

ABONNEZ-VOUS

plot

**BULLETIN DES RÉGIONALES A.P.M.E.P.
DE POITIERS, LIMOGES ET ORLÉANS-TOURS**

Merci à tous les lecteurs qui se sont réabonnés au PLOT sans tarder, dès réception de la lettre que nous leur avons envoyée. Répétons une fois de plus que le fichier des abonnés est géré par des bénévoles, et que toute lettre de relance nous coûte cher... en argent et en temps.

1982 a été l'année des anniversaires que le PLOT a fêtés (mort d'Evariste Galois, démonstration de la transcendance de π , application du calendrier grégorien... auxquels on aurait pu rajouter le centenaire de la naissance d'Emmy Noether !). Pour 1983, nous n'avons pas encore trouvé d'évènement digne à commémorer. Mais cela viendra sans doute ...

N'hésitez pas à écrire pour le PLOT : nous recevons beaucoup de propositions d'articles, mais une proportion insuffisante d'entre eux s'appuie sur la vie réelle des classes. Amis lecteurs, à vos plumes : envoyez-nous un article COURT traitant de la REALITE de la CLASSE. Il aura de grandes chances de passer dans un tout prochain numéro.

L'équipe d'animation

..... Adresse du journal : IREM, Université, 45046 Orléans Cedex.....
Directeur de Publication : Pascal Monsellier..... numéro CPPAP : 63181
Imprimé par le Centre Régional de Documentation Pédagogique, 55 rue Notre-Dame de Recouvrance, 45000 Orléans..... Equipe d'animation : Roger Crépin, Pascal Monsellier, Serge Parpay.....

Dépôt légal : 1er trimestre 1983

Toutes les publicités contenues dans le PLOT le sont à titre gratuit.

1983

TOUJOURS PLUS,
TOUJOURS MIEUX !

LE SUPPLEMENT DU **plot**

VOUS PROPOSE POUR 1983

3 NOUVEAUX NUMEROS HORS-SÉRIE DU P L O T

Deux pochettes permettant de réaliser et faire réaliser avec du carton, d'utiliser au rétroprojecteur :

Supplément n° 3 : Des TRANSFORMATEURS

- classiques : translateur, homothétiseur, symétriseur, inverseur, ...
- moins classiques qui ... transportent la figure comme la grande roue, la pompe, le glisseur, ...
- non standards comme ceux qui transforment une droite en ... haricot, un cercle en spirale, ...



Supplément n° 4 : Des PENTIMETRES :

- celui qui donne la pente d'une droite ou d'une tangente,
- un intégraphe qui permet de construire des courbes intégrales,
- un dérivographe qui permet de construire la courbe dérivée à partir de la courbe image d'une fonction.

DE PLUSpour compléter les suppléments 1 et 2 de 1982 nous vous proposons en

Supplément n° 5 : un dossier complet de fiches cartonnées (15x21) sur les polyèdres donnant toutes les informations techniques avec dessins ou photos pour réaliser et colorier avec les PLOT-MATERIEL 1 et 2

- les 9 polyèdres réguliers convexes ou étoilés,
- les 13 semi-réguliers convexes et leurs duaux,
- les 92 autres polyèdres convexes à faces régulières,
- d'autres polyèdres à fossettes ou étoilés comme ceux qui sont composés d'un polyèdre et de son dual.

Les numéros 1983 (22 à 25) du PLOT fourniront des exemples d'activités à faire avec ces différents matériels.

Pour recevoir ces numéros hors-série, il suffit de souscrire aux suppléments en même temps que vous renouvelez votre abonnement au PLOT (voir page 34)

ABONNEZ-VOUS

plot

BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Sommaire du n° 22

Rencontres

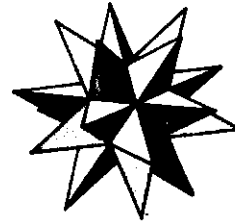
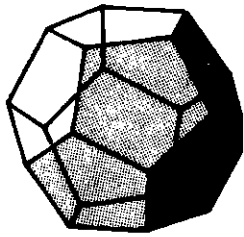
<i>Jean-Claude MARTZLOFF</i> - Les bâtonnets chinois	3
<i>Marc BLANCHARD</i> - L'effet miroir	7
<i>Jean-Michel KANTOR</i> - Modèles de polyèdres	12

Pratique

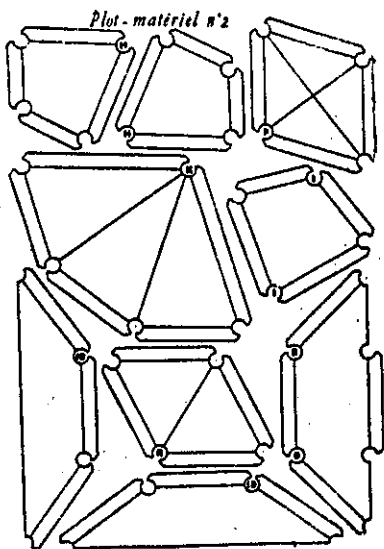
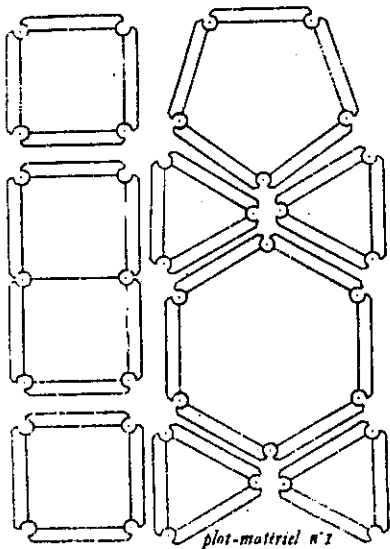
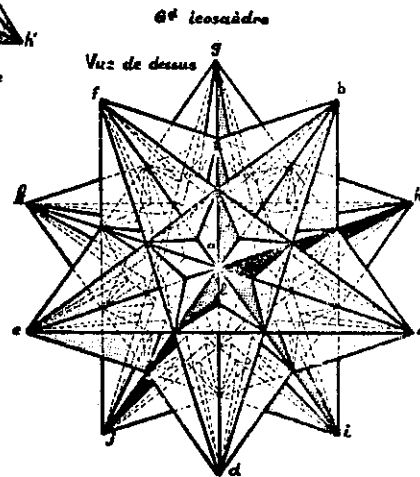
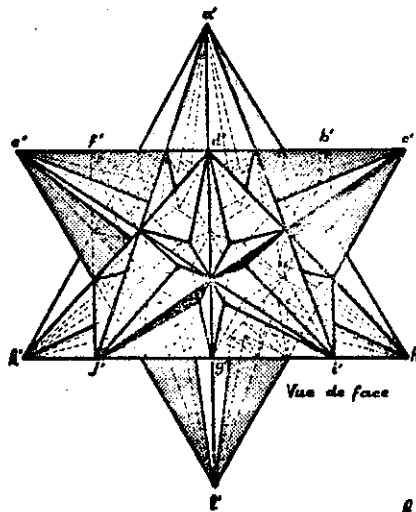
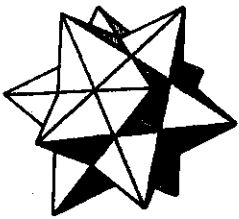
<i>Jean SAUVY</i> - Mathématiques et Corps humain	20
<i>Jean SAUVY</i> - Le Moulin doré (suite)	23
<i>Marcel BERGER</i> - Un mathématicien parle	24

Echanges

<i>Michel LABROUSSE</i> - Mots croisés	22
COURRIER des LECTEURS	29
BIBLIOGRAPHIE	31
PLOT : Index 1976 - 1982	33
A TRAVERS LA PRESSE	36
AGENDA & ABONNEMENTS	38



plot MATERIEL



Pour réaliser, ou faire réaliser, dès le plus jeune, des DIZAINES DE POLYEDRES, sans colle ni ciseaux, mais avec des élastiques !

Chaque pochette de PLOT Matériel contient :

- 30 feuilles pré-découpées de carton permettant de fabriquer des polygones réguliers (recto vert ou bleu, verso blanc).
- 1 pochette d'élastiques.
- 1 texte très complet pour reproduire vous-mêmes vos pièces, assembler et reproduire sans colle ni ciseaux, plusieurs dizaines de polyèdres réguliers, semi-réguliers, convexes, étoilés, adoucis, etc.

Le **PLOT matériel n° 1** fournit des faces polygonales à 3, 4, 5 et 6 côtés.

Le **PLOT matériel n° 2** fournit des faces à 8, 10 côtés et de nombreuses faces nécessaires pour les polygones non convexes.

Pour commander, utiliser la fiche en dernière page

Les Bâtonnets Chinois

L'auteur est professeur de mathématiques, actuellement chargé de recherche au CNRS. En Septembre 1981, il a publié un ouvrage de 326 pages : Recherches sur l'oeuvre mathématique de Mei Wending (1633-1721), qui est le volume 26 des Mémoires de l'Institut des Hautes Etudes Chinoises (PUF).

Le texte qui suit, sur les bâtonnets à calculer chinois, a été écrit spécialement pour les lecteurs du PLOT.

Jean-Claude MARTZLOFF - Paris

Le texte de Mei Wending (1633-1721) dans la traduction de A. Vissière (1892).

"Si quelqu'un demandait à maître Mei, -dit celui-ci : -Les anciens possédaient-ils, comme nous, des instruments servant à effectuer les calculs ? Il répondrait : Oui, ils en possédaient.

- Et quels étaient ces instruments ?

- Les anciens se servaient de fiches,

- A quoi ressemblaient ces fiches ?

- L'Histoire des Han nous le dit. Nous y lisons, en effet, que l'on faisait usage, à cette époque, de baguettes de bambou ayant un diamètre d'un dixième de pouce sur une longueur de six pouces. "Deux cent soixante et onze de ces baguettes, formant un hexagone, composaient une poignée (4). Elles permettaient de mesurer les longueurs sans perdre un centième ou un millième de pouce, d'apprécier des quantités sans perdre le moindre volume, et de déterminer les poids sans perdre la valeur de dix grains de millet, ni même d'un seul grain".

On trouve, en outre, dans les Che-chouo, ou Récits du siècle, que "Wang Jong, tenant ses fiches d'ivoire à la main, faisait ses calculs".

Voilà autant de preuves évidentes de l'emploi des fiches arithmétiques.

- S'il en est ainsi, ces fiches pouvaient être faites de bambou et aussi d'ivoire. Mais alors il ne s'agissait pas des bâtons de Napier, qui sont en usage aujourd'hui ?

- Non. L'usage des bâtons de Napier, qui appartiennent à l'astronomie occidentale, a commencé parmi nous avec Siu et Li.

- A quelle époque faut-il donc faire remonter l'origine de ces fiches ?

- Il n'est pas possible de le déterminer. Cependant, nous voyons, dans le Livre des Changements que, lorsque l'augure manipulait les tiges de la plante che, au cours de ses opérations divinatoires, chacune de ces tiges représentait aussi le chiffre 1. L'origine des fiches serait donc lointaine (500 - 600 avant J.C. très approximativement).

- Et comment se servait-on des fiches ?

- Pour le chiffre 5 et ceux qui lui

Quand on pense aux instruments à calculer chinois, le premier objet qui s'impose immédiatement à l'esprit est le boulier. C'est d'ailleurs tout de suite lui que les premiers missionnaires jésuites du début du 17^e siècle avaient remarqué en s'interrogeant sur les mathématiques du peuple qu'ils venaient évangéliser :

"(leur arithmétique) consiste toute en certain instrument de bois auquel des grains ronds enfilés de fils d'archal (laiton) sont changés çà et là pour marquer les nombres". (1)

Pourtant, si le boulier a beaucoup servi dans les traités d'arithmétique commerciale, il n'a jamais eu le moindre rôle dans les pratiques mathématiques savantes propres à la culture chinoise. Qui plus est, cet instrument ne semble pas remonter à une époque bien lointaine (vers 1400). Tout au moins, c'est ce qu'affirmait le grand mathématicien chinois Mei Wending (1633-1721) dans un texte resté célèbre traduit partiellement en français pour la première fois par le sociologue A. Vissière en 1892 (2). Au lieu de paraphraser ce texte qui a souvent servi de source principale aux études de synthèse actuelles sur l'histoire de la numération (3), nous en citerons plutôt quelques extraits (voir encadré).

La date de l'ouvrage que cite Mei Wending (1450), nous donnerait donc une idée de l'origine (tardive !) du boulier (que Vissière appelle ici "abaque"), ce boulier aurait résulté d'un perfectionnement de l'antique système des "fiches" →

sont inférieurs, on alignait longitudinalement autant de fiches. Pour 6 et au-dessus, on disposait transversalement une fiche, qui valait 5, et le complément du nombre était figuré par autant de fiches longitudinales (rangées au-dessous).

- Mais les dizaines, les centaines, milliers ou myriades, comment les marquait-on ?

- On les formait en procédant de la gauche vers la droite, à peu près comme sur les colonnes de l'abaque, ou comme sur les positions relatives des chiffres, dans le calcul écrit de l'Asie centrale et de l'Europe. Dans tous les cas, la progression suit le mouvement de la main ; aussi ces procédés sont-ils forcément identiques.

- Existe-t-il aussi des preuves de ce fait ?

- Oui. Nous avons les nombres donnés par Ts'ai Kieou-fong pour le Houang-ki, dans le chapitre Hong-fan (du Livre des Annales). Les nombres de 1 à 5 inclusivement y sont composés de lignes verticales ; de 6 à 9 inclusivement, ils contiennent une ligne horizontale en haut, qui équivaut à 5. En outre, depuis le groupe "1 à 1" jusqu'au groupe "9 à 9", tous les nombres sont composés de deux parties accouplées se lisant de gauche à droite. Cette méthode était en usage sous les Song (11e siècle).

- A quelle époque a-t-elle commencé à se servir de notre abaque arabe ?

- Hélas ! les anciens livres sont perdus et les preuves sûres nous manquent. Cependant si, dans mon ignorance, il m'est permis de hasarder une supposition, je répondrai que l'usage de l'abaque doit dater du commencement de la dynastie des Ming (fin 14e siècle).

- Comment pouvez-vous le savoir ?

- Nos règles rimées de la multiplication et de la division (affectuées à l'aide de l'abaque) sont très concises et ingénieuses, et c'est sur elles que repose le maniement de cette machine, tandis que celles qui sont contenues dans "l'Etude comparative des neuf chapitres de mathématiques (1450)" sont exprimées à l'aide de phrases longues et embarrassées, parce que l'abaque venait, seulement à cette époque, d'être inventé. Les auteurs suivants qui se sont occupés de la même question y ont ajouté l'élégance et ces règles ont été rendues plus concises et pratiques. Or, l'ouvrage précité a été composé par Wou Sin-min de Ts'ien-t'ang (Hang-tcheou) ; nous pouvons en rechercher et connaître la date, qui nous prouve que l'origine de l'abaque ne remonte sûrement pas à une époque éloignée."

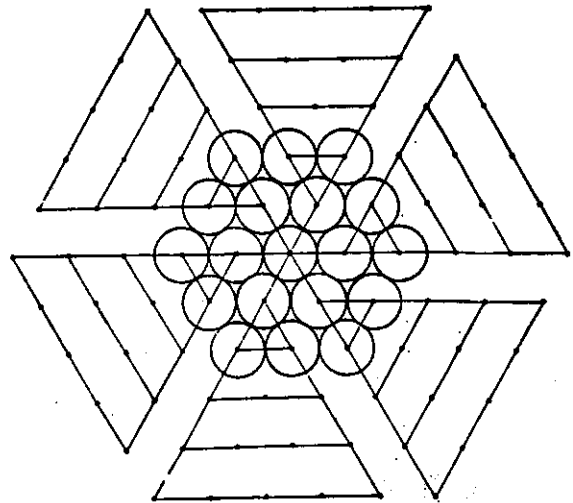


fig 1. L'hexagone formé par les 271 fiches.

➔ à calcul" (5). Ces "fiches", que nous préférons appeler bâtonnets (car il ne s'agit pas d'objets destinés à être enfoncés) se présentent comme des petits jonchets de bois, de métal ou d'ivoire d'environ une dizaine de centimètre de longueur pour 7 mm de diamètre. Ces objets qui remontent sans doute au-delà du début de l'ère chrétienne se groupaient en deux séries de chiffres décimaux dont la forme s'est fixée comme l'indique la figure 2.

Purement décimale, la numération construite avec ces objets ne diffère pas beaucoup de la nôtre. Ainsi 6728 s'écrivent $I \ II = III$, en ligne.

