583. Il en fut de même en Hollande (*Rotterdam, Amsterdam, Leyde, Delft, Harlem et La Haye*) et en Zélande, en vertu d'un placard de François de France, Duc d'Anjou, du 10 décembre 1582, modifié bientôt par une résolution des Etats de Hollande. Le 10 janvier 1583, Philippe II fit publier un édit prescrivant l'adoption de la réforme au mois de février (du 11 au 22), mais il n'en fut tenu aucun compte par les provinces qui n'avaient pas encore accepté le nouveau calendrier. A Groningue même, où la réforme avait été introduite le

1er mars 1583, le calendrier Julien fut réintroduit après la prise de la ville par Maurice de Nassau le 24 juillet 1594. En Autriche, la réforme fut adoptée à dater du mois de Janvier 1584. En Suisse, les cantons de *Lucerne, Uri, Schwyz, Soleure et Fribourg*, dans un synode tenu à Baden le 10 novembre 1583, décidèrent d'adopter le nouveau calendrier en 1584 ; on supprima les dix jours entre le 12 et le 21 Janvier de cette année. *Unterwalden* accepta et opéra la réforme au mois de juin suivant. Dans le canton d'*Appenzell* qui avait accepté la réforme à cette époque, les différends furent si violent qu'en 1590 les protestants furent autorisés à employer l'ancien calendrier. En Pologne, on attendit la fin de l'année 1585, le lendemain du 21 décembre 1585 fut le 1er janvier 1586. En Hongrie, le nouveau style fut introduit en 1587.

Près d'un siècle s'écoula ensuite avant que le calendrier grégorien fit de nouveau progrès. Adopté d'abord par les pays catholiques, il lui était naturellement plus difficile de s'introduire dans les Etats protestants, qui préférèrent longtemps, comme on l'a dit "n'être pas d'accord avec le soleil plutôt que de l'être avec la cour de Rome". Il faut ajouter que leurs répugnances se fondaient, moins sur le remaniement de l'année solaire, qui constituait un progrès réel, que sur l'invariabilité conventionnelle de l'équinoxe et surtout sur la méthode, assez défectueuse en effet, de déterminer les dates des phases de la lune et de fixer la fête de Pâques. Aussi, les protestants d'Allemagne n'admirent-ils le nouveau calendrier que corrigé par Echart Weigel d'après les tables de Kepler ; ils acceptèrent la réforme de l'année solaire, mais au système compliqué des épactes qui ne donnait qu'une approximation, ils



CHRISTOPH CLAVIUS est représenté ici en 1606, à l'âge de 69 ans. Clavius fut un farouche défenseur de la réforme grégorienne.

substituèrent la détermination de l'équinoxe et des phases de la lune, régulatrices des fêtes mobiles, d'après les tables astronomiques. Il en résulte que dans les pays où le nouveau style a été introduit sous cette forme, la fête de Pâques et les autres fêtes qui en dépendent pourraient tomber parfois à un jour autre que dans les Etats catholiques.

Le calendrier grégorien fut naturellement introduit en Alsace par la France, en 1648, et à Strasbourg en 1682. En Suède, le roi Charles XI, craignant que la suppression de 10 jours d'un seul coup ne nuisit aux transactions commerciales ou ne produisit des troubles comme il y en avait eu à Riga, s'avisait d'un moyen ingénieux d'amener insensiblement l'ancien calendrier à coïncider avec le nouveau : il décida la suppres-

sion des années bissextiles depuis 1696 jusqu'en 1744 ; de la sorte, après 11 suppressions d'un jour, l'année 1744, se trouva concorder avec le nouveau style.

En Allemagne, le nouveau calendrier, corrigé par Weigel, comme il a été dit plus haut, fut adopté le 13 septembre 1699, à la diète de Ratisbonne, par les *Etats protestants* ; on y décida la suppression des 11 derniers jours du mois de février 1700. Le Danemark, qui avait admis la réforme de 1582, adopta à la même époque les corrections de Weigel en vertu d'un édit royal du 20 décembre 1699. A l'exemple de l'Allemagne, les provinces protestantes des Pays-Bas, restées fidèles jusqu'alors à l'ancien style (*Gueldre, Utrecht, Frise, Ocer-Yssel, Zutphen, Groningue*), adoptèrent successivement le nouveau calendrier au cours de l'année 1700 ou au commencement de 1701. Il en fut de même en Suisse des cantons de *Zurich, de Berne, de Bâle et de Schaffhouse, des villes de Genève, Bienne, Mulhouse, du comté de Neufchâtel et des bailliages de Baden, Thurgorie, Sargans et Rheinthal*, qui passèrent du 31 décembre 1700 au 12 janvier 1701. La ville de *Saint-Gall* n'accepta la réforme qu'en 1724, et encore ne fut-elle pas suivie par tous les protestants du pays, qui s'obstinèrent longtemps à observer l'ancien style, ainsi que la partie évangélique des cantons de *Glaris et d'Appenzell*. Les *Grisons* demeurèrent réfractaires au nouveau calendrier jusqu'en 1811.