Naturellement, des ambiguïtés pouvaient apparaître surtout à cause de l'absence du zéro, mais on pense que pour en tenir compte on laissait une place vide sur la surface où prenaient place ces bâtonnets (qu'on appelle "table à compter"). A partir du 13e siècle notre zéro circulaire vient s'insérer dans le système (ainsi, 9005 s'écrit $I \ 00 \ IIII$). (Notons en passant, que la majorité des auteurs prétendent que ce 0 circulaire aurait une origine indienne mais il est fort possible qu'il soit purement chinois. En effet, on connaît un texte chinois imprimé avant 1240 dans lequel apparaît un zéro carré \square (figure 3). Or, on sait que les caractères chinois s'inscrivent tous dans des carrés tous égaux et lorsqu'un texte ancien est illisible à certains endroits, les chinois y ajoutent des petits carrés intérieurement vides localisant ainsi les trous d'un texte. Une déformation calligraphique courante aurait alors transformé ce zéro carré

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IIII	IIII	T	TT	TTT	TTTT
—	==	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥
10	20	30	40	50	60	70	80	90

fig 2. Les chiffres formés à l'aide de bâtonnets. Les chiffres de la première ligne servaient à compter les unités, les centaines, les myriades... etc. Ceux de la seconde ligne étaient utilisés pour les dizaines, les milliers, les centaines de milliers...etc.

en zéro rond. En résumé, l'évolution aurait été la suivante : d'abord le carré "trou dans un texte", puis le carré "nombre zéro", puis le zéro rond. En outre, les "chiffres chinois dits "secrets" (anma) employés par les marchands pour noter leurs prix témoignent d'un curieux usage du zéro : dans ce système 5 se note $\bar{0}$ ou \circ (c'est-à-dire 5 + 0 dans le système des bâtonnets de la figure 2. Par déformation calligraphique, ce 5 est devenu \curvearrowright , les flèches indiquent le sens du tracé)

Il est remarquable qu'en chi- ➔

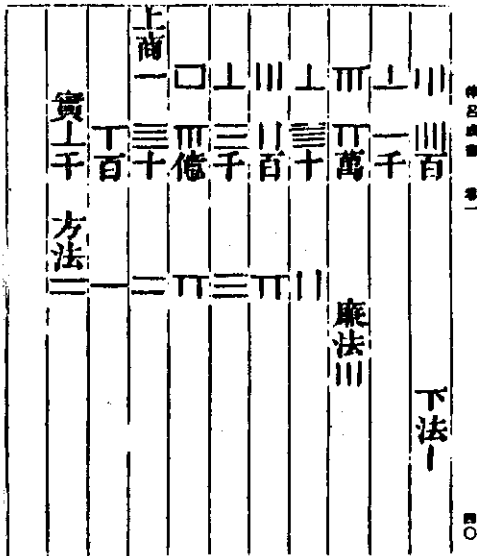


fig 3. Le zéro carré dans l'ouvrage de Liu Qin "Lilü cheng shu" (Traité sur les tubes musicaux) - 13è siècle - Cette page montre une partie de l'opération du calcul de la racine carrée. On y reconnaît les nombres suivants :

1 0 6 3 6 8 6 3
1 13 14 28 57 14 28 57

NOTES

(1) M. Ricci - N. Trigault, Histoire de l'expédition chrétienne au royaume de la Chine 1582 - 1610, Lille (1617), réimpression, Paris (1978).

(2) Vissière A. - Recherches sur l'origine de l'abaque chinois et sur sa dérivation des anciennes fiches à calcul.

Bulletin de Géographie historique et descriptive 1892, n°1 (Paris).

(3) Voir G. Guitel, Histoire comparée des numérations écrites (1975) ; et G. Ifrah, Histoire universelle des chiffres (1981).

(4) Cf. Histoire des premiers Han : Des mesures et du calendrier. Le commentaire de Sou Lin vient heureusement éclaircir ce qu'à d'obscur ce passage du vieux texte historique de Pan Kou. Comment, en effet, s'expliquer ces 271 fiches ou petites baguettes de bambou formant un hexagone et constituant une poignée ? Le commentateur nous dit : "D'angle en angle, on mesurait un pouce. Le côté de l'hexagone admettait 9 fiches ayant un dixième de pouce. En faisant la multiplication, il semble que le nombre de ces fiches sur chaque côté eût dû être de 10, mais il n'était en réalité que de 9 ; ce qui faisait au périmètre : 6 x 9 = 54 fiches. En comptant toutes celles de l'intérieur, on obtenait le nombre de 271". Nous devons conclure de ce qui précède que les calculateurs de l'époque des Han tenaient dans leur main une poignée de 271 fiches formées en un faisceau hexagonal ayant un pouce de côté. Le lecteur vérifiera aisément qu'il faut bien 271 cercles ayant 1 de diamètre, tous tangents entre eux, pour couvrir la surface d'un hexagone régulier ayant 10 de côté. Voir la figure 1.

(5) D'après YAMAZAKI Yoemon (1959) le boulier chinois serait d'origine romaine (il existe un boulier romain conservé à Paris, à la Bibliothèque Nationale, fort semblable au boulier chinois mais dont les boules se déplacent dans des rainures et non sur des tiges). Voir YAMAZAKI Yoemon, the origin of the Chinese Abacus. Memoirs of the Research Department of the Toyo Bunko (The Oriental Library) (1959), 18, 91 - 140 (texte en anglais).

nois classique, le terme suán qui signifie calculer, ou bien calcul, arithmétique, et qu'on traduit par extension "mathématiques" (ce mot peut aussi bien être un nom qu'un verbe) signifie aussi bâtonnet à calcul. Et, en chinois moderne, certains termes (mathématiques ou non) qui peuvent signifier calculer, compter, mais aussi supputer, déduire, etc. signifie à la lettre "manoeuvrer les bâtonnets".

Autrement dit, les "mathématiques" étaient d'abord pour les savants chinois l'art des bâtonnets (à calculer).

C'est avec eux qu'ils réalisaient toutes les opérations : non seulement l'addition, la soustraction, la multiplication et la division mais aussi les extractions de racines carrées, ou les résolutions numériques de polynômes etc... Curieusement, les quatre opérations de l'arithmétique s'effectuaient de gauche à droite en commençant par les unités les plus hautes, dans le sens inverse de l'écriture chinoise. (cette façon d'opérer n'a pratiquement pas existé en Europe).

Nous noterons aussi que les bâtonnets servaient depuis le début de notre ère à représenter les nombres négatifs. Pour cela, on utilisait des bâtonnets en couleur (rouge pour les positifs et noir pour les négatifs). Il s'agit de la plus ancienne représentation connue de tels nombres.



fig 5. Comptable utilisant l'échiquier numérique à jonchets (dans un ouvrage japonais de 1795).

Au cours de leur histoire, les mathématiques chinoises ont toujours progressé sur cette base instrumentale des bâtonnets, ce qui nous permet de comprendre certaines de leurs caractéristiques : notation des étapes des calculs sous forme d'algorithmes dont certains étaient fort complexes, extraordinaire habileté dans le maniement d'équation de degré élevé. Ce qui ne veut pas dire pour autant que ces mathématiques n'étaient que numériques, sans notion de preuve (cf. Principe de Cavalieri pour le calcul du volume de la sphère. Zu Kengzhi au 5e siècle, règle de calcul des triplets pythagoriciens (nombres entiers solutions de $x^2 + y^2 = z^2$) au 3e siècle, etc...). Mais elles excellaient dans le maniement des techniques numériques (résolution des systèmes linéaires par réduction à la forme triangulaire au 3e siècle, méthode de Horner au 13e siècle...).

★



fig 4. Maître chinois enseignant le calcul sur l'échiquier à deux jeunes élèves (Illustration parue en 1593).

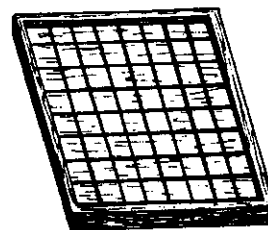


fig 6. Modèle d'échiquier numérique chinois.

L'effet Miroir

Marc Blanchard - Le Caire

MATERIEL

On dispose de trois miroirs rectangulaires de 20 cm sur 30 cm environ.

ACTIVITES PROPOSEES

POUR PETITS :

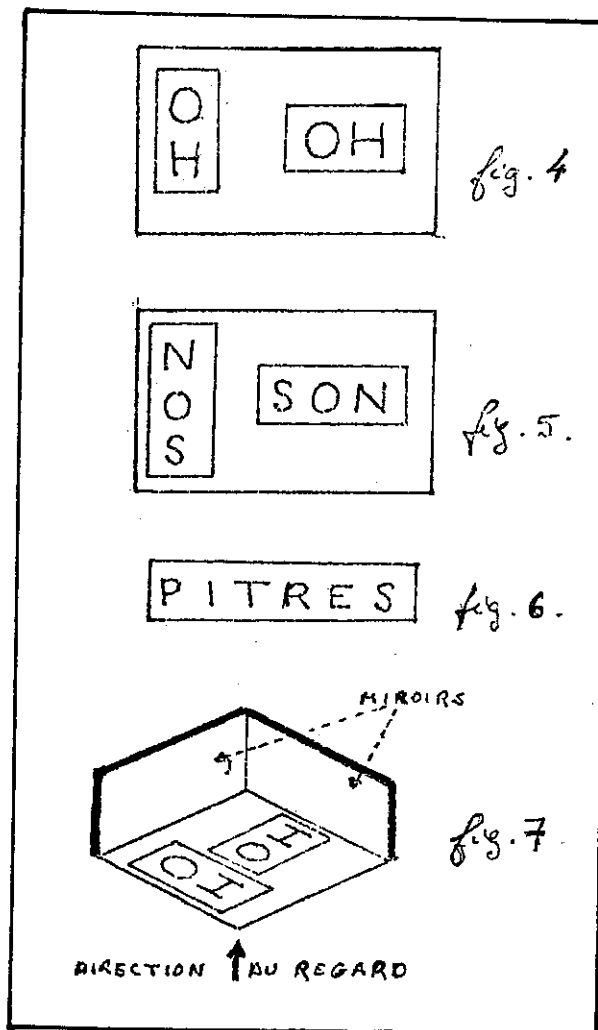
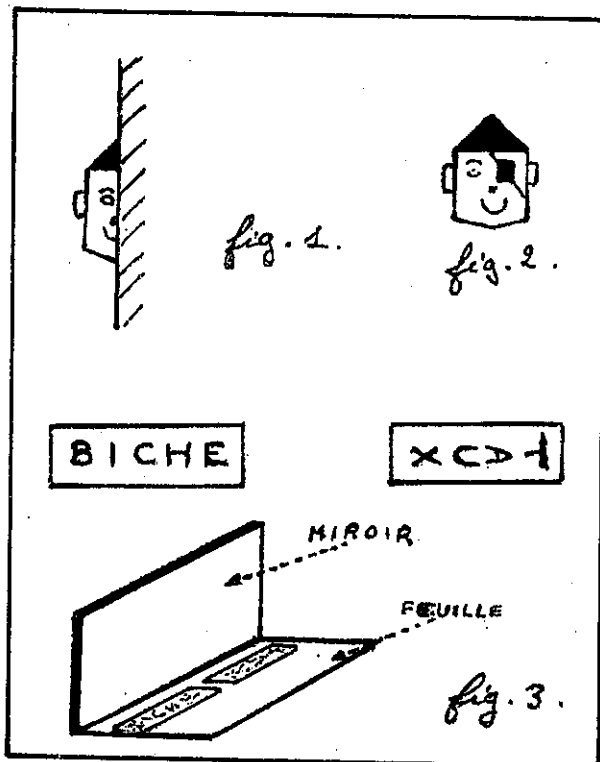
LE BONHOMME A DEMI CACHE

Un bonhomme cache à demi son visage derrière un mur. Comment voir son visage en entier à l'aide d'un miroir ? (fig.1).

Exemple de réponse :

Mettre le miroir le long du mur (sur la figure 1) et le visage semble apparaître en entier.

Et si le bonhomme a cette tête ? (figure 2). La méthode précédente est-elle valable ?



ECRITURE

a) Ecrire sur une feuille de papier, en capitales d'imprimerie, les mots encadrés de la figure 3.

Mettre la feuille devant un miroir. Décrire et expliquer ce qui est vu.

b) Même question en remplaçant les mots précédents par ceux de la figure 4, de la figure 5, de la figure 6.

c) Mettre successivement les feuilles précédentes dans l'angle de deux miroirs perpendiculaires (fig.7) (1).

Décrire et expliquer ce qui est vu.

(1) Afin de faire tenir sans difficulté les miroirs, joindre leur côté commun à l'aide d'une bande de papier adhésif (Scotch)

d) Mettre successivement les feuilles précédentes entre deux miroirs verticaux face à face (figure 8). Décrire et expliquer ce qui est vu en regardant dans un miroir par dessus l'autre.

AUTO - REGARD

a) Se regarder dans un miroir et cligner de l'oeil droit (ou gauche !). Décrire et expliquer ce qui est vu.

b) Se regarder approximativement dans le plan bissecteur de deux miroirs perpendiculaires (cas de la figure 7). Cligner successivement de l'oeil droit, puis de l'oeil gauche. Décrire précisément et expliquer ce qui est vu. Remarquer en particulier où l'on voit l'image de l'oeil ouvert quand l'autre est fermé.

Moment mémorable, il s'agit peut-être de la première fois que vous voyez votre visage tel qu'il est, c'est-à-dire avec son orientation gauche-droite correcte.

Il est remarquable qu'un miroir inverse l'orientation gauche-droite, mais non haut-bas ou devant-derrrière. Est-ce lié à la position de nos yeux dans notre visage ? Comment POLYPHEME le Cyclope voyait-il son visage dans un miroir avant d'être aveuglé par ULYSSE ? Si nous avions été créés avec un visage avec deux yeux l'un au-dessus de l'autre, l'image de notre visage dans un miroir serait elle inversée de haut en bas ?

POINTS & POLYGONES

Deux miroirs sont joints suivant un grand côté commun à l'aide d'une bande de papier adhésif transparent (Scotch) (voir la note 1) afin que l'angle dièdre formé par leurs plans varie de l'angle plat à l'angle nul.

a) Placer les miroirs (angle dièdre plat) sur une feuille où est tracé, bien visiblement, un point. Progressivement, faire varier l'angle dièdre de l'angle plat à l'angle nul de sorte que le point soit (approximativement) toujours dans le plan bissecteur du dièdre formé par les miroirs. Décrire et expliquer ce qui est vu.

b) Recommencer en remplaçant le point par un segment de sorte que ce segment soit toujours perpendiculaire

au plan bissecteur du dièdre quand celui-ci varie de l'angle plat à l'angle nul.

Les images successives du segment forment parfois des polygones réguliers, repérer pour quels angles dièdres ceux-ci sont obtenus. Expliquer.

c) Recommencer avec le segment de sorte qu'il soit toujours perpendiculaire au plan fixe d'un miroir en faisant pivoter le plan de l'autre miroir d'un angle dièdre plat à un angle dièdre nul.

Mêmes questions que précédemment.

d) Recommencer avec le segment de sorte qu'il forme un angle constant avec le plan fixe d'un miroir et soit sécant avec le plan de l'autre miroir en faisant pivoter ce dernier d'un angle dièdre plat à un angle dièdre nul.

Remarquer d'abord qu'en regardant de façon suffisamment rasante par rapport au plan d'un miroir choisi, pour un premier angle dièdre particulier obtenu après l'angle plat, les images successives de la partie du segment à l'intérieur du dièdre forment un triangle.

Les bords inférieurs des miroirs et l'image vue de l'un d'entre eux ont une position remarquable dans le triangle. Laquelle ? Expliquer.

Noter que le regard suffisamment rasant par rapport au plan de l'autre miroir permet de voir un autre triangle pour un autre angle dièdre particulier.

En diminuant l'angle dièdre, on obtient, pour une position remarquable à préciser, un quadrilatère particulier. Lequel ? Expliquer.

La direction du regard à l'intérieur du dièdre importe-t-elle cette fois ? Justifier.

Que voit-on en diminuant encore l'angle dièdre ?

Pour certaines positions remarquables, on obtient successivement des polygones étoilés. Noter en particulier l'étoile à cinq branches. Mesurer les angles dièdres pour quelques polygones étoilés. Expliquer.

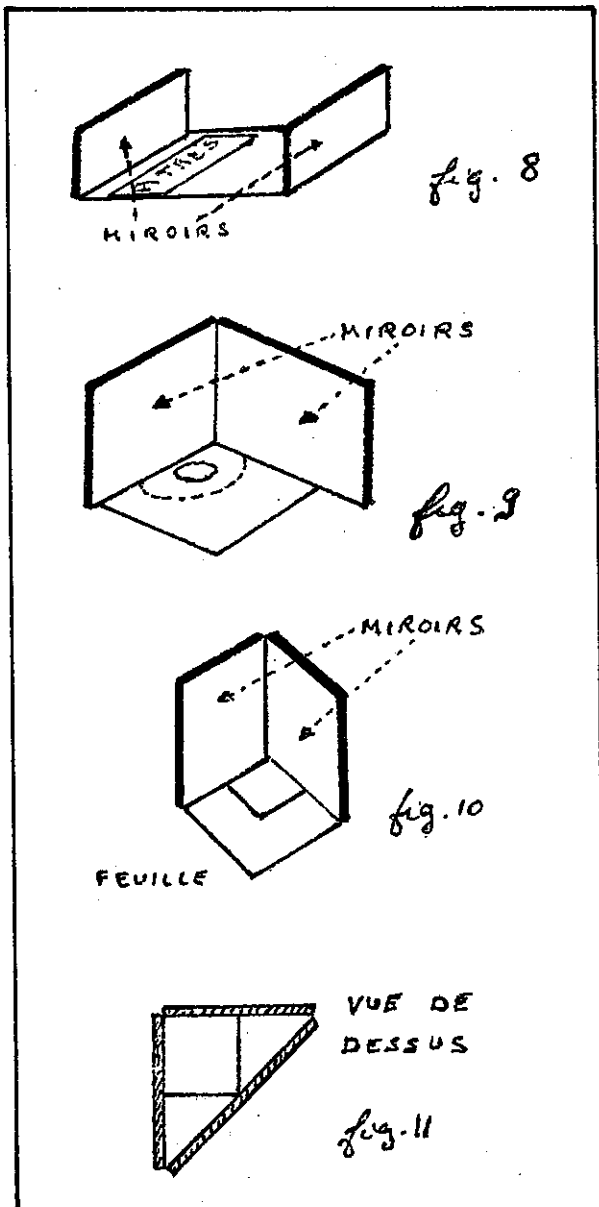
Pour faire joli, dessiner sur une feuille deux cercles concentriques de couleurs différentes. Faire pivoter les deux plans des miroirs dans diverses positions sur la feuille (en faisant varier l'angle dièdre). Apprécier l'effet esthétique obtenu (fig. 9).

Recommencer à volonté avec d'autres dessins.

AVEC TROIS MIROIRS

a) Tracer sur une feuille de papier deux segments formant un angle droit, les deux miroirs pivotables sur la feuille sont à angle dièdre droit de façon que les deux segments et leurs images forment un carré (fig. 10).

Mettre le troisième miroir verticalement sur la feuille de sorte que son bord inférieur passe par l'extrémité commune des segments et forme avec les bords inférieurs des deux autres miroirs un triangle rectangle isocèle. Décrire et expliquer ce qui est vu.



b) Mettre les trois miroirs de sorte que leurs plans forment un trièdre trirectangle (les faces réfléchissantes tournées vers l'intérieur du trièdre).

Présenter la pointe d'un stylo à l'intérieur du trièdre. Quel est le polyèdre convexe qui a pour sommets la pointe du stylo et toutes ses images ? Où faut-il situer la pointe du stylo pour que le polyèdre soit un cube ?

Lorsqu'on met son visage suffisamment près à l'intérieur du trièdre, on peut se voir sept fois. Cligner de l'oeil droit. Décrire et expliquer ce qui est vu.

Remarquer, en particulier, où l'on voit les images de l'oeil qui reste ouvert. Distinguer les images où l'orientation est changée (3 images simples par rapport aux 3 miroirs et une obtenue par symétrie centrale par rapport au point de concours des 3 miroirs), de celles qui ont la même orientation que votre visage (3 images obtenues par symétries axiales par rapport aux 3 droites d'intersection des plans des miroirs).

NOUVEAU MATERIEL

On dispose d'une, deux ou trois glaces sans tain (2) (elles peuvent se fabriquer à l'aide de vitres ordinaires sur lesquelles on colle une pellicule adhésive demi-réfléchissante vendue par exemple pour mettre sur les vitres des automobiles afin de diminuer la chaleur intérieure en cas d'exposition au soleil intense et prolongée.

DECOMPOSITION

a) Translations

Sur une feuille dessiner deux figures (1) et (2) translattées du vecteur \vec{V} et une autre figure superposable aux précédentes sur une petite feuille de papier calque (fig. 12).

Mettre une glace sans tain verticalement sur la feuille, de sorte que son bord inférieur soit orthogonal à \vec{V} . Superposer à l'image de la figure (1) par rapport à la glace, la figure sur papier calque.

(2) Des miroirs ordinaires peuvent, à défaut, être utilisés.

Mettre ensuite une autre (ou la même) glace sans tain dans une position se déduisant de la précédente par la translation de vecteur $\sqrt{2}$.

Constater que l'image symétrique de la figure sur calque par rapport à la deuxième glace sans tain coïncide avec (2).

Expliquer et énoncer un théorème relatif à l'égalité entre une translation et la composition de deux symétries axiales d'axes parallèles en géométrie euclidienne plane.

Les positions des deux glaces sans tain sont-elles uniques ?

b) Rotations

Sur une feuille dessiner deux figures (1) et (2) directement superposables mais non translattées l'une de l'autre et une autre figure superposable aux précédentes sur une feuille de papier calque (fig. 13).

Vérifier qu'elles se correspondent par une rotation. Pour cela, repérer le centre éventuel de la rotation C (intersection de médiatrices judicieusement choisies, par exemple). Superposer la figure sur calque à la figure (1). Mettre une pointe sèche de compas sur le centre estimé de rotation C, de façon que la feuille de papier calque puisse tourner aisément. Superposer la figure sur calque à (2) par rotation du calque de centre C et d'angle θ .

Mettre une glace sans tain verticalement sur la feuille, de sorte que son bord inférieur passe par C. Superposer à l'image de la figure (1) symétrique par rapport à la glace, la figure sur papier calque.

Mettre ensuite une autre (ou la même) glace sans tain dans une position se déduisant de la précédente par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\theta}{2}$.

Constater que l'image de la figure sur calque, symétrique par rapport à la deuxième glace sans tain coïncide avec (2).

Expliquer et énoncer un théorème relatif à l'égalité entre une rotation et la composition de deux symétries axiales d'axes sécants, en géométrie euclidienne plane.

Les positions des deux glaces sans tain sont-elles uniques ?

c) Retournements

Sur une feuille, dessiner deux

figures (1) et (2) superposables après retournement et deux autres figures superposables aux précédentes sur feuilles séparées de papier calque.

- Cas 1 - SYMETRIE AXIALE -

Les paires de points homologues ont une médiatrice commune Δ , axe de symétrie de la réunion des deux figures (fig. 14).

Mettre la glace sans tain verticalement sur la feuille, le bord inférieur coïncidant avec Δ . Constater que la figure (2) coïncide avec l'image de (1) symétrique par rapport à Δ .

- Cas 2 - RETOURNEMENT GLISSE -

Les paires de points homologues n'ont pas de médiatrice commune (fig. 15).

A l'aide d'une glace sans tain, constater qu'on peut trouver une droite Δ_1 , telle que la figure (3) symétrique de (1) par rapport à Δ_1 soit translattée de (2). Superposer à la figure (3) une des figures dessinée sur papier calque. A l'aide de deux glaces sans tain, montrer qu'il existe alors deux droites parallèles Δ_2 et Δ_3 telles que (3) ait pour symétrique (4) (sur laquelle on superpose une figure dessinée sur papier calque) par rapport à Δ_2 et que (4) ait pour symétrique (2) par rapport à Δ_3 .

La transformation géométrique r (parfois appelée retournement glissé) du plan qui à la figure (1) associe (2), est la composée de trois symétries axiales :

$$r = s_{\Delta_3} \circ s_{\Delta_2} \circ s_{\Delta_1}$$

Montrer que c'est aussi la composée d'une symétrie axiale suivie d'une translation, ou d'une rotation suivie d'une symétrie axiale.

La transformation r est également la composée d'une translation suivie d'une symétrie axiale ou d'une symétrie axiale suivie d'une translation. Constatez-le à l'aide de glaces sans tain.

Les décompositions sont-elles uniques ?

Expliquer et énoncer un théorème relatif à l'égalité entre un retournement glissé et la composition de trois symétries axiales en géométrie euclidienne plane.

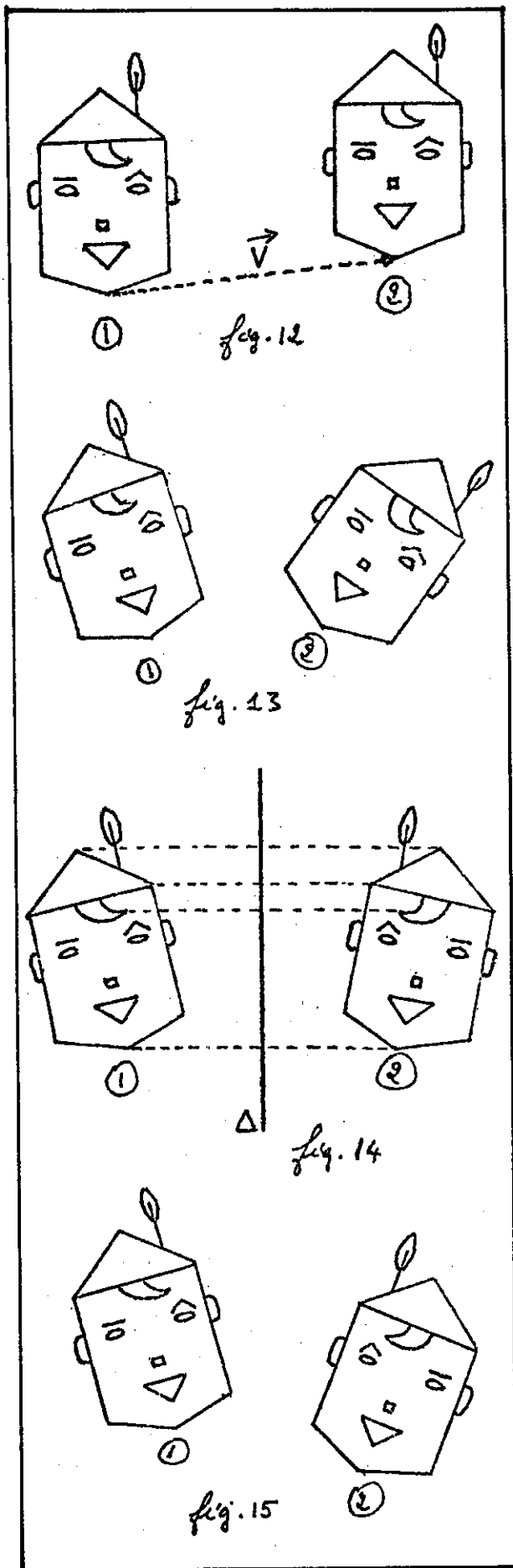
BILAN

Les déplacements d'un plan affine euclidien sont les isométries qui conservent l'orientation. Il s'agit des translations et des rotations qui peuvent se décomposer en deux symétries axiales.

Les antidéplacements ou retournements d'un plan affine euclidien sont les isométries qui changent l'orientation. Il s'agit des symétries axiales ou des retournements glissés, ces derniers peuvent se décomposer en trois symétries axiales (ou un déplacement et une symétrie axiale).

Ces résultats découverts expérimentalement restent à démontrer pour acquérir le statut de théorème. Le lecteur intéressé peut poursuivre les recherches avec le même matériel. En particulier pour prolonger les activités sur "POINTS & POLYGOUES" (b et c), montrer comment il est théoriquement possible d'obtenir des polygones réguliers croisés (étoile à cinq branches en particulier) à l'aide des images successives d'un segment obtenues à l'aide de glaces sans tain. Toutefois, dans la pratique, le résultat est décevant car les images successives d'une figure à la suite de plusieurs réflexions dans des glaces sans tain sont vite imperceptibles.

Il peut paraître paradoxal d'utiliser la réflexion dans un miroir qui se modélise mathématiquement par une symétrie orthogonale par rapport à un plan dans un espace affine euclidien de dimension 3, pour faire des activités principalement de géométrie plane. Toute activité expérimentale se modélise en dimension 3, bien sûr. Toutefois, il ne semble pas que pédagogiquement cela soulève de grandes difficultés. Théoriquement cela se justifie car tout plan π orthogonal à un plan de symétrie P , est globalement invariant ; il est donc loisible de considérer la restriction à π de la symétrie orthogonale par rapport à P , il s'agit de la symétrie axiale dans π , d'axe la droite d'intersection de π et P . ★

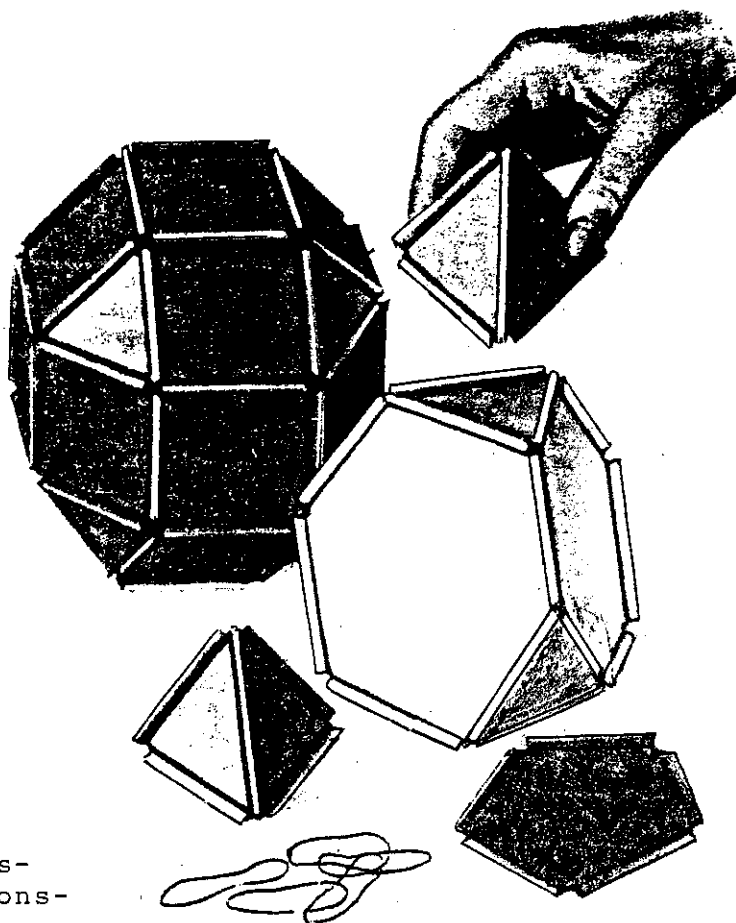


Modèles de Polyèdres

Jean-Michel KANTOR - Paris

Ce texte est une adaptation d'un article de I. MATIASEVICH (célèbre mathématicien soviétique spécialiste de théorie des nombres qui a résolu l'un des 21 problèmes posés par David HILBERT en 1901). Cet article est paru dans la revue soviétique QUANT qui publie des articles de mathématiques, de physique et d'informatique destinés aux jeunes, à leurs parents et à leurs professeurs.

Un choix de ces articles a été adapté en français et est paru chez Belin (1982) sous le titre "Mathématiques venues d'ailleurs".



L'architecte américain Fred Basseti a inventé un système de construction de polyèdres qui est très simple et permet, après une ou deux heures de préparatifs, de construire les polyèdres qu'on veut, de les défaire en quelques instants si on veut en fabriquer d'autres (1).

Le matériel nécessaire comporte d'abord une trentaine d'élastiques, qui doivent être identiques. Les faces de polyèdres sont préparées dans du carton, et on prévoit des rabats pour les relier les unes aux autres (figure 1). Au début on prépare par exemple quelques triangles équilatéraux, quelques carrés, quelques hexagones et quelques pentagones. Tous les polygones doivent avoir des côtés tous égaux, et les élastiques doivent avoir une même longueur qu'on choisira

après un peu de tâtonnement en fonction de leur souplesse et de la dureté du carton (il faut que les faces soient réunies solidement, mais sans se tordre). On peut utiliser une couleur différente pour chaque type de face, dessiner très précisément un modèle pour chaque type et découper ensuite dans le carton en suivant le modèle du polygone.

POLYEDRES REGULIERS

On dit qu'un polyèdre est régulier si toutes ses faces sont identiques, toutes égales au même polygone régulier, et qu'en chaque sommet se rencontrent le même nombre de faces. Il y a

(1) Les "PLOT-Matériel" n° 1 et 2 diffusent une version beaucoup plus complète de ce matériel (NdLR)

exactement 5 polyèdres réguliers: le tétraèdre régulier (ses faces sont des triangles équilatéraux, trois triangles se rencontrent en chaque sommet et on le note symboliquement 3^3); l'octaèdre, 3^4 (les faces sont des triangles, chaque sommet appartient à quatre triangles); le cube, 4^3 ; l'icosaèdre, 3^5 ; et le dodécaèdre, 5^3 .