L'Angleterre et L'Irlande conservèrent jusqu'au milieu du XVIIIe siècle, avec le terme du 23 mars comme point de départ de l'année, l'usage du calendrier Julien. Ce ne fut qu'en 1751 qu'un acte du Parlement décida qu'à dater de 1752 l'année commencerait au 1er Janvier et que, pour la ramener au nouveau style, on passerait du mercredi 2 septembre au jeudi 14 septem-

bre 1752. Ce n'est donc qu'à dater de ce moment qu'il y a concordance entre la chronologie anglaise et la nôtre.

La Russie et la Grèce sont les seuls pays de l'Europe qui n'ont pas adopté la réforme et qui se servent encore du calendrier Julien. (1)

Pour ramener une date de l'ancien au nouveau style, il faut : entre 1582 et la 28 Février 1700 ajouter 10 jours ; - entre le 1er mars 1700 et le 28 février 1800, en ajouter 11 ; - et 12 depuis le 1er mars 1800. (2)

Bibliographie (NdLR)

Elle serait très vaste sur un tel sujet. Citons simplement, en première approche :

- Paul Couderc : le calendrier (que sais-je - PUF 1961).
- Pour une mathématique vivante en seconde (publication APMEP N° 27) -

Dans cette brochure, l'activité IX - le Calendrier (P.45 à 51) propose un travail accessible aux élèves de Second Cycle (de la fin du Premier Cycle éventuellement) et contient une petite bibliographie.

(1) Rappelons que ce texte est paru en 1894. A partir de 1920 les Russes, les Grecs, les Bulgares et les Yougoslaves se sont ralliés, d'abord pour les usages civils, au nouveau calendrier. Les Eglises orthodoxes de ces pays ont par la suite rallié la réforme (NdLR).

(2) A partir du 1er mars 1900, le décalage est de 13 jours. Ce qui explique que la "Révolution d'Octobre" en Russie en 1917 se soit passée en Novembre dans notre calendrier. Toutes les dates russes de cette époque sont à augmenter de 13 jours pour établir leur équivalent dans le calendrier grégorien (NdLR).

1983

TOUJOURS PLUS,

TOUJOURS MIEUX !

LE SUPPLEMENT DU **plot**

VOUS PROPOSE POUR 1983

3 NOUVEAUX NUMÉROS HORS-SÉRIE DU P L O T

Deux pochettes permettant de réaliser et faire réaliser avec du carton, d'utiliser au rétroprojecteur :

Supplément n° 3 : Des TRANSFORMATEURS

- classiques : translateur, homothétiseur, symétriseur, inverseur, ...
- moins classiques qui ... transportent la figure comme la grande roue, la pompe, le glisseur, ...
- non standards comme ceux qui transforment une droite en ... haricot, un cercle en spirale, ...



Supplément n° 4 : Des PENTIMETRES :

- celui qui donne la pente d'une droite ou d'une tangente,
- un intégraphe qui permet de construire des courbes intégrales,
- un dérivographe qui permet de construire la courbe dérivée à partir de la courbe image d'une fonction.

DE PLUSpour compléter les suppléments 1 et 2 de 1982 nous vous proposons en

Supplément n° 5 : un dossier complet de fiches cartonnées (15x21) sur les polyèdres donnant toutes les informations techniques avec dessins ou photos pour réaliser et colorier avec les PLOT-MATERIEL 1 et 2

- les 9 polyèdres réguliers convexes ou étoilés,
- les 13 semi-réguliers convexes et leurs duaux,
- les 92 autres polyèdres convexes à faces régulières,
- d'autres polyèdres à fossettes ou étoilés comme ceux qui sont composés d'un polyèdre et de son dual.

Les numéros 1983 (22 à 25) du PLOT fourniront des exemples d'activités à faire avec ces différents matériels.

Pour recevoir ces numéros hors-série, il suffit de souscrire aux suppléments en même temps que vous renouvelez votre abonnement au PLOT (voir page 34)

Des Groupes de Niveau

LES GRANDES LIGNES DE L'EXPERIENCE

Pendant l'année scolaire 1981-1982, cinq professeurs du lycée de JONZAC en Charente-Maritime (Guy BENAOUIN, Michèle CHAURIAL, Gérard COURCOUL, Daniel DAVIAUD et Jean-Robert SERNY) ont tenté une expérience de "groupes de niveau" dans le cours de mathématiques de cinq secondes indifférenciées. Ils se demandaient "comment conjuguer les secondes de détermination avec l'autonomie des établissements, sans trahir l'esprit de la réforme".

Voici leur réponse, qui n'a bien sûr rien de définitif.

I - Les objectifs généraux

- . permettre à chaque élève de progresser à un rythme correspondant à ses possibilités et ses motivations ; individualiser l'enseignement en l'adaptant au profil réel des élèves,
- . lutter contre l'échec scolaire,
- . faire jouer à la classe de seconde son rôle de détermination.

2 - Les objectifs plus techniques

- . Obtenir plus d'efficacité dans les apprentissages,
- . Ne pas abandonner les élèves en difficulté,
- . Ne pas gaspiller les potentialités des plus habiles.