Pour fabriquer ces polyèdres, il suffit de prendre le nombre voulu de polygones et de les assembler de manière qu'en chaque sommet se rencontrent le bon nombre de faces. Les polyèdres réguliers étaient déjà connus dans la Grèce antique, on les appelle souvent *solides platoniciens* du nom du grand philosophe grec PLATON.

Nous allons démontrer qu'il n'existe pas d'autres polyèdres réguliers que les solides platoniciens. Supposons qu'il existe un solide du type n^m (la face a n côtés, et chaque sommet est le point de rencontre de m faces). Les angles d'un polygone régulier de n côtés sont égaux à $(1-2/n)\pi$,

la somme des angles plans au sommet d'un polyèdre convexe (ce sont les projections des angles sur un même plan) doit être inférieure à 2π , donc

$$m(1-2/n)\pi < 2\pi, \text{ t. e.}$$

$$1 < \frac{2}{m} + \frac{2}{n}. \quad (1)$$

Il est clair que m et n sont supérieurs à 3, ce qui avec (1) conduit à $n \leq 5$ et $m \leq 5$.

On vérifie facilement que si (m,n) est l'un des couples $(4,4)$, $(4,5)$, $(5,4)$ ou $(5,5)$, l'inégalité (1) n'est pas respectée. Il reste 5 possibilités: $(3,3)$, $(3,4)$, $(3,5)$, $(4,3)$ et $(5,3)$ qui conduisent aux cinq solides platoniciens.

POLYEDRES SEMI-REGULIERS

Maintenant nous n'exigeons plus que les faces soient toutes identiques entre elles, mais seulement qu'aux sommets on rencontre la même combinaison de

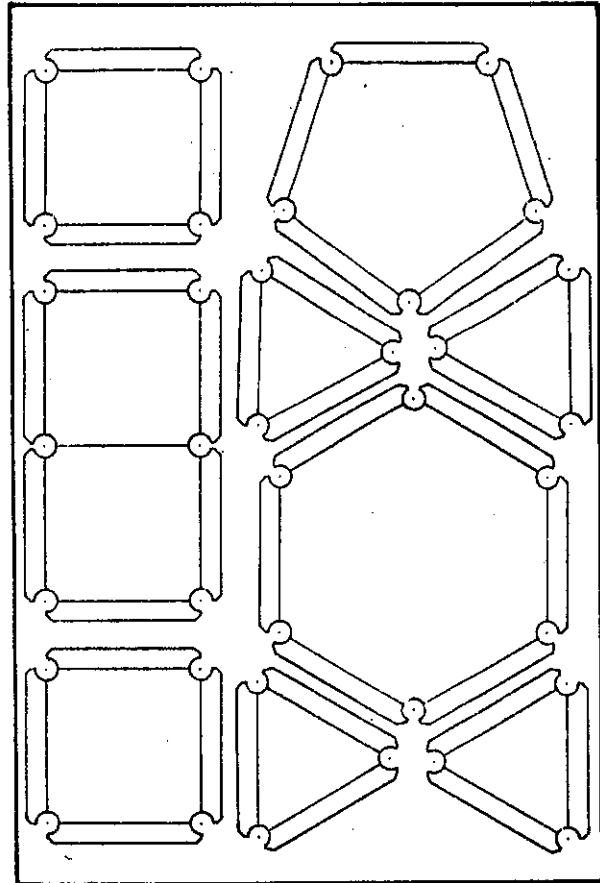
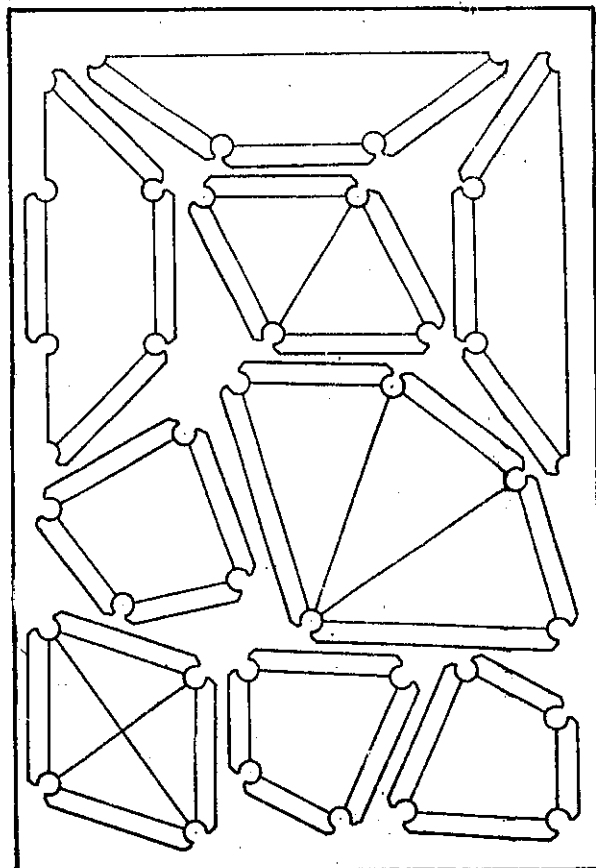


fig 1. Les faces polygonales constituant les feuilles cartonnées prédécoupées de chaque "PLOT-Matériel".



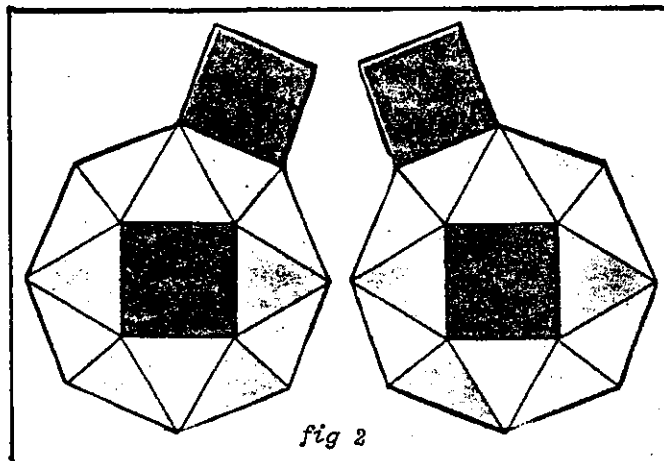
polygones. En plus des solides platoniciens, de nouveaux polyèdres vont apparaître, dont nous allons d'abord extraire les solides archimédiens, au nombre de 13. Les voici (toujours en notation symbolique) : le tétraèdre tronqué : $6^2.3$ (à chaque sommet se rencontrent deux hexagones et un triangle) ; l'octaèdre tronqué : $6^2.4$, le cube tronqué : $8^2.3$, l'icosaèdre tronqué : $6^2.5$; le dodécaèdre tronqué : $10^2.3$; le cuboctaèdre : $4.3.4.3$. (en un sommet se rencontrent deux carrés et deux triangles, mais deux polygones identiques n'ont pas de côté commun) ; l'icosidodécaèdre : $5.3.5.3$; le rhombicosidodécaèdre : $5.4.3.4$; le cuboctaèdre tronqué : $8.6.4$; l'icosidodécaèdre tronqué : $10.6.4$; le cube adouci : 4.3^4 ; le dodécaèdre adouci : 5.3^4 et le rhombicuboctaèdre : $4^3.3$.

Si on a fabriqué des polygones de 8 et 10 côtés (2), on peut reproduire ces polyèdres semi-réguliers. L'assemblage des 8 premiers ne présente pas de difficultés, on commence par réunir des faces autour d'un sommet, puis on complète en se laissant guider par la règle suivante :

Chacun des sommets de la face qu'on ajoute doit aboutir en un sommet où il y a déjà au moins deux faces.

Le processus d'assemblage se fait de la même manière pour chacun des polyèdres.

Pour le cuboctaèdre tronqué, $8.6.4$, il y a déjà une ambiguïté à la première étape : si on considère qu'on calcule le type des faces en allant dans le sens des aiguilles d'une montre autour du sommet, on peut placer autour du premier sommet $8.6.4$ aussi bien que $8.4.6$. (il n'y a pas d'autres possibilités, car, par exemple, $6.4.8$ est identique à $8.6.4$). La suite de la construction se fait de la même manière dans les deux cas.



Mais le résultat est le même quel que soit le choix initial : la moitié des sommets obtenus sont du type $8.6.4$, et l'autre moitié du type $8.4.6$. On retrouve la même situation avec l'icosidodécaèdre tronqué.

La situation est plus intéressante avec le cube adouci 4.3^4 . On commence par entourer le carré avec des triangles, puis on doit faire un choix entre deux variantes pour ajouter un nouveau carré (figure 2) ; ce choix fait, l'assemblage se poursuit sans autre ambiguïté, à condition qu'on prenne toujours comme sommet nouveau celui où sont réunis les quatre triangles, ou bien le sommet où il y a le carré (on trouve toujours un sommet de l'un des deux types). Comme résultat on obtient deux polyèdres, chacun étant l'image de l'autre dans un miroir (3). Ils portent le même nom et ne sont comptés qu'une fois dans la liste. La même situation se produit avec le dodécaèdre adouci 4.3^4 . La situation se complique avec le rhombicuboctaèdre $4^3.3$. Après avoir entouré une face triangulaire par des carrés, on a le choix entre trois possibilités pour continuer (figure 3). Les deux premières se poursuivent de la même manière ; pour la troisième, après avoir entouré le deuxième triangle de carrés, on voit apparaître 5 possibilités pour ajouter le troisième trian-

(2) Ces polygones se font à l'aide du "PLOT-Matériel" n° 2 (NdLR).

(3) On les dit énantiomorphes (comme le sont nos deux mains).

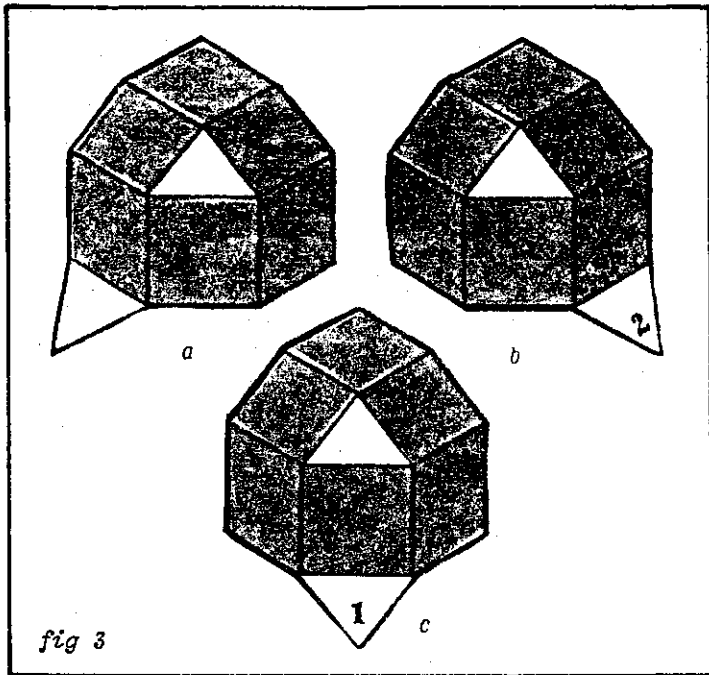


fig 3

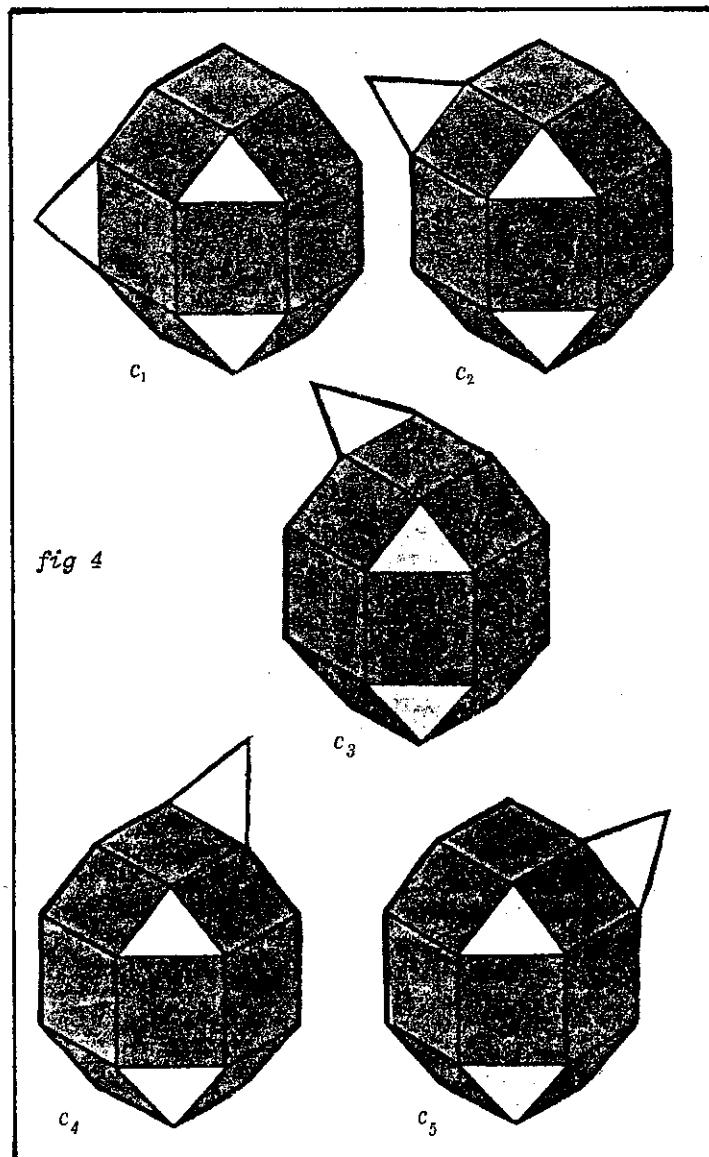


fig 4

gle (figure 4).

Combien de polyèdres différents obtient-on ? Sept ? Non, en fait seulement deux. Les variantes a, b, C1, C3 et C4 conduisent au même polyèdre, celui de la figure 5, et les variantes C2 et C5 à celui de la figure 6. C'est ce dernier qui s'appelle rombicuboctaèdre et qui est un solide archimédien. Pourquoi, demanderez-vous ? L'autre est-il plus mauvais, moins "harmonieux" ?

La réponse est un peu délicate. Rappelons-nous que nous demandons que les sommets soient identiques ; on peut le vérifier de la manière suivante : on prend deux sommets, et on vérifie qu'on peut les amener l'un sur l'autre de la manière que les faces identiques se confondent ; de cette manière deux sommets qu'on obtient par réflexion à partir d'un seul peuvent être considérés comme identiques ; selon cette définition tous les sommets du polyèdre de la figure 5 sont identiques. Mais cette définition a un caractère "local", il n'est question que des faces qui aboutissent aux deux sommets que nous considérons. Par contre les solides archimédiens vérifient une propriété beaucoup plus forte : on peut faire coïncider deux sommets arbitraires de manière que toutes les faces identiques se correspondent par couple ; le polyèdre de la figure 5 ne vérifie pas cette propriété (vous pouvez en fabriquer deux exemplaires puis le vérifier). C'est à cause de cette "harmonie" supplémentaire que les solides archimédiens ont été les "heureux élus". Le polyèdre de la figure 5 est resté dans l'ombre pendant deux millénaires, et a été "découvert" au milieu de notre siècle.

Comment savoir s'il y a d'autres polyèdres semi-réguliers que ceux que nous avons cités ? La méthode est essentiellement la même que pour les solides platoniciens. Un sommet doit appartenir à au moins trois faces, et au plus cinq (pourquoi ?), donc il

suffit de considérer trois types de sommets : (x,y,z) , (w,x,y,z) , (v,w,x,y,z) (parmi ces lettres il peut y avoir des nombres égaux). On obtient respectivement trois inégalités analogues de (1) :

$$1 < \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z}. \quad (2)$$

$$2 < \frac{2}{w} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z}. \quad (3)$$

$$3 < \frac{2}{u} + \frac{2}{w} + \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z}. \quad (4)$$

Nous devons trouver toutes les solutions de ces inéquations en nombres entiers supérieurs à 3.

Commençons avec la dernière. Comme avec les solides platoniciens on trouve d'abord

$$u \leq 5, w \leq 5, x \leq 5, y \leq 5, z \leq 5.$$

Il reste un nombre fini de possibilités à tester par le lecteur courageux, surtout s'il dispose d'un ordinateur.

L'inégalité (3) est vérifiée pour tout z si on prend $w=x=y=3$. Cela donne une infinité de polyèdres semi-réguliers du type $3^3.z$, appelés *antiprismes*. Tout autre polyèdre semi-régulier où trois faces se rencontrent à chaque sommet ne peut avoir de faces avec plus de onze côtés, car

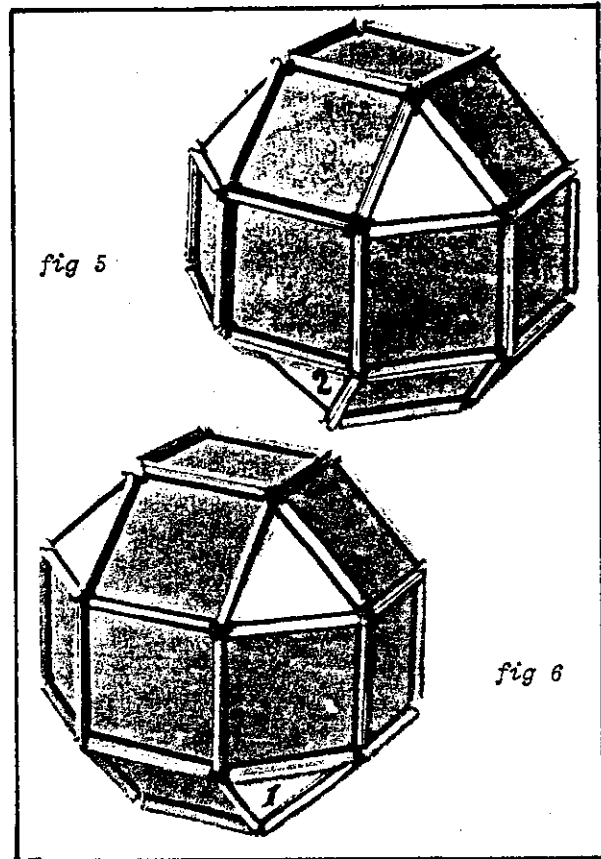
$$w \geq 3, x \geq 3, y \geq 4, z \geq 12$$

n'est pas compatible avec l'inégalité (3); on se ramène ainsi à un nombre fini de cas vérifier : w,x,y,z , tous au plus égaux à 11.

C'est l'inégalité (2) qui va nous donner le plus de mal, elle a beaucoup de solutions, et parmi elles certaines ne correspondent à aucun polyèdre semi-régulier. Aussi, nous allons utiliser une autre propriété géométrique ; en un sommet la somme des angles de deux faces est supérieure à l'angle de la troisième (c'est l'analogie de l'inégalité du triangle). Ceci conduit à l'inégalité

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} - \frac{2}{z} < 1 \quad (5)$$

(on peut supposer, sans restreindre la généralité, que $x \leq y \leq z$). Les deux inégalités (2) et (5)



sont vérifiées pour tout z si on prend $x=3, y=6$, ou $x=y=4$. Dans ce dernier cas, nous obtenons une série infinie de polyèdres semi-réguliers du type $4^2.z$ bien connus sous le nom de *prismes*. Le polyèdre semi-régulier correspondant à $3.6.z$ existe seulement pour $z = 6$ (pourquoi ? comment s'appelle-t-il ?) Pour toutes les autres valeurs de x et y , ou bien

$$2/x + 2/y < 1,$$

et alors z ne peut pas être trop grand d'après (2), ou bien

$$2/x + 2/y > 1,$$

et alors on borne z vers le haut d'après (5). Il ne reste donc plus qu'un nombre fini de possibilités à examiner.

En conclusion, on a trouvé les solides platoniciens, les solides archimédiens, un cas "oublié" et une série infinies de prismes et d'antiprismes. Il n'y a pas d'autres polyèdres semi-réguliers (même si on choisit la définition la moins forte de l'identité de deux sommets).

POLYEDRES A FACES REGULIERES

Cherchons maintenant quels sont les polyèdres qui ne sont pas encore dans notre tableau de chasse, parmi les polyèdres convexes dont les faces sont des polygones réguliers (on n'exige plus ni l'identité des faces, ni l'identité des sommets). Il se trouve qu'il ne faut encore ajouter à notre liste qu'un nombre fini de polyèdres.

La démonstration repose sur un résultat qui est l'analogie dans l'espace du résultat suivant (qui était bien connu quand on étudiait encore la géométrie) : la somme des angles externes d'un polygone du plan vaut 2π (On appelle angle extérieur le complément de l'angle intérieur ; essayez de démontrer ce résultat). De la même manière, on appelle *courbure au sommet* d'un polyèdre la différence entre 2π (valeur limite) et la somme des angles de toutes les faces qui aboutissent en ce sommet. Par exemple, la courbure au sommet de type 3.4.3.6 vaut $\pi/6$. On montre que la somme des courbures aux sommets d'un polyèdre convexe vaut toujours 4π . Ainsi il ne peut pas exister de sommets du type 3.4.3.6. puisque

$$4\pi : \pi/6 = 24.$$

De même on trouve une restriction sur le nombre de sommets d'un type fixé quelconque. Le nombre de types est infini, mais en se rappelant les cas examinés pour trouver les polyèdres semi-réguliers, on arrive à montrer que tous les sommets sauf un nombre fini sont dans l'une des séries $4^2.z$, $3^3.z$, ou $3.6.z$. Il reste à montrer que pour des grandes valeurs de z un polyèdre convexe à faces régulières qui a des sommets du premier type est forcément un prisme, que c'est un antiprisme si ses sommets sont du second type, et qu'il ne peut en exister avec des sommets du troisième type.

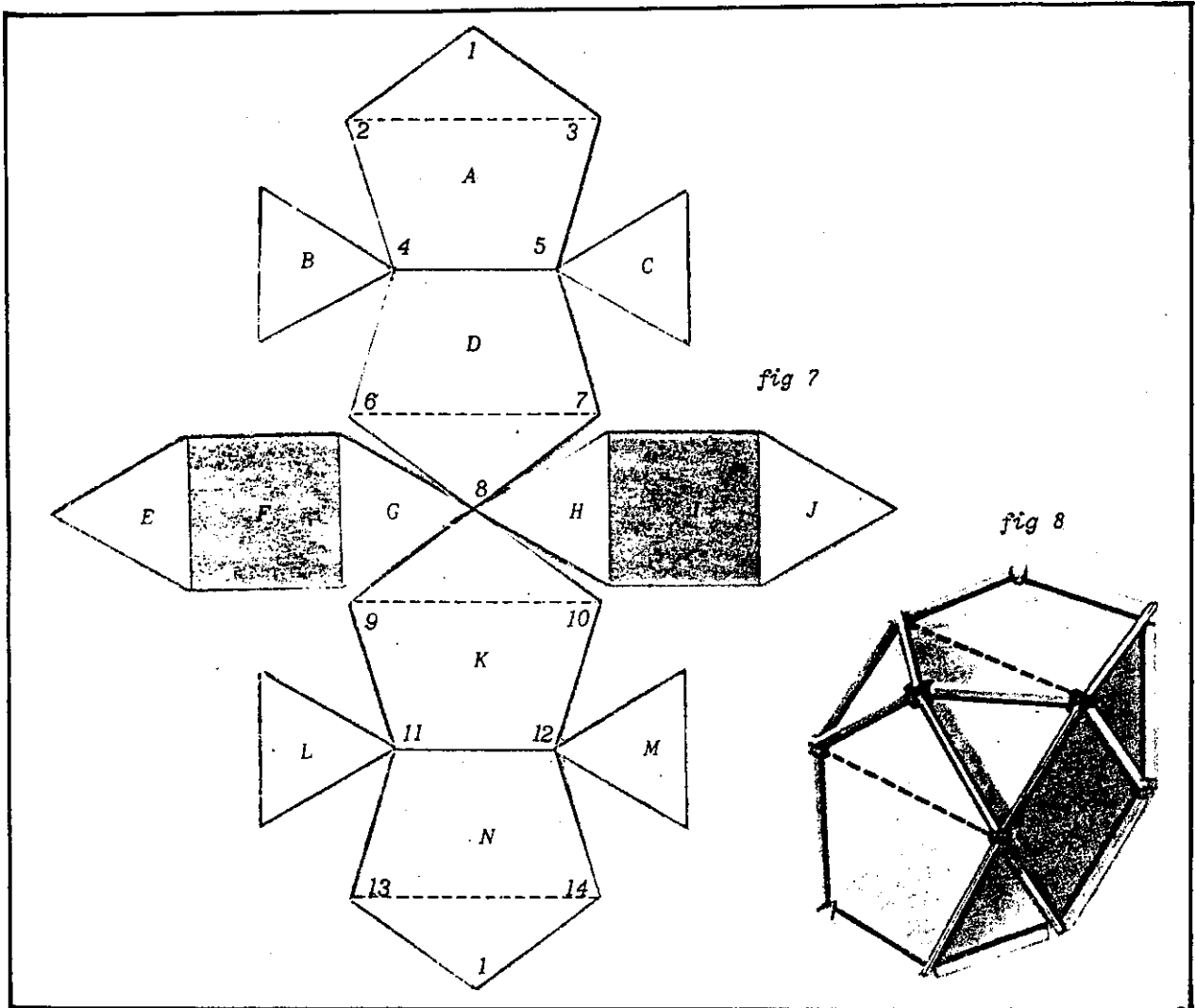
La conclusion finale est la suivante : les polyèdres à faces régulières sont les solides platoniciens (à tout seigneur tout honneur), les solides archimédiens (13), les prismes et les antiprismes, et enfin 92 polyèdres convexes à faces régulières complémentaires.

Précisons que le lecteur peut les fabriquer avec seulement des polygones réguliers de 3, 4, 5, 6, 8 ou 10 côtés.

Mais peut-être l'un des lecteurs va-t-il trouver 93 polyèdres en tâtonnant avec nos modèles ? C'est possible, l'assemblage d'un polyèdre ne garantit pas son "existence" mathématique. Pour comprendre où est la différence, considérons le polyèdre de la figure 8 (à plat sur la figure 7). A première vue, l'assemblage ne présente pas de difficultés. Contrôlons l'opération avec soin.

Supposons que la longueur de tous les côtés soit 1. Les faces A, B et D engendrent un angle solide et déterminent la disposition relative dans l'espace des points 1 à 8. Maintenant, nous voulons ajouter la face C. Pour cela, ou bien les points 3 et 7 seront symétriques des points 2 et 7, et ainsi la distance sera 1 ; de la même manière on pourra placer dans un angle solide les faces K, L, M, N. Les distances entre les points 1 et 8 sont encore égales, et la construction a un degré de liberté, car les deux parties rigides peuvent tourner l'une par rapport à l'autre autour de l'axe passant par les points 1 et 8. Mais en même temps la position relative des deux parties est déjà fixée, par exemple les côtés 4-5 et 11-12 doivent être parallèles. Ainsi déjà à cette étape la disposition dans l'espace de tous les points 1 à 14 est déjà fixée. Mais il nous faut encore ajouter les faces E, F, G, H, I, J ; pouvons-nous le faire ? Par symétrie on trouve que la distance entre les points 2 et 13 ou 6 et 9 ou 3 et 14 ou enfin 7 et 10 vaut le même nombre a . La construction du polyèdre est possible pratiquement, ce qui montre que $a \approx 1$; mais la possibilité mathématique exige que "a" soit égal exactement à 1.

Dans une telle situation, on peut avoir recours à un ordina-



teur. Car l'expérience "manuelle" est trompeuse, et on s'est aperçu qu'une figure formée de polygones (pas forcément réguliers) peut avoir toutes les apparences d'un squelette de polyèdre de l'espace sans que cela soit le cas.

Le carton et les élastiques ne sont pas parfaits, il se peut que l'assemblage présente des flexions... Pour analyser ces difficultés plus précisément, on a introduit une notion auxiliaire : on appelle "stock" une famille finie de polygones (pas forcément réguliers), chaque sommet étant marqué d'un nombre entier (qui correspondra au sommet du polyèdre si on arrive à le fabriquer), de manière que si deux sommets voisins d'un polygone portent les numéros i et j , il y a exactement un autre polygone qui a deux sommets voisins (deux seulement) qui portent ces numéros.

Réfléchissez, c'est une condition évidemment nécessaire pour qu'on puisse fabriquer un polyèdre à partir du stock. De plus, on exige que les trois conditions suivantes soient remplies :

- 1) En chaque sommet il doit y avoir au moins trois faces concourantes,
- 2) La somme des angles des faces qui concourent en un sommet est inférieure à 2π .
- 3) La somme des courbures de tous les sommets vaut 4π .

Il est clair que ces conditions s'expriment à partir du "stock" de polygones. On doit aussi avoir bien sûr la condition suivante :

- 4) Etant données deux faces A et B , il existe une suite de faces C_1, C_2, \dots, C_k telles que les faces A et C_1 , C_1 et C_2, \dots, C_k et B aient un côté commun.

Toutes ces conditions s'expriment en termes de stock. Elles sont nécessaires, mais on a démontré aussi qu'elles étaient suffisantes pour qu'on puisse fabriquer un polygone convexe à partir du stock (avec une restriction, nous verrons laquelle).

Revenons à la figure 7. Il n'est pas difficile de vérifier que les conditions sont remplies. Donc on peut fabriquer un polygone convexe à partir de ce stock. D'où viennent donc nos difficultés ? C'est que si ces conditions sont bien suffisantes pour fabriquer un polygone convexe, les faces de ce polygone ne seront peut-être pas les polygones donnés : il faut permettre (pour que les conditions soient bien suffisantes) que certaines faces se "brisent". Par exemple, d'après le résultat que nous venons d'évoquer, le stock de la figure 10 correspond bien à un polyèdre. A première vue il a deux faces carrées et 8 faces triangulaires, mais quand on fait l'assemblage on trouve un cube. Dans le cas de la figure 7, il se pourrait que les pentagones se brisent le long des lignes pointillées (qui sont de longueur a). Parfois les an-

gles des faces "brisées" sont si proches de π qu'on ne remarque pas la brisure, et il faut vérifier à chaque fois "l'existence mathématique" du polyèdre considéré.

On peut faire une dernière remarque : pendant l'assemblage d'un polyèdre les faces déjà réunies peuvent tourner l'une autour de l'autre, ceci jusqu'à ce qu'on place la dernière face. A ce moment-là on constate que l'assemblage acquiert la rigidité d'un solide. Ce changement brutal s'explique par un Théorème de Cauchy, selon lequel à partir d'un stock on ne peut fabriquer qu'un polyèdre convexe au plus (à de symétries ou des rotations près). Ce Théorème reste vrai si on autorise les plis de certaines faces.

Sans la référence au Théorème de Cauchy, notre méthode de calcul de tous les polyèdres réguliers ne peut être considérée comme complète (ni le calcul pour les semi-réguliers) ; au fond nous avons fait la liste des configurations planes (ou stock) correspondant aux polyèdres, pas des polyèdres eux-mêmes ! ★



plot MATÉRIEL

Édité par la Régionale d'Orléans-Tours de l'A.P.M.E.P.

Pour réaliser, ou faire réaliser, dès le plus jeune, des DIZAINES DE POLYEDRES, sans colle ni ciseaux, mais avec des élastiques !

Chaque pochette de PLOT Matériel contient :

- 30 feuilles pré-découpées de carton permettant de fabriquer des polygones réguliers (recto vert ou bleu, verso blanc).
- 1 pochette d'élastiques.
- 1 texte très complet pour reproduire vous-mêmes vos pièces, assembler et reproduire sans colle ni ciseaux, plusieurs dizaines de polyèdres réguliers, semi-réguliers, convexes, étoilés, adoucis, etc.

Le **PLOT matériel** n° 1 fournit des faces polygonales à 3, 4, 5 et 6 côtés.

Le **PLOT matériel** n° 2 fournit des faces à 8, 10 côtés et de nombreuses faces nécessaires pour les polygones non convexes.

Pour commander, utiliser le bon de commande de la dernière page

Maths & Corps humain

Jean SAUVY - Meudon

Lors des Journées Nationales de Poitiers, Jean Sauvy a proposé un groupe de travail dont les activités étaient centrées autour du corps humain, en faisant référence à la pédagogie Decroly. L'auteur nous propose quelques résultats sur la tenue de cet atelier inhabituel.

Chacun des participants à l'atelier a tout d'abord pratiqué sur lui-même et sur ses collègues ! un certain nombre de mensurations dont la fiche reproduite ci-après (voir figure 2) précise les données. Le tableau 3 résume les mensurations obtenues par l'échantillon d'enseignants réunis lors des Journées Nationales.

On peut faire un certain nombre de remarques sur les résultats obtenus :

1/ Les M sont en moyenne plus grands que les F (17 cm de plus),

2/ Dans les deux groupes M et F l'envergure est légèrement supérieure à la taille (1,7 % de plus pour la moyenne de l'échantillon de 16 sujets).