3 - Organisation pratique

- . Cinq groupes d'élèves ont été constitués à partir des 5 classes de seconde (leurs numéros sont arbitraires).
- . Les séances de maths sont simultanées dans les 5 groupes ; ce qui exige des emplois du temps confectionnés à cet effet. Des échanges entre le lycée et le collège ont permis de rassembler les cinq professeurs nécessaires.
- . Une heure (environ) de concertation hebdomadaire bénévole permet de synchroniser les travaux des groupes, de préparer quelques tests communs et de gérer les passages d'élèves d'un groupe à l'autre.
- . Dernier détail : l'expérience n'a bénéficié d'aucune mesure particulière favorable sur les effectifs ou les horaires.

classes \ groupes	1	2	3	4	5
Gr 1	I		I		I
Gr 2		I	I		I
Gr 4			I	I	I
Gr 5	I	I	I	I	I
Gr 3	I	I	I	I	I

5 - Remarques

- . Les reproches de reconstitution de filières ou d'élitisme ne tiennent pas car il n'existe pas de groupe homogène fort.
- . Pourquoi des groupes en maths et pas dans une autre discipline ? En effet, nous rappelons qu'en cas de nécessité, nous ne verrions aucun inconvénient à laisser la place à une autre discipline intéressée.
- . Les classes de seconde, 3 et 5 ont totalement éclaté, ce n'est pas le cas des 3 autres ; cet aspect est à reconsidérer.

BILAN EN AVRIL 1982

4 - Description des cinq groupes

- . 3 groupes standards constitués de bons élèves mais aussi d'élèves moyens ou médiocres, travailleurs et susceptibles de progresser au voisinage des meilleurs. La pédagogie y est active et expérimentale, les élèves sont mis en situation pour élaborer leur propre savoir.
- . Groupe à soutien systématique (I H hebdomadaire) dans le but de rattraper les groupes standards. Des échanges périodiques ont lieu entre ce groupe et les autres.
- . Groupe d'élèves ne pouvant pas suivre dans les groupes standards (lacunes graves ou absence de motivation) et ne désirant pas poursuivre des études à caractère scientifique. Révision des bases, rythme plus lent et explications plus détaillées caractérisent la pédagogie de ce groupe.

Désirant savoir comment l'expérience a été vécue par les élèves, nous avons demandé à 80 d'entre eux d'indiquer leur opinion par écrit. La moitié des élèves a ainsi été consultée, en particulier ceux de seconde 3 (l'une des 2 classes éclatées) et ceux du groupe 3 (dont on avait prédit qu'ils souffriraient d'un "handicap moral" et d'un "effet de halo"). Parmi ces 80 élèves :

- . 58 % se déclarent favorables ou très favorables à cette initiative pour des raisons variées qui montrent que les buts visés sont globalement atteints,
- . 30 % décrivent simultanément des avantages et des inconvénients,
- . 12 % sont contre.

L'expérience est donc massivement approuvée, et sa reconduction pour 1982/83 a été décidée, après une intéressante discussion, par les 24 collègues présents à la réunion du 1er Avril.

Je pense que ces groupes soit bien. Provoque tous les élèves soit au même niveau. Mais lorsqu'on change de groupe plusieurs fois dans l'année, on a des difficultés pour s'adapter dans le nouveau groupe.

Le fait de créer des groupes est une bonne chose sur beaucoup de points de vue :

- les élèves qui veulent aller en 1^{ère} ou 2^{ème} ont tout à leur avantage puisque désormais ils comprennent mieux.
- les élèves qui veulent aller en 1^{ère} ou 2^{ème} sont séparément écartés puisque personne ne retarde de plus les élèves ni les maîtres.
- chaque élève est en contact de gens qui sont au près de son niveau.
- le répétition en groupe est donc une bonne chose sur tous les plans.

Quelques réactions écrites d'élèves.

Personnellement, je me trouve très bien dans ce groupe, car avant je comprenais très peu, et que maintenant... je comprend tous les cours. J'ai fait des progrès... et j'espère en faire encore... Les groupes sont une très bonne idée, car chacun se trouve à son niveau.

Je trouve ça normal et depuis que je suis dans ce groupe les maths m'intéressent plus et je les comprend mieux. Je pense qu'il devrait encore y avoir des groupes l'année prochaine.

REFLEXIONS SUR DEUX OBSTACLES RENCONTRES CETTE ANNEE

1 - L'inconvénient évoqué le plus fréquemment par les élèves est la difficulté de s'adapter à un autre groupe. Remarquons qu'un même phénomène est vécu positivement ou négativement selon l'individu : d'autres élèves ont été ravis de pouvoir connaître un plus grand nombre de camarades.

Pour adoucir le choc des changements de groupes, nous pensons à faire éclater également toutes les classes, et ceci assez tôt dans l'année scolaire ; d'autant plus que nous avons constaté une stabilisation croissante des groupes.

2 - Enfin, 4 élèves hostiles à l'expérience ont écrit :

"On" ou "certains professeurs", "nous font ressentir que l'on est inférieur". "On passe pour des idiots".