3/ Pour l'ensemble de l'échantillon :

- . La taille contient huit têtes,
- . Le nombril partage la taille suivant une proportion (1,65) qui n'est pas très loin de la section d'or $\phi = 1,68...$
- . La largeur des épaules est supérieure à la longueur du bassin,
- . Le périmètre du bassin est environ trois fois le "diamètre" du bassin (B "peu différent" de $\pi = 3,14$),
- . Bras et jambes ont des dimensions voisines, les jambes étant toutefois un peu supérieures aux bras,
- . Largeur épaules # 1,25 largeur bassin.

4/ Pour la main, n vérifie approximativement que la longueur des phalanges et du dos de la main forment une suite de Fibonacci : $c \# a + b$, $d \# b + c$

5/ Les fréquences cardiaques moyennes sont les mêmes pour les F et les M,

6/ Quand on considère les sujets en particulier, d'autres remarques peuvent être faites :

6.a - Les deux sujets F n° 6 et n° 7 ont des "vecteurs mensurations" très voisines, le N° 7 a toutefois plus de largeur d'épaules et plus d'envergure, mais un peu moins de bassin ("variations sur un même thème").

6.b - La taille de la tête de MM (n° 16) est particulièrement grande, même si on tient compte de la taille de ce sujet : 185 cm (n'y aurait-il pas eu erreur de mensuration ?).

6.c - Le sujet 10 (J.G, F) se rapproche du "canon" couramment évoqué, elle a même valeur pour la taille et l'envergure (158,5), sa tête "va" $7 \frac{1}{2}$ fois dans sa hauteur totale, son nombril divise sa hauteur totale suivant la section dorée (158,5 : 97 = 1,63 # 1,618...) !

Attention : Les moyennes générales n'ont pas été calculées en faisant la moyenne arithmétique des valeurs F et M mais leur moyenne pondérée (en tenant compte du fait qu'il y a plus de F (10) que de M (6) dans l'échantillon).

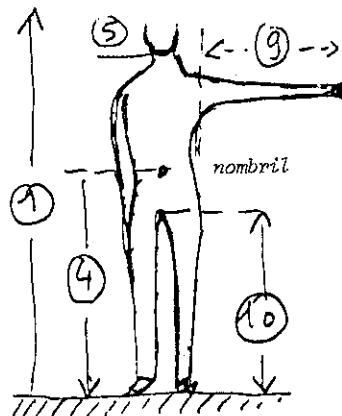
Ci-contre : la fiche individuelle que chaque participant a remplie.

Page suivante : le tableau récapitulatif de l'échantillon des participants à l'atelier lors des Journées de Poitiers.

FICHE INDIVIDUELLE : L'HOMME ET SON CORPS

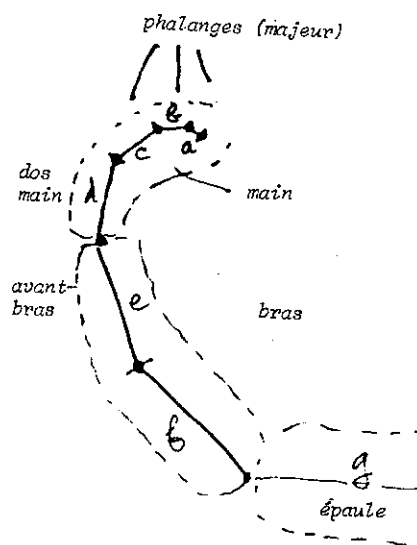
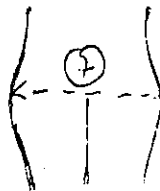
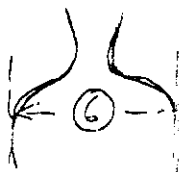
Renseignements généraux :

- A/ n° identification :
 B/ Initiales Prénom et Nom :
 C/ Sexe M/F :



Mensurations (cm) :

1. Taille debout :
2. Taille assise :
(buste + tête)
3. Envergure :
4. Hauteur nombril :
(au-dessus du sol)
5. Taille tête (hauteur) :
6. Largeur épaules :
7. Largeur bassin :
8. Périmètre bassin :
(à hauteur des hanches)
9. Longueur bras + main :
10. Longueur jambe :
(naissance cuisse à talon)
11. Fréquence cardiaque :
(Nombre de pulsations, par minute, au repos. S'allonger quelques instants avant de compter les battements. Prendre la moyenne de trois décomptes).



MENSURATIONS :

	CM
a	
b	
c	
d	
e	
f	

Vérifier (ou infirmer) les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 a + b &\neq c^* & \frac{e}{d} &= 1 + \phi = \phi^2 \\
 b + c &\neq d & f &\neq \frac{5}{4} e \\
 \frac{c}{b} &\neq \frac{d}{c} \neq \phi^{**} & 9 &= a + b + c + d + e + f
 \end{aligned}$$

* \neq signifie "peu différent de"

** ϕ = nombre d'or = $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618...$

$$\phi^2 = \phi + 1$$

	Sexe	1 Taille (1)	J Env.	Haut. Buste	4 Haut. Nombril	5 Longueur tête	Largeur		8 Périmè- tre bassin	9 Bras+ Main	10 Longueur Jambe	11 Fré- quence Cardia. (2)	Main + Brac (3)					
							épaules	bassin					a	b	c	d	e	f
1	F	158,5	158,9	85,5	97	21	36,7	30,8	88,5	71	73	65						
2	F	151	153,5	82,5	91	22	38	33,5	91	61	69	55	2,5	3	5	9	23	29
3	F	161,5	171	85	99	19	39	30,5	89	72	78	82	2,5	3,5	5	9	26	31
4	F	169	173	90	102	22	40	35	98	74	80	78	2,3	3,8	5,5	10,5	28,5	36
5	F	165	161	89	97	19	37	34	89,5	67	77	80	2,5	3,7	5,5	9,5	25	33
6	F	165	160	85	99	17	37	35	98	67	78	76	2,5	3,5	5	8	25,5	31
7	F	165	164,5	91	100	18	39,5	34	93	67,5	78	72	2,4	3,2	5,5	10	24	30
8	F	162	168	86	101	19	41	36	99	69,5	81	64	2,5	3,4	6	10,5	24	30
9	F	166	174	88	103	15	39	34,5	93	71,5	79,5	73	3	4,1	5,8	10	27,5	38
10	F	158,5	158,5	85,5	97	21	36,7	30,8	88,5	71	73	65						
11	M	185	185	97	108	24	43	35	103	82	87,5	66	3	3,8	6,2	11	30	36
12	M	185	189	96,5	112	23	46,5	37	105	80,5	90	68	3,1	4,1	6,1	10,9	32	41
13	M	170	176	91	103	20	39,5	34	86	74	80	77	3	3,4	5,5	8,5	27	31
14	M	174	185	89	105	21,5	43	31,5	92	74	83	80	2,5	3,5	5,5	10	28	32
15	M	177	181	89	108	23	44,5	35	97,5	76	79	68	2,7	4,2	5,8	11,7	26,5	40
16	M	185	185	97	108	27	43	35	103	83	87,5	66						

(1) Mesures linéaires en cm.

(2) Nombre de pulsations par minute (au repos).

(3) a = 1ère phalange, b = 2ème ph., c = 3ème ph., d = dos de la main, e = avant-bras, f = distance coude-épaule.

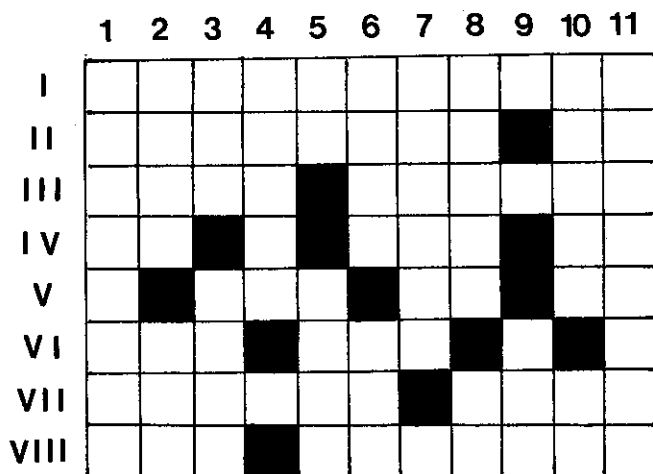
CARACTERISTIQUES ANTHROPOMETRIQUES D'UN ECHANTILLON DE PROFS DE MATHS.

(mesures linéaires en centimètre)

Mots Croisés

Michel Labrousse - Limoges

SOLUTION PAGE 28



Horizontalement

I - Triangle à centre de symétrie. II - Résultat d'une division - Saint de la Manche. III - Oiseau qui court dans l'autre sens - Intervient dans une progression. IV - Année Lumière - Permet de respirer - Débute et termine le rang. V - Ville en Béarn - Note - Appris. VI - Rivière d'Asie - Possède. VII - Grande et Petite sont au ciel - S'il est noir, il est peut être au ciel. VIII - Débute, peut être, un raisonnement par l'absurde - Hasard favorable.

Verticalement

1 - Est à résoudre. 2 - Débute souvent une question - Pronom. 3 - Inversé : pas dur ! - Comparatif défavorable. 4 - Répéta. 5 - Mesure de longueur chinoise - A l'envers : avec tout c'est doucement. 6 - Ventila - Marque d'égalité. 7 - Inversé : ventilant. 8 - Etend - Survient au début d'un théorème ou au milieu d'une hypothèse. 9 - Multiple du mètre carré. 10 - Suit souvent si - Peut être inclusif. 11 - L'année lumière en est une unité.

Le Moulin Doré (suite)

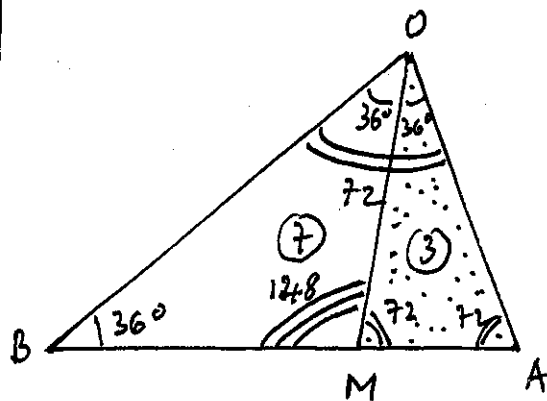
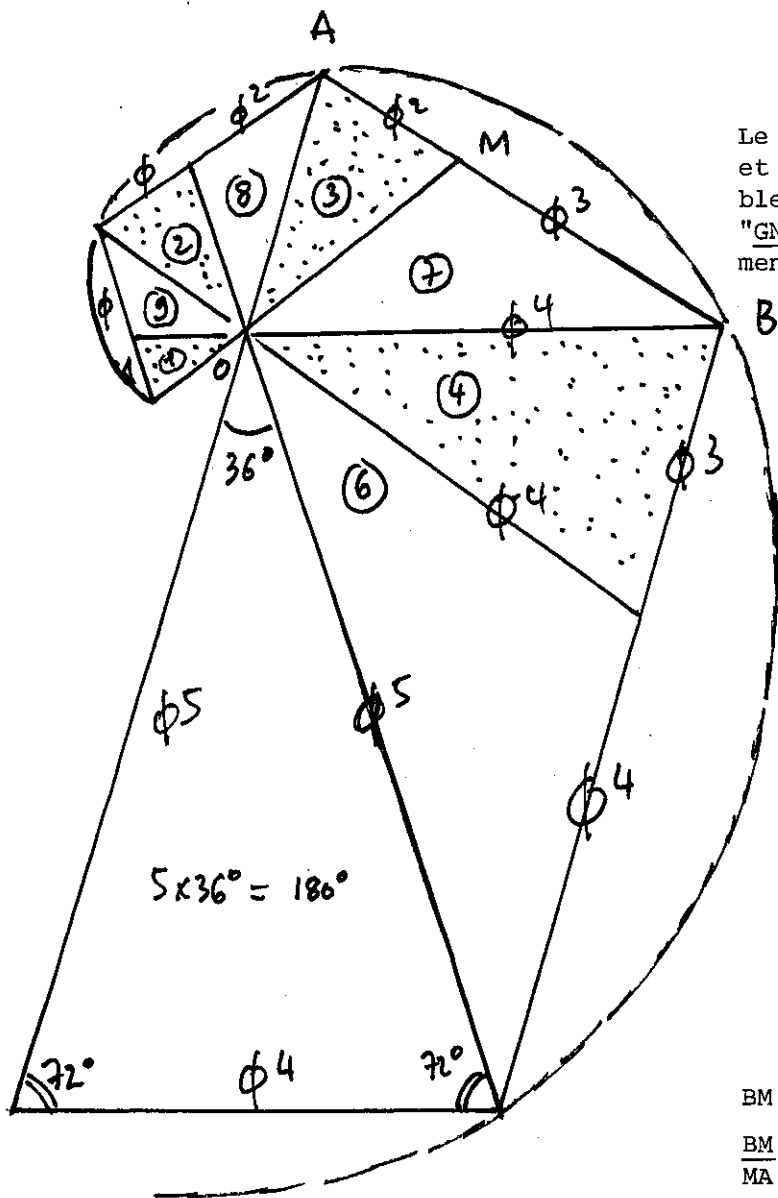
Jean SAUVY · Meudon

Voici quelques éléments de réponse et quelques pistes de recherche concernant l'énigmatique "Moulin Doré" présenté dans "FLOT 20".

Semblables sont les triangles

- 1 + 9
- 2 + 8
- 4 + 6
- 3 + 7

Le cobordement, suivant OM, de 3 et 7 donne 3 + 7 qui est semblable à 3 (7 peut être appelé "GNOMON" de 3) changement de dimension, pas de forme !



$$BM = MO = AO$$

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{BM}{MA} = \phi = 1,618\dots$$

ϕ = nombre d'or
(d'où "doré")

$$\frac{MA}{BM} = \phi - 1 = 0,618$$

$$\phi^2 = 1 + \phi \quad \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\phi^3 = \phi + \phi^2$$

(Voir Fibonacci, spirale logarithmique, etc...)

Un Mathématicien parle

Marcel BERGER · Paris

Marcel BERGER, qui fut 19 ans professeur d'Université (Strasbourg, Nice, Paris), est à présent Directeur de recherche au CNRS. Il présida durant deux mandats la Société Mathématique de France. Il est bien connu comme spécialiste de Géométrie Différentielle. Parmi ses livres récents, on peut citer :

- GEOMETRIE (4 tomes; Cedic/Nathan 1977-1978).
- PROBLÈMES DE GEOMETRIE COMMENTES ET REDIGES (en collaboration avec J.-P. Berry, P. Pansu et X. Saint-Raymond; Cedic/Nathan 1982).

Le texte reproduit ici est une partie des deux entretiens qu'il accorda en mars 1981 à France Culture. Ces deux émissions, intitulées

TERREUR ET INUTILITE DES MATHÉMATIQUES

ont été diffusées dans le cadre de la série La Science en marche, dirigée par François Le Lyonnais.

Il nous a paru intéressant de reproduire cet entretien qui traite des rapports entre la recherche et l'utilisation sociale des mathématiques.

Les dessins sont de l'auteur; le titre et les inter-titres sont de la rédaction.



M.B. : Quand j'y réfléchis, je me demande pourquoi les mathématiciens doivent justifier l'utilité de leur discipline. Elle est tellement énorme, l'arbre cache la forêt. Si d'ailleurs le terrorisme scolaire s'est installé, c'est bien parce que les maths sont utiles !

A y regarder de plus près, je crois que ce qui fait problème, c'est d'une part un manque de foi, d'autre part une certaine impatience. Ce qui est mal perçu, ce n'est pas l'utilité des maths existant jusqu'à ce jour, c'est l'utilité de la recherche mathématique de pointe actuelle. En effet comme dans toute science, mais de façon plus aiguë en mathématique, nous sommes à la fois en retard et en avance : il y a des choses que nous savons mais qui sont inutilisables actuellement, et il y a des problèmes que nous ne savons pas résoudre. Ainsi on nous taxe d'inutiles.

Q. : Mais c'est comme si l'on disait que la médecine est inutile parce qu'elle ne sait pas guérir toutes les maladies ?

M.B. : Absolument. Mais c'est néanmoins la réaction très commune de personnes très haut placées ou/et sortant d'écoles prestigieuses. D'une part elles croient savoir toutes les mathématiques (c'est-à-dire celles qu'elles ont apprises jusqu'à leur école), d'autre part quand elles découvrent qu'un tel problème pratique demande un résultat mathématique, et que ce résultat n'est pas connu, elles en déduisent que les mathématiques sont inutilisables.

Q. : Ainsi il y a encore des problèmes simples, venant de la pratique, que vous ne savez pas résoudre ? Il y a donc quelque chose à trouver en mathématiques ? Par définition même, la mathématique n'est-elle pas la science achevée par excellence ?

M.B. : Comme dans toutes les sciences (et c'est patent pour un chercheur "engagé", qui souffre), plus on trouve de choses, plus on s'aperçoit qu'il y a de choses inconnues à trouver.

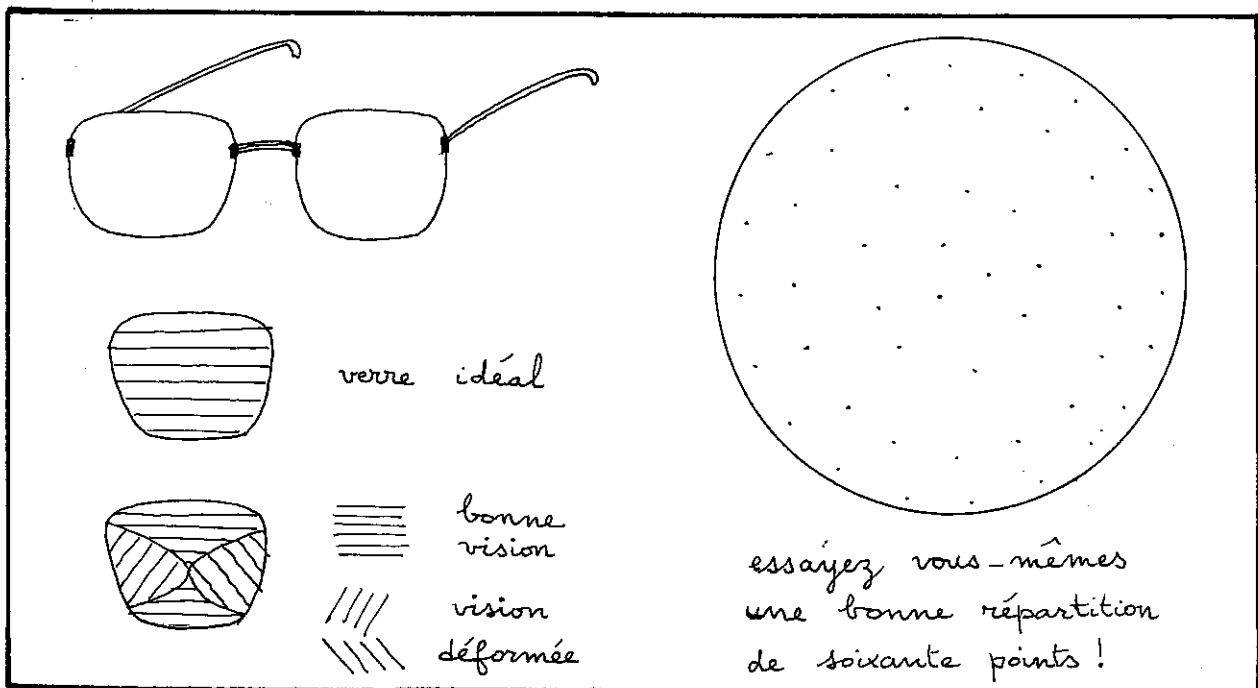
Mais en outre les maths, par leur généralité, sont spécialement l'objet de demandes continuelles de problèmes à résoudre, ceci de la part de toutes les sciences, la physique en premier mais aussi les autres. Et nous souffrons de ne pouvoir les satisfaire. Je vais prendre deux exemples précis, ils viennent de personnes qui sont venues me trouver en tant que géomètre, pour les résoudre. Et je n'ai pas réussi !

DEUX PROBLEMES QUE JE NE SAIS PAS RESOUDRE !

Le premier est de grande nécessité et d'usage courant, c'est le problème des verres progressifs. Précisément, on sait depuis longtemps déjà faire des verres correcteurs pour les personnes jeunes, qu'elles soient myopes, astigmatés, et ceci avec un champ de vision sur la totalité des verres (donc permettant un champ périphérique externe corrigé, et permettant de voir bien ses pieds sans incliner la tête). Mais lorsque l'âge arrive, l'oeil n'accomode plus et il faudrait des verres permettant de voir de loin et de près (et éventuellement corrigeant les défauts). Jusqu'à récemment, on utilisait deux paires de lunettes, ou une seule pour la vision de près pour les vues normales, puis l'on

a inventé les verres à double, puis triple foyer. Mais leurs défauts sont bien connus, il y a une cassure dans l'image, il faut incliner la tête, en outre la vision n'est bonne que ou à l'infini (pour conduire par exemple) ou de près pour lire. Mauvaise entre les deux. Récemment on a inventé des verres à vision parfaite progressive de l'infini à tout près mais ces verres ont dans toutes les visions intermédiaires une largeur très petite, et il faut alors tourner la tête de côté cette fois. L'idéal serait des verres avec vision progressive et ce sur toute la largeur du verre ; actuellement les trois quarts du verre sont inutilisables. Le problème à résoudre est un problème de géométrie des surfaces : il faut trouver une surface ayant des rayons de courbure donnés ; et les géomètres ne savent pas faire ça actuellement.

Deuxième exemple, celui des barres de combustible à enfoncer dans le coeur d'un réacteur nucléaire. Mathématiquement le problème est enfantin. On considère une sphère donnée, on se donne un nombre entier, mettons 60 et le problème est de répartir de façon régulière ces points sur la sphère, c'est-à-dire à des distances les uns des autres les plus égales possibles. Il n'existe pas de bonne solution actuellement à ce problème, on ne fait que procéder empiriquement. On ne sait le faire que pour les nombres 4, 6, 8, 12, 20 qui correspondent aux polyèdres réguliers !



LA TELEONOMIE

Q. : J'ai l'impression que ce problème de l'inutilité apparente des maths ne semble plus aigu chez vous que pour les autres sciences ?

M. B. : Je suis sensible à ce que vous dites. Je crois que ceci vient de la nature un peu spéciale (ni plus noble ni moins) des maths :

- d'une part la nature de grande généralité, nous travaillons avec les nombres, dont tous ont besoin mais les résultats sur les nombres sont difficiles à cause de leur simplicité même !
- d'autre part (j'y reviendrai par des exemples) il est fréquent en maths qu'il faille attendre très longtemps avant de pouvoir utiliser de façon pratique un résultat.

Pour que le profane, le non passionné, accepte cette longue durée d'application, je crois qu'il faut se dire :

- d'abord qu'il existe des applications immédiates, j'en donnerai des exemples bientôt.
- d'autre part que c'est une affaire de foi : si les maths ont été fondamentalement utiles jusqu'ici, même les plus spéculatives d'entre elles à l'époque où elles étaient faites, pourquoi ça ne continuerait pas toujours comme cela ?
- enfin il y a une affaire d'évolution, de téléonomie. Téléonomie est le mot forgé par Jacques Monod pour désigner ce phénomène assez mystérieux dans l'évolution de la planète, à savoir qu'elle semble en quelque sorte orientée vers une fin, tout au moins vers des stades de plus en plus supérieurs, complexes, contrairement à des lois thermodynamiques élémentaires. Les mathématiques et leur complexité croissante, la science fondamentale (et inutile apparemment) vont dans la ligne de cette évolution. Il faut la suivre sans toujours chercher une utilité immédiate.

Q. : Pourriez-vous nous donner des exemples de ces mathématiques, purement spéculatives à leur époque de création, et aujourd'hui monnaie courante, exemples auxquels vous avez fait allusion ?

M.B. : Voici deux exemples classiques, mais instructifs et toujours surprenants. Lorsque les Grecs étudiaient les pro-

priétés des "sections coniques", de l'ellipse, de la parabole, de l'hyperbole, c'était pour eux une recherche métaphysique, un essai de compréhension philosophique du monde. Or après Newton et la gravitation universelle, les résultats des Grecs permirent à Képler d'étudier le mouvement de la terre autour du soleil, l'étude des planètes, puis après lui les comètes, etc... Sans parler des satellites artificiels ! Lorsque Cardan osa calculer avec les nombres "imaginaires" (nombres complexes), c'était pour la satisfaction de l'esprit, que toute équation du second degré ait des racines, typiquement pour des équations sans utilité pratique. Or les nombres complexes sont maintenant le BA-ba de tout électrotechnicien, ils régissent le courant alternatif qui alimente toute la nation. Cardan faisait cet sorte d'ésotérisme dans les années 1500 !

Un exemple tout récent : on connaît le fameux postulat d'Euclide et le fait que Gauss, Lobatschevki, Bolyai ont montré vers 1800 qu'il n'était pas démontrable, ceci essentiellement en construisant une géométrie, la géométrie hyperbolique, qui satisfait toutes les propriétés "axiomatiques" de notre géométrie euclidienne, celle de notre univers, sauf ce postulat ; en particulier par un point il passe une infinité de parallèles à une droite donnée. Il est clair que ces recherches n'avaient qu'un intérêt spéculatif, car par ailleurs on connaît bien la géométrie de l'espace où nous vivons ; nous ne vivons pas dans l'espace hyperbolique ! Or on est venu m'apprendre il y a deux mois que la géométrie hyperbolique permettait pour la première fois de comprendre la nature de la structure du verre. Et il est clair que la compréhension de la structure de l'état vitreux est fondamentale pour de multiples applications pratiques.

VERS L'AMONT, PAS VERS L'AVAL

Q. : Pourquoi cela ne continuerait-il pas ?

M.B. : C'est bien mon avis, mais il me semble que l'on fait preuve d'impatience, dans le public ce qui est compréhensible mais aussi dans les pouvoirs publics, voire les écoles d'ingénieurs.

Une petite phrase a eu une grande vogue ces derniers temps, et elle me rend fou, c'est PILOTER LA RECHERCHE VERS L'AVAL. C'est une hérésie thermodynamique. Piloter vers l'aval, on démontre que ça mène droit à aller tous, comme rus, rivières et fleuves, se dissoudre dans l'uniformité, vaguement agitée, de la mer. C'est contraire à la téléonomie dont j'ai parlé plus haut, ce qu'il faut c'est viser vers l'amont, vers les sommets. La nature moyenne de l'homme fera que bien assez tôt il y aura des gens pour descendre vers l'aval, qui iront bien utilement irriguer et donner à boire aux métropoles qui bordent les fleuves. On sait bien, autrement formulé, que l'évolution, la qualité d'une espèce, passe par la diversité tous azimuts, y compris les plus farfelus en apparence.

Q. : N'y a-t-il pas aussi des risques à vouloir appliquer de suite certaines découvertes ? Mettons qu'il n'est pas bon d'être obsédés par l'applicabilité de la science ?

M.B. : Ça me semble évident. La médecine est en avance sur le socio-politique. D'une part on a diminué la mortalité infantile dans les pays sous-développés sans s'occuper de leur apporter de quoi produire par eux-mêmes de quoi nourrir ces nouveaux hommes. D'autre part, comme le dit bien Laborit, on a dans les pays développés, prolongé énormément la durée de vie sans savoir comment occuper les retraités pour leur équilibre dans la société (joie de vivre, sens d'être utiles, etc...).

Pilotons la recherche vers l'amont.

Q. : Pourriez-vous cependant nous donner quelques exemples d'applications immédiates de recherches actuelles en mathématiques ?

M.B. : Voici d'abord deux exemples assez en détail.

Le premier est celui du scanner et de la nature de l'intérieur de la terre, liée aux tremblements de terre. Tous deux sont régis par la même branche des mathématiques, la géométrie intégrale. En effet dans les deux cas le problème mathématique est le même : on se donne un corps solide dont on cherche à connaître l'intérieur, en utilisant uni-

quement des points de sa surface. D'un point de la surface on envoie à l'intérieur et on calcule ce qui arrive aux points de l'autre côté de la surface. Dans le cas du scanner, ce sont des rayons X, dans le cas de la terre, ce sont les tremblements de terre qui s'en chargent. Il s'agit de reconstituer la densité du corps traversé, connaissant ce qui est arrivé à ce que l'on a envoyé ; dans le cas du scanner, c'est la diminution d'intensité du rayon X, dans le cas de la terre, c'est simplement le temps de parcours. Maintenant on sait résoudre depuis peu de temps ce problème de géométrie intégrale (plus ou moins bien pour la terre).

Ajoutons que dans la pratique, on connaît seulement des données numériques, évidemment, pour un nombre de points (grand si l'on peut) de cette surface. Il faut passer du résultat de géométrie intégrale pour tous les points à des données en nombre fini. C'est là ce que la branche des maths appelée "analyse numérique" sait aussi très bien faire depuis peu de temps.

QUARKS ENLACÉS ET CONFINÉS

Le deuxième exemple concerne la structure de la matière, c'est le problème du confinement des quarks. Rappelons d'abord ce qu'est la branche des mathématiques appelée "topologie algébrique" c'est celle qui étudie les courbes, les surfaces à une déformation près, ou si vous voulez les courbes, les surfaces "en caoutchouc" (anciennement appelée "analysis situs"). Par opposition aux surfaces rigides, par exemple comme dans les verres de lunettes plus haut. On distinguera par exemple une paire de courbes fermées de l'espace, ces anneaux, mais en caoutchouc, selon qu'ils sont enlacés ou non, selon que l'on peut ou non les séparer. Par ailleurs on ne connaît toujours pas de quoi est faite la matière. On a d'abord cru qu'elle était faite d'atomes ; puis on a trouvé que ces atomes étaient constitués d'un noyau et d'électrons. Ensuite il a fallu se rendre à l'évidence que les noyaux étaient constitués de particules dites à interaction forte, les protons, mésons, hadrons, etc... Or maintenant on sait que ces particules fortes ne peuvent pas être élémentaires, mais sont à leur tour composées de particules plus élémentaires, appelés "quarks". On rend compte de toutes les

propriétés observées avec un modèle où les particules à interaction forte seraient composées de 2 ou 3 quarks. Malheureusement on n'a jamais pu "voir" ces quarks, c'est le problème du confinement des quarks. Et d'autre part on est sûr que si on n'a pas pu les voir, ce n'est pas par manque de puissance de nos désintégrateurs ou de finesse de nos appareils de mesure, on est sûr que c'est pour une raison "essentielle" à la constitution de la matière. Or il existe depuis peu un modèle basé sur la topologie algébrique qui explique ce confinement. Grossièrement on peut dire que l'on ne peut pas voir les quarks parce qu'ils sont enlacés.

Q. : Y a-t-il d'autres exemples analogues ?

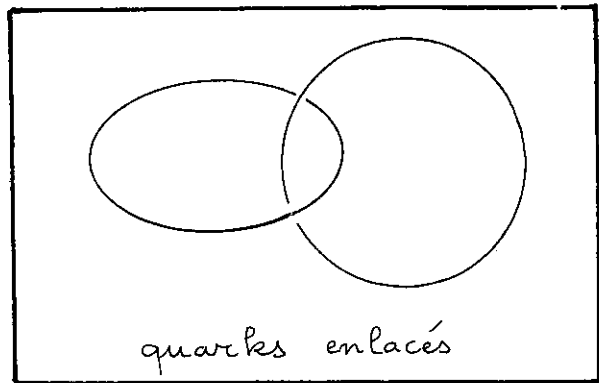
M.B. : Bien sûr. Je mentionnerai seulement rapidement qu'on sait depuis peu, et c'est très très très compliqué comme mathématiques, expliquer pourquoi l'eau bout (transition de phase), et bien sûr les explications théoriques ont toujours vite des applications pratiques.

UNE RECHERCHE QUI COLLE A LA PEAU

Q. : Quelles sont vos conclusions ?

M.B. : Elles sont, vous vous en doutez, très optimistes pour l'avenir de l'homme et des maths en particulier. Pour être honnête avec les pouvoirs publics et les chercheurs, il faut que je reconnaisse qu'il y a évidemment un problème délicat avec les recherches fondamentales. Caricaturons pour simplifier : quelles sont les bonnes recherches ? Car il est évident que tout le monde ne peut pas être chercheur, il faut bien des contribuables pour payer ces chercheurs. Et il faut aussi reconnaître que certains chercheurs perdent leur temps et le savent très bien (consciemment ou non, voir le Littératron).

Comment résoudre ce problème ? Je crois que la solution n'est pas uniquement dans des comités de sages, si parfaits soient-ils (c'est-à-dire en tout cas pas obsédés par ce fameux pilotage vers l'aval uniquement) ; je pense qu'il faut aussi la chercher dans le cœur des chercheurs, dans leur honnêteté. Je veux dire par là qu'il faut d'abord ne viser à prendre comme chercheurs que des indi-



vidus extrêmement motivés et doués.

Mais ensuite il faut que ces chercheurs vérifient constamment que leur recherche est vraiment ce qui correspond à leur mentalité profonde, leur COLLE A LA PEAU. Enfin, j'ai du mal à trouver les mots justes pour traduire mon intuition, qu'ils aient une mentalité de service. Je veux dire par là en un sens large (voir plus haut l'utilité à court terme). Il est certain que si c'est leur vie profonde et vraie, ils seront, c'est ce que je crois, dans le sens de l'histoire, de cette téléonomie. Et donc un jour utiles, mais Dieu seul sait quand. ★

SOLUTION DES MOTS CROISES

Horizontalement

I - Equilatéral. II - Quotient - L6. III - UEME (Eneu) - Raison. IV - AL - Air - RG. V - Pau - Ré - Su. VI - Ili - Ait. VII - Ourses - Trou. VIII - Nie - Bonheur.