L'expérience des groupes a donc échoué pour ces 4 élèves (5%).

Même s'ils cherchent un motif extérieur à eux-mêmes pour expliquer leur situation, il n'y a aucune raison a priori de prendre ces 4 élèves pour des menteurs.

Nous devons nous demander si certains collègues, parents, ou élèves, défavorables à l'expérience, ou mal informés sur ces véritables buts, n'auraient pas laissé échapper des paroles imprudentes devant des élèves ou d'autres parents.

Le handicap moral ne serait-il pas l'oeuvre de ceux qui le craignaient ? Dans une expérience pédagogique, les expérimentateurs et les observateurs exercent, par leurs comportements et commentaires, une influence (consciente ou non) sur le déroulement du phénomène. Tout simplement parce qu'il s'agit d'élèves et non de poules, d'électrons ou autre matière inanimée.

Nous affirmons que la réussite

de ce genre d'expérience implique l'adhésion de tous, pas seulement des professeurs de maths.

Bien entendu, cela n'entrave en rien l'observation attentive, la réflexion critique, le dialogue permanent avec les expéri-

mentateurs. La remise en cause périodique et la contestation, en son lieu et en son heure.

Telles sont les réflexions de l'équipe des professeurs de maths qui espère surmonter à l'avenir les difficultés de cette année.

ANNEXE : ORIENTATION DES ELEVES

Les 157 élèves de seconde concernés par cette expérience, ont été orientés comme suit :

: 1ère :	1 ère:	1ère :	1ère :	1ère :	1ère :	Red. :	BEP :	CAP :
: A1 :	A2 :	B :	G1 :	G2 :	S :	:	:	:
: 22 :	23 :	6 :	7 :	4 :	73 :	18 :	2 :	1 :

Arpentage

James TOUILLET · Parthenay

Voici un petit problème : évaluer l'aire d'un champ de forme irrégulière représenté dans la figure (échelle 1/10000).

Première méthode

On décompose le champ en triangles et

on applique la formule

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

On trouve

(FAE)	1739,8	
(EAB)	2186,7	Total
(BEC)	2574	7440,3
(ECD)	938,8	

Seconde méthode

Elle était proposée par un arpenteur qui l'avait apprise de son père ou de son oncle. Cet arpenteur était considéré comme expert dans le monde paysan en Poitou vers 1949.

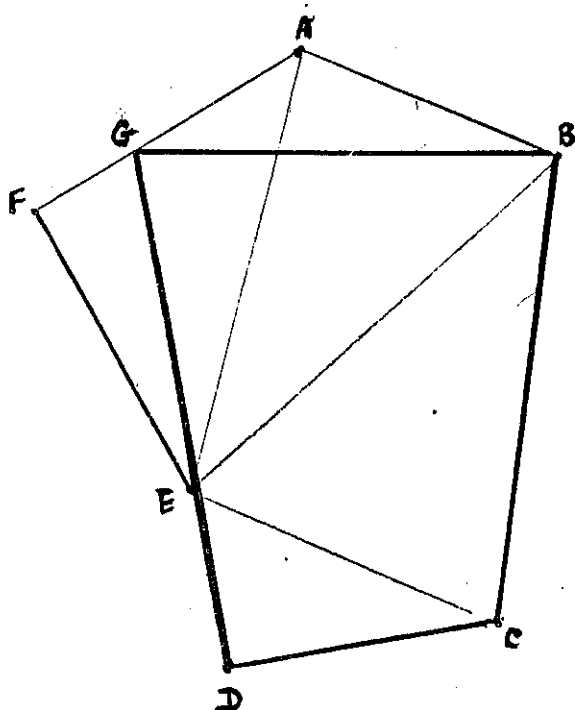
On cherche à inscrire le plus grand quadrilatère possible qui soit presque un rectangle (trait noir épais BCDG). Ses dimensions sont

$$(78, 87, 52, 99)$$

Les moyennes des côtés opposés (65 et 93) ont pour produit 6045. Il ne reste plus qu'à évaluer les aires des petits triangles de base BG (78) et EG (64) qui ont pour hauteur respective 20 et 19. Ces aires sont donc 780 et 608. Le résultat trouvé par l'arpenteur est

$$6045 + 780 + 608 = 7433$$

résultat assez proche de 7440.



Cicéron et les Astres

Club Astronomie - Limoges

Les Membres du Club d'Astronomie du Lycée Léonard Limosin à LIMOGES ont pris connaissance -par l'intermédiaire de leurs camarades latinistes- d'un extrait du "Songe de Scipion" (de *Republica* Livre VI) où Cicéron expose en ces termes le système du monde :

"Tout est relié par neuf cercles, ou plutôt neuf sphères, dont l'une est celle du ciel, la plus extérieure, celle qui embrasse toutes les autres ; elle est le Dieu lui-même qui circonscrit et contient les autres globes ; sur elle sont fixées les trajectoires décrites éternellement par les étoiles qui tournent avec elle ; placées sous elle, il y en a sept, qui tournent en sens contraire, d'un mouvement opposé à celui du ciel. L'un de ces globes est occupé par l'astre que, sur la Terre, on appelle Saturne. Ensuite vient l'éclatante lumière favorable et salutaire au genre humain, que l'on appelle Jupiter ; Puis le feu rougeoyant et effrayant pour la Terre, que vous nommez Mars ; Puis, au-dessous, la zone approximativement médiane est le domaine du Soleil, guide et chef et pilote des autres astres, âme et régulateur du monde, d'une dimension telle qu'il visite toute chose et l'emplit de sa lumière. Il a pour ainsi dire comme compagnons d'un côté l'orbite de Vénus et de l'autre celle de Mercure, et sur le cercle le plus bas, c'est la Lune, illuminée par les rayons du soleil qui décrit ses orbites. Au-dessous encore, il n'y a plus rien que de mortel et de passager, à l'exception des âmes, données en présent par les Dieux à la race humaine. Car le neuvième astre, qui est au milieu du monde, la Terre, ne se meut point elle se trouve en bas et c'est vers elle que tombe tout ce qui est entraîné par son propre poids"

Un peu plus loin, à propos du son "si intense et si suave" qui emplit l'espace, Cicéron écrit : "C'est celui qui, formé par l'alliance d'intervalles inégaux, mais cependant séparés par des rapports proportionnels, est produit par l'élan et le mouvement des sphères elles-mêmes et, associant le grave et l'aigu, donne naissance à des accords variant selon les degrés égaux ; car de si grands mouvements ne peuvent pas être mis en branle dans le silence, et les lois physiques veulent que les corps extrêmes produisent, d'un côté, un son grave, de l'autre un son aigu. C'est pourquoi le déplacement de la sphère des fixes, dont la rotation est la plus rapide, se produit avec un son aigu et violent, tandis que le son le plus grave est celui qui accompagne le déplacement de la Lune, le plus bas. La Terre, elle, neuvième, restant immobile, demeure toujours fixée au même endroit, et occupe le centre de l'Univers. Or ces huit trajectoires, parmi lesquelles chacune entre dans deux combinaisons sonores produisent sept sons à intervalles séparés, nombre qui constitue la structure de la plupart des choses. Des hommes doctes imitant cette musique à l'aide des cordes de la lyre et du chant, se sont ouvert le chemin qui les ramenait dans ce lieu (1) où nous sommes, comme ont fait tous ceux, qui, grâce à leur génie éminent, ont pratiqué, pendant leur vie humaine, des activités divines."

(1) Scipion Emilien a rejoint en songe son grand père Scipion l'Africain qui lui montre l'Univers, à partir de la Voie Lactée.

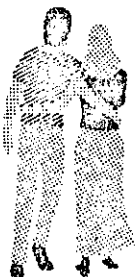
Ce passage qui résume toute une conception de l'Univers essentiellement platonicienne, a amené les élèves du Club à réfléchir sur les rapports entre la science et la philosophie dans l'Antiquité Gréco-Romaine.

Ils nous ont rendu compte de leur travail dans le texte suivant :

Les Anciens ont associé les accords "parfaits" des lyres, qu'ils considéraient comme une expression du divin, aux mouvements des planètes. Ils ont ainsi trouvé 7 sons fondamentaux, "nombre qui constitue la structure de la plupart des choses." (Le nombre 7 a eu de tout temps une valeur symbolique).

Ces considérations philosophiques ont une origine concrète liée à l'observation des instruments de musique. En effet les accords parfaits sont obtenus en jouant des notes dont le rapport des fréquences est égal à un rapport d'entiers simples (octave 2, quinte $\frac{3}{2}$, tierce $\frac{5}{4}$). Les fréquences n'étaient évidemment pas accessibles à la mesure en ce

temps-là ; mais nous savons maintenant que la fréquence d'une note est inversement proportionnelle à la longueur de la corde qui l'émet. Ainsi les Anciens ont pu trouver des rapports (inverses) simples entre les longueurs des cordes produisant les accords. Mais la perfection mathématique, associée à la perfection acoustique, a bientôt occulté l'origine expérimentale de ces notions ; et Cicéron loin de rappeler que l'invention des instruments de musique ait été le fruit de la technique, insiste au contraire sur leur origine théorique, rationnelle, donc divine. De même il se refuse à toute explication physique de l'Univers puisque celui-ci est d'essence divine.



**ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS**

au PLOT

ABONNEZ-VOUS

au SUPPLEMENT du PLOT

**ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS**

(voir en dernière page)

Verticalement

1 Carreaux. 2 Hie - luit. 3 Anétes. 4 Sektu
(Villes) - Er. 5 Sèante. 6 Es - Rient
7 Sens - Tas.

Horizontalement

1 Chassees. 11 Ache - Se. 111 Réels. 1V Tèens.
V Elevat. VI Eus - Net. VII St - Etna.
VIII Tènets.

Solution des Mots Croisés

Le Latin de C-F GAUSS

Françoise GAUDY · Limoges

Françoise Gaudy était en 1981-1982 élève de Terminale C au lycée Léonard Limosin de Limoges. Elle nous fait part d'un travail réalisé en cours de latin.

C'est en 1801, à l'âge de 24 ans, que Charles-Frédéric GAUSS, célèbre astronome allemand, écrit un traité mathématique d'une grande originalité. Avant même de connaître la valeur et la portée scientifique de l'ouvrage, notre curiosité s'éveille à son titre : *Disquisitiones arithmeticae* (en français : Recherches arithmétiques). La curiosité se transforme en admiration quand on a traduit quelques pages de ce traité - ce à quoi furent consacrés quelques uns de nos cours de latin de Terminale. En effet, dans un latin parfaitement maîtrisé, GAUSS expose avec clarté les divers systèmes de congruence. Il faut bien reconnaître qu'il est surprenant de voir un mathématicien du XIX^e siècle exposer ses idées de manière logique, compréhensible et tout à fait convaincante dans une langue ancienne.

Par conséquent, cet ouvrage présente un double intérêt : celui suscité par la portée mathématique et le plaisir de découvrir un latin méconnu, le latin scientifique. GAUSS, sans doute l'un des derniers savants à écrire en latin, n'est pas sans rappeler l'Antiquité, le XVI^e et le XVII^e siècle, époques où les scientifiques étaient avant

tout hommes de lettres. Il arrive à susciter en nous le regret de ces temps-là.

NOTE DE MME CREPIN, PROFESSEUR DE LATIN DE LA CLASSE, ET NON MATHÉMATICIENNE.

Il a été intéressant de faire remarquer aux élèves combien un texte si lumineux dans la pensée et si adroitement exprimé dans le latin le plus clair, donne au traducteur moderne, à tout moment, des "scrupules" (au sens latin : petite pesée de la conscience). Des mots, des adverbes, des formules d'enchaînement, offrant en français plusieurs possibilités d'approche semblables, ou faussement semblables, ont en latin une force d'expression unique dans la sûreté du concept, dans l'image choisie qui doit l'imposer, voire dans l'humour discret qui s'y glisse à l'occasion, ut vitium in calculum.

Bonne démonstration du fait que la langue ancienne (mais qui peut la pratiquer à ce degré ?) eut été la langue internationale idéale pour la communication instantanée et totale des plus grands cerveaux...

DISQUISITIONES ARITHMETICAE

SECTIO PRIMA

DE

NUMERORUM CONGRUENTIA IN GENERE

Le titre de l'ouvrage de Gauss. En page de droite, la traduction d'un extrait de ce livre réalisé par les élèves du cours de latin.

RECHERCHES ARITHMETIQUES

SECTION UN

DE

LA CONGRUENCE DES NOMBRES EN GENERAL

Nombres congrus, modules, résidus et non résidus

1

Si le nombre a mesure la différence des nombres b , c , b et s sont dits *congrus* selon a , dans le cas contraire, *incongrus*: nous appelons *module* le nombre a . Les deux nombres b , c sont nommés *résidus* l'un de l'autre dans le premier cas, *non résidus* dans le second cas.

Ces notions sont valables pour tous les nombres entiers tant positifs que négatifs, mais on ne doit pas les étendre aux nombres fractionnaires. E.g. -9 et 16 sont congrus selon le module 5 ; -7 est résidu de 15 selon le module 11 , mais non résidu selon le module 3 . Du reste, puisque chaque nombre mesure zéro, tout nombre doit être regardé comme congru à lui-même selon n'importe quel module.

.....

12

C'est sur les théorèmes donnés dans ce chapitre que s'appuient bien des théorèmes que l'on enseigne couramment dans les arithmétiques, e.g. les règles pour chercher la divisibilité d'un nombre donné, par 9 , 11 ou d'autres nombres. *Selon le module 9* , toutes les puissances du nombre 10 sont congrues à l'unité; c'est pourquoi si le nombre proposé a la forme $a + 10b + 100c + \text{etc}$, selon le module 9 , il donnera le même résidu minimum que $a + b + c + \text{etc}$. D'où il est évident que si les figures du nombre exprimé décimalement sont additionnées sans s'occuper de la place qu'elles occupent, cette somme et le nombre proposé présentent les mêmes résidus minima, c'est ainsi que le nombre peut se diviser par 9 si la somme est divisible par 9 , et contrairement. Même observation encore pour le diviseur 3 . Puisque *selon le module 11* , $100 \equiv 1$, on aura généralement $10^{2k} \equiv 1$, $10^{2k+1} \equiv 10$, $10 \equiv -1$,

.....

le nombre de forme $a + 10b + 100c + \text{etc}$ selon le module 11 donnera le même résidu minimum que $a - b + c - \text{etc}$; d'où la règle connue dérive sur le champ. De ce même principe, toutes les règles semblables se déduisent aisément.

Et c'est encore de ce qui précède qu'on va chercher la raison des règles qu'on recommande ordinairement pour la vérification des opérations arithmétiques. A savoir si, à partir de nombres donnés, on a à en déduire d'autres par addition, soustraction, multiplication ou élévation à des puissances: à la place des nombres donnés, on substitue leurs résidus minima, selon un module quelconque (ordinairement 9 ou 11 , parce que dans notre système décimal, on peut facilement trouver les résidus, selon ces modules, comme nous l'avons montré à l'instant). Les nombres qui doivent en résulter doivent être congrus à ceux qui ont été déduits des nombres proposés: si cela ne se produit pas, on conclut qu'une erreur s'est faufilée à travers le calcul.

Mais comme ces remarques et d'autres semblables sont abondamment connues, il serait superflu de s'y attarder plus longtemps.

REGIONALE DE LIMOGES

CCP : LIMOGES 177 66 R

Secrétariat : IREM. 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES Cedex (55).79.24.12
 Président d'honneur : Mr ROGERIE 22, rue L. Codet 87200 St JUNIEN (55).02.15.69
 Président : Mr NICOLAS 29, rue A. Tixier 87100 LIMOGES (55).77.07.76
 Vice-Présidents :
 -Corrèze : Mr BOUTEILLER 7 bis, av. du Pdt Roosevelt 19100 BRIVE (55).74.20.11
 -Creuse : Mr BOURCY Ecole Primaire 23130 CHENERAILLES
 -Hte Vienne : Mr LABROUSSE 9, rue du Petit Tour 87100 LIMOGES (55).33.49.70
 Secrétaire : Mr LABROUSSE.
 Secrétaire-adjoint : Mr LERY 14, rue C. Flammarion 19100 BRIVE (55).87.33.36
 Trésorier : Mr DUVEAU 4, rue Eugène Leroy 87500 St VRIEIX (55).75.07.32
 Brochures : Mme ROUGIER 37, av. de la Vienne 87170 ISLE (55).50.25.00
 Mr CATHALIFAUD 20, allée de Villagony 97100 LIMOGES (55).30.58.56
 Enseignement Primaire : Mme ROUGIER, Mr CATHALIFAUD
 Liaison CM₂-6è : Mr CREPIN 94, av. de Locarno 87100 LIMOGES (55).33.46.68
 Premier Cycle : Mr LACOTTE 6, av. René Coty 87100 LIMOGES (55).01.31.61
 Second Cycle : Mme PESTEL Collège Guy de Maupassant 97100 LIMOGES
 Mr FELDMAN 16, impasse J. Roux 87100 LIMOGES (55).37.47.09
 Post Baccalauréat : Mr MORIN 18, domaine de la Garde 87100 LIMOGES
 Formation des maîtres : Mr FREDON 40, rue Regnard 87100 LIMOGES (55).79.34.02
 Liaisons interdisciplinaires : Mr ROUGIER 35, av. de la Vienne 87170 ISLE (55).50.25.00
 C.A. de l'IREM : Mr ROUGIER
 P.L.O.T. : Mr CREPIN

REGIONALE D'ORLEANS - TOURS

CCP : LA SOURCE 1440 09 X

Siège Social : IREM - Université - 45046 ORLEANS CEDEX
 Président : Gérard CHAUVAT 3, rue J. Massenet - 37200 TOURS (47) 28.15.18
 Vice-Présidents : André GAGNEUX 14, rue de la Tour de Bau - 18400 SAINT FLORENT (48) 55.22.36
 Jacques PINAUD 4, rue de la Tuilerie, Chambléan-Garnay - 28500 VERNOUILLET
 (37) 46.82.82
 Trésorier : André DUTHILLEUL 13, rue du Domaine - 37300 JOUE LES TOURS (47) 27.75.74
 Secrétaires : Yves BOUTEILLER 150, rue de Chantepie - 37300 JOUE LES TOURS (47) 53.45.24
 Patrick MARTE 15, rue Berthollet - 45100 ORLEANS (38) 63.12.83
 Pascal MONSELLIER Les Tourelles, Marcilly en Villette - 45240 LA FERTE ST AUBIN
 (38) 65.11.77
 Jean-Claude SACHET 2, route du Vallon, St Gemme Moronval - 28500 VERNOUILLET
 (37) 43.72.15
 Autres membres du Comité Régional :
 Michel DARCHE 1, rue Albert Laville - 45000 ORLEANS (38) 62.22.85
 Pierre NURY "Ville Greuil" Saint Roch - 37390 LA MEMBROLIE (47) 41.07.88
 Joëlle PROVOST 12bis, rue des Coupances - 18230 SAINT DOULCHARD (48) 70.14.97
 Tâches du Comité Régional :
 Informatique : Patrick MARTE
 Innovation : Joëlle PROVOST
 Information : Pascal MONSELLIER
 Bulletin rapide : André GAGNEUX
 Enseignement en L.E.P. : Jean-Claude SACHET
 Enseignement du premier cycle : Pierre NURY
 Enseignement du second cycle : Jacques PINAUD
 Exposition - Matériel pédagogique : Michel DARCHE
 Formation Continue : Yves BOUTEILLER, André DUTHILLEUL

Siège Social : CRDP 6, rue Sainte Catherine 86034 Poitiers

Président : J. FORT (Université)

Secrétaire : M. PUYGRENIER La Folie 86500 MONTMORILLON (49).91.15.36

Trésorière : J. CARTRON 1, impasse des Fauvettes 79000 NIORT (49).24.41.29

Secrétaires des Départementales :

16 : M. MESNARD Résidence des Tilleuls, rue Parmentier 16000 ANGOULEME (45).92.95.69

17 : M. FOURNIER 10, avenue de Terrefort 17100 SAINTES (46).93.28.74

79 : J-P GUICHARD Le Chenim Vert. Boisvert. Le Tallud 79200 PARTHENAY

86 : M-H CHAUSSEAU 14, rue Maurice Bedel 86100 CHATELLERAULT (49).21.84.51

Commissions :

Elémentaire : J. BELLIKAUD 28, la Dinière 86180 BUXEROLLES (49).61.00.44

1er Cycle : D. PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87

2ème Cycle : D. PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87

Technique : M. FOURNIER

Informatique : G. DESENFANT St Gelars 79410 ECHIRE (49).75.01.38

Jeux : J. FROMENTIN 17, rue de la Roussille 79000 NIORT (49).28.39.77

Sujets d'examen : G. BORION 12, rue E. Grimaux 86000 POITIERS (49).01.77.84

Publications régionales : J. FROMENTIN et

J. BOROWCZYK 1, rue de Provence 86000 POITIERS (49).47.71.27

Supérieur et Formation Continue :

C. BLOCH 138, rue de la Méricote 86000 POITIERS (49).41.40.74

Représentant de l'APM au Conseil de gestion de l'IREM : G. BORION (suppléant : BONNEVAL)

Candidat de la Régionale pour le Comité National : J. COURTOIS

1983

ABONNEMENT AU

plot

L'abonnement est valable pour 4 numéros sur un an

Tarifs pour 1983 : Tarif normal : France et Etranger voie de surface 40 F

Tarif réduit pour les membres de l'APMEP en France ... 30 F

Abonnement aux suppléments du PLOT n°s 3 et 4 30 F

Abonnement au supplément du PLOT n° 5 20 F

La gestion des abonnés du PLOT est décentralisée, car elle est assurée par des bénévoles.
Merci de lire ATTENTIVEMENT les instructions qui suivent.

Pour régler l'abonnement : ATTENTION ! Le libellé du chèque et l'adresse d'envoi dépendent de votre Académie de résidence (voir au verso S.V.P.)

1983

ABONNEMENT AU

plot

↗ Si vous résidez dans l'Académie de POITIERS (départements 16 - 17 - 79 - 86)
 chèque à l'ordre de : Régionale APMEP de Poitiers. CCP Bordeaux 3852 59 D
 à envoyer à : APMEP. CRDP. 6, rue Ste Catherine 86034 Poitiers.

↗ Si vous résidez dans l'Académie de LIMOGES (départements 19 - 23 - 87)
 chèque à l'ordre de : Régionale APMEP de Limoges. CCP Limoges 117 66 R
 à envoyer à : APMEP. Irem. 123 rue Albert Thomas. 87060 Limoges Cedex

↗ DANS TOUS LES AUTRES CAS,
 chèque à l'ordre de : Régionale APMEP d'Orléans-Tours. CCP : La Source 1440 09 X
 à envoyer à : APMEP. Irem. Université. 45046 Orléans Cedex.

1er CAS : Vous réglez par chèque postal : Envoyez les trois volets directement à votre centre de Chèques Postaux en recopiant, dans la partie correspondance, les renseignements de la fiche ci-dessous (y compris le détail de l'abonnement).

2è CAS : Vous réglez par chèque bancaire : Utilisez la fiche détachable ci-dessous; envoyez la fiche ET le chèque au centre de gestion de votre abonnement dont vous dépendez (voir ci-dessus).

3è CAS : Abonnements groupés : Si un collègue peut regrouper les abonnements dans un établissement scolaire, notre tâche s'en trouvera simplifiée. Dans ce cas, envoyez toutes les fiches détachables et un seul chèque (postal ou bancaire) au centre de gestion d'abonnement dont vous dépendez.

PLOT - Abonnement 1983 - Fiche d'abonnement :

(voir ci-dessus l'adresse d'envoi, ainsi que le libellé du chèque)

NOM, Prénom :

Adresse complète :

Code postal et ville :

Pour les anciens abonnés dépendant du centre de gestion d'Orléans, notez ici le numéro d'abonné qui figure sur votre enveloppe d'envoi. Merci.

Je m'abonne à 4 numéros du PLOT : tarif normal 40 F }
 tarif réduit 30 F }

Je m'abonne aux suppléments n^{os} 3 et 4 (2 numéros 30 F *)

Je m'abonne au supplément n° 5..... (1 numéro 20 F *)

Je commande _____ n° du PLOT-MATERIEL n° 1 (n x 20 F **)

Je commande _____ n° du PLOT-MATERIEL n° 2 (n x 20 F **)

Frais d'envoi pour 1 et 2

TOTAL du chèque ci-joint :

* Seuls les abonnés au PLOT peuvent s'abonner aux suppléments du PLOT

** Pour les PLOT-MATERIEL ajouter les frais d'envoi : 10 F pour 1 à 2 pochettes
 20 F pour 3 à 6 pochettes
 30 F pour 7 à 10 pochettes