Verticalement

1 - Equation. 2 - Quel - Lui. 3 - UOM (You) - Pire. 4 - Itéra. 5 - Li - VAEB (Beau). 6 - Aera - Iso. 7 - TNAIRT (Triant). 8 - Etire - Th. 9 - Are. 10 - Alors - Ou. 11 - Longueur.

Courrier...



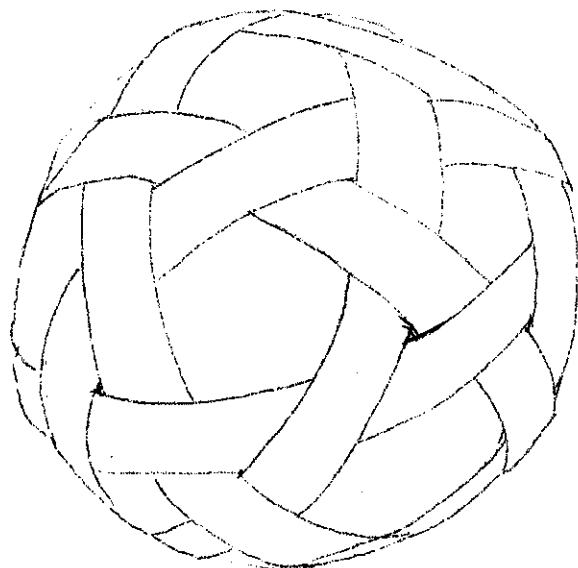
Monsieur Pierre JACOB de Brive, nous adresse ses idées à propos des suppléments du PLOT sur les polyèdres.

Serge PARPAY, dont de nombreux collègues connaissent l'humour niortais, nous a fait passer ce billet d'humeur.

Chers collègues polyédroplattes (1),

(...) Voici deux suggestions qui permettraient aux lecteurs (manipulateurs) de s'initier quelque peu à la polyédroplexie (2) :

a) Polyédrosphère (3) associée à l'icososaèdre tronqué (5 - 6 - 6), tressée avec 6 bandes de papier (par exemple de 22 cm (4) x 1,3 cm) agrapées (sur 1 cm environ), entrelacées, chacune enlaçant les cinq autres, suivant le schéma ci-joint.



b) Polyedro...truc (5) réalisé comme au a) mais avec 4 bandes seulement (par exemple de 22 cm x 3,3 cm).

Si vous trouvez ces suggestions valables (et même dans le cas contraire) croyez, chers collègues, à mes sentiments cordiaux.

P. JACOB

- (1) Néologisme façonné (11) avec ΠΛΑΤΤΗ
- (2) Néologisme tressé (17) avec ΤΛΕΥΩ
- (3) Néologisme... de circonstance
- (4) Longueur d'une enveloppe de format courant
- (5) voir (3)

○○○

HUMEUR 1

Commentaire du PLOT N° 19 page 9

En ces temps de chaleur, il faut acheter une glace même si en 2451 ça n'existera pas jadis (sic!).

Commentaires de la Rédaction

C'est vrai qu'une des deux photos de l'article de Daniel DAVIAUD (Je sais une église au fond d'un hameau...) paru dans le PLOT 19 a été montée à l'envers, ce qui nécessite une glace pour déchiffrer l'inscription !!!

Que cet incident nous permette de parler un peu de la technique de fabrication du PLOT : la frappe et le montage sont assurés par les Régionales APM et nous livrons au CRDP d'Orléans les documents prêts à imprimer. Mais les documents trop grands qui ont besoin d'être réduits sont livrés à part. Il en est de même des photos qui ont besoin d'être "tramées" pour être correctement reproduites en offset. Or le montage de ces documents s'effectue par transparence, à l'envers... D'où les erreurs que cela peut entraîner.

En conclusion, cela prouve que le PLOT a au moins un lecteur attentif !

○○○

Deux articles, dans les PLOT n° 20 et 21, ont amené des interrogations voisines de deux lecteurs. Dans le PLOT n° 20, l'article "R et R² en bijection" fait demander à P. Jacob de Brive :

"Pourquoi ne pas se contenter des écritures décimales habituelles pour trouver cette bijection ?"

En se plaçant par exemple sur [0,1], par analogie avec la bijection, il suffit d'associer au couple réel (a,b) tels que $a = 0,a_1a_2a_3...$ et $b = 0,b_1b_2b_3...$ le réel c tel que $c = 0,a_1b_1a_2b_2a_3b_3...$

Ainsi, à 0,136736... et 0,575757... est associé 0,15376517... (quelle est la période ?)

Réciproquement, le réel $0,c_1c_2c_3c_4...$ a pour antécédent unique dans R² le couple (a,b) tel que

$a = 0,c_1c_3c_5...$ et $b = 0,c_2c_4...$

Ainsi, $\pi-3$ a pour antécédent
(0,1196387... ; 0,4525599...)

Voilà une "bonne" question (c'est à dire une question à laquelle on peut apporter une "bonne" réponse). Sa pertinence est d'autant plus grande qu'elle n'a pas effleuré de nombreux "vulgarisateurs", malgré sa simplicité.

1. Une première argumentation est de dire pourquoi Sierpinski n'y a pas pensé, lui qui justifie sa démonstration comme étant "bien plus courte" que celle de Cantor (4 pages contre 12), mais "tout aussi rigoureuse".

2. Dans un second temps, on peut faire remarquer que certains nombres peuvent avoir deux écritures décimales (par exemple 0,2 et 0,19999...). mais cette objection peut être aisément rejetée en traitant de façon particulière ces nombres qui, de toute façon, ne constituent qu'un ensemble dénombrable.

3. Troisième temps : Y a-t-il autant de réels que d'écritures décimales ? C'est ici que la question du second lecteur critique prend tout son sens. A partir de l'article de Pascal Monsellier "Rapide Histoire de la Transcendance" paru dans le n° 21, Pierre Daudin d'Orléans nous demande pourquoi Liouville puis Mahler définissent des écritures décimales non évidentes pour trouver des nombres transcendants. Quel est le "nombre" d'éléments de ces deux ensembles de nombres ? Leur réunion s'identifie-t-elle à l'ensemble des transcendants ?

Là encore, les réponses n'apportent pas de solution à la question initiale. La réunion des ensembles de nombres de Liouville (notons le L) et des nombres de Mahler (notons le M) ne comprend pas tous les transcendants ; en effet, toute écriture décimale correspond à un réel (car c'est, par construction, une suite de Cauchy) et réciproquement tout réel a une (ou deux) écritures décimales.

L'ensemble $\bar{\mathbb{Q}}$ des nombres algébriques (dont les irrationnels algébriques) est dénombrable (Cantor 1873). L et M ont bien la puissance du continu mais, bien que disjoints, chacun d'eux (donc leur réunion) est de mesure nulle (au sens de Lebesgue) : si l'on tire au hasard un nombre réel, la probabilité d'obtenir un nombre de Liouville ou de Mahler est ... nulle (comme est "encore plus nulle" la probabilité de trouver un nombre algébrique !).

4. Alors ? Et bien "tout simplement" la réponse va nous être donnée par un retour à la bijection entre \mathbb{R}^2 et \mathbb{R} :
(0, a₁a₂a₃... ; 0, b₁b₂b₃...) \rightarrow (0, a₁b₁a₂b₂a₃...)
Cette bijection ne tient pas si l'on en reste à l'écriture décimale habituelle et cela (ou ceci) à cause de la double écriture des décimaux. Ainsi, un "même couple" (0,2;0,111...) et (0,199...;0,111...) correspond à deux réels
0,210101... et 0,119191...
qui, de façon évidente, diffèrent.

Et il a fallu 12 pages à Cantor pour se sortir de ce piège : quand une suite de 9 apparaît dans une écriture décimale, au lieu de considérer chaque chiffre comme un nombre, on construit une "molécule" en regroupant la suite des 9 et le premier chiffre suivant à droite et différent de 9. Ainsi, l'écriture 0,119191... devient la suite de "molécules" 0,(1)(1)(91)(91)..., et l'écriture 0,1929939994... devient 0,(1)(92)(993)(9994)...

Voilà qui clôt ce problème. Enfin je l'espère pour nos lecteurs auxquels je rappelle que Cantor, à trop travailler sur ces questions du continu, en perdit la raison après avoir lutté pour convaincre ses détracteurs et justifier sa liberté de création de mathématicien :

" Je ne vois vraiment pas ce qui pourrait nous retenir dans cette activité créatrice de nouveaux nombres (...). Sans cette extension, je ne peux plus aller de l'avant; avec elle, j'atteins toute sorte d'inattendu ".

Michel Darche

BIBLIOGRAPHIE

- Cantor (article in Encyclopaedia Universalis, vol 3).
- Les Nombres transcendants (Christian Rado; Société Belge des Professeurs de Mathématiques - 1982).
- Oeuvres choisies (Sierpinski, tome 2 - Editions Scientifiques de Pologne 1975).
- Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre (Cantor, in Journal für reine und angewandte Mathematik, 1878).
- Leçons sur la théorie des fonctions (Borel, 1898). ★

A Lire

LA RIGUEUR ET LE CALCUL

Les collections "Formation des Maîtres en Mathématiques" des éditions CEDIC vient de publier son 46e titre : LA RIGUEUR ET LE CALCUL, document historique et épistémologique (280 pages 95 F).

Il s'agit d'un choix de 12 textes, fruits des travaux des groupes d'épistémologie et d'histoire des mathématiques des IREM de Dijon, Lille, Lyon, Poitiers et Rouen effectué par le groupe inter IREM d'épistémologie autour des deux thèmes : ainsi on trouvera au sommaire :

I - LA RIGUEUR :

- R. Bkouche : Euclide, Klein, Hilbert et les autres.
J. Morizot : De l'histoire aux fondements IREM de Rouen : Sur la géométrie de Descartes.
M.C. Caramatie - B. Delbreil : Sur les pas d'Archimède...
E. Le Rest : Il faut que j'y songe encore (Les axiomes de la géométrie).
J. Morizot : Platon et les mathématiques.

II - LE CALCUL :

- IREM de Rouen : Introduction du calcul décimal et du système métrique à Rouen.
IREM de Dijon : Pages et calculs choisis de Blaise Pascal.
IREM de Dijon : Lecture d'un texte de Huygens par des élèves de terminale.
G. Wallet : L'origine du calcul différentiel chez Leibniz.
IREM de Lyon : Lagrange et les équations algébriques.
IREM de Lille : Le calcul vectoriel.

Il s'agit de textes significatifs à titre de témoignage des démarches accomplies dans des groupes locaux entre 1975 et 1978 et un appel pour une prise de conscience permettant de poursuivre et développer des activités associant étroitement pratique pédagogique, travail de recherche et formation personnelle.

Il ne s'agit pas d'un ouvrage classique d'histoire des mathématiques recueil de textes érudits ou philosophiques. L'originalité de ces textes réside dans les modalités de leur élaboration : les auteurs sont des professeurs de mathématiques, d'histoire et de philosophie de l'enseignement secondaire et de l'enseignement supérieur rassemblés dans les groupes locaux des IREM utilisant dans toute la mesure du possible des textes originaux pour se documenter.

Jacques Borowczyk

★ ★ ★

Bibliographie

par Jacques Borowczyk

POUR UN CENT CINQUANTENAIRE

Aux ouvrages mentionnés dans le numéro 19, page 20, il convient d'ajouter des articles parus pour la commémoration de la mort de Galois le 31 mai 1832 :

- ROTHMAN (Tony), Un météore des mathématiques, Evariste Galois
Pour la Science, juin 1982, n° 56, pages 80 - 91.

L'APM va publier une brochure Evariste Galois : au sommaire on y trouvera des textes de : R. TATON, A. DAHAN, J. DIEUDONNE, M. DEMAZURE.

La bibliographie du PLOT n° 19 sur GALOIS peut être complétée par :

- L'article en anglais de R. TATON sur GALOIS dans le volume 7 du "Dictionary of Scientific Biography", Charles Scribner's Sons - New-York (1970 - 1978).
- G. VERRIEST, Evariste Galois et la théorie des équations algébriques (Louvain - Paris 1934, réimprimé à Paris en 1951).
- L. KOLLROS, Evariste Galois (Basel, 1949)

Pour une première approche, on peut consulter :

- N. BOURBAKI, Eléments d'histoire des mathématiques (Paris, 1969) pages 73 - 74, 104 - 109.
- A. DAHAN et J. PEIFFER, Routes et dédales (Etudes Vivantes, Paris-Montréal, 1982) pages 252 - 259.

MATHEMATIQUES, INSTRUMENTS

& HISTOIRE

- MICHEL Henri :
Les instruments des sciences dans l'art et l'histoire
Albert de Disscher éditeur, 31 avenue du Golf 1640 RHODE-ST-GENESE Belgique, 1980.
ou Société Française du Livre, 1966, PARIS.
- SCIENCE MUSEUM :
Mathematical instruments Makers in the Grocers' Company
1688 - 1800 Joyce Brown.

- GUYE MICHEL H. :
Mesures du temps et de l'espace
Collection Bibliothèque des arts, 1970.
 - GRÜTZSCH :
Dresden Mathematisch Physikalischer Salon
Secman Verlay LEIPZIG 1978.
 - DEMORIANNE Hélène :
L'art de reconnaître les instruments scientifiques du temps passé
 - TAYLOR (Eva Germaine Remington) :
The mathematical practitioners of Tudor ans Stuart
Cambridge University Press, 1970.
 - Dossier N° 6 de la photothèque régionale du CRDP de Clermont-Ferrand :
Blaise Pascal, la machine arithmétique ou pascaline
1981 - CRDP, 15 rue d'Amboise 63037 CLERMONT-FERRAND CEDEX.
 - DAUMAS Maurice :
Les instruments scientifiques aux 17e et 18e siècles
PUF - 1953 (thèse soutenue à la Faculté des Lettres de l'Université de PARIS en 1953).
- et d'autres ouvrages plus difficiles à trouver :
- LAUSSE DAT :
Recherche sur les instruments, les méthodes et le dessin topographique
 - BESSON Jacques :
Theatrum instrumentorum et machinarum Jacobus Bessonius exiogitavit luber pri-mus - 1569.
 - BABBAGE Ch. :
Calculating engibes
Londres, 1889.
 - BION Nicolas :
Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématiques
Paris, 1ère édition 1716, 4ème édition 1752.
 - GALLON M. :
Recueil des machines et inventions approuvées par l'Académie des Sciences
Volume IV, Paris, 1730.
 - DIDEROT :
Article arithmétique de l'Encyclopédie sur la machine de Pascal
Encyclopédie Méthodique, Mathématiques, tome I, pages 136 - 141.

- COUFFIGNAL L. :
Les machines à calculer. Leurs principes et leur évolution
Paris, 1933.
 - CHARPENTIER P. et LAURENT H. :
"Arithmomètre"
Article paru dans la Grande Encyclopédie, tome 3, pages 957 - 963.
 - CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS (C.N.A.M.) :
Instruments et machines à calculer
Catalogue du Musée, section A, Paris, 1942.
 - PERES J. - BRILLAISIN L. - COUFFIGNAL L. :
Les grandes machines mathématiques
Paris, 1948.
 - TATON R. et FLAD J.P. :
Le calcul mécanique
Puf, Que sais-je ? n° 367, Paris, 1949.
 - OZANAM :
L'usage du compas de proportion
1736.
 - DIGGES Léonard et Thomas :
A geometrical practical treatize named Pantometrica
London, 1751.
 - FLAD J.P. :
L'extraction automatique de la racine carrée
CIMAB - 1952.
- Signalons enfin une revue :
- ANNALS OF THE HISTORY OF COMPUTING
Editée par American Federation of Information Processing Societies.
adresse :
Charles BABBAGE Institut
University of Minnesota
104 Walter Library
MINNEAPOLIS MN 55455

★

ABONNEZ-VOUS
au PLOT
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
au SUPPLEMENT du PLOT
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
(voir en dernière page)

plot Index 1976 - 1982

En sept ans d'existence (le premier numéro date de mars 1976), le PLOT a publié 21 numéros contenant des textes de 91 auteurs ... La répartition des numéros selon les années a été la suivante :

1976 : 1 - 2 - 3 1977 : 4 1978 : 5 - 6 - 7
1979 : 8 - 9 1980 : 10 - 11 - 12 - 13 1981 : 14 - 15 - 16 - 17
1982 : 18 - 19 - 20 - 21

Si vous souhaitez vous procurer un numéro ancien, écrivez au journal (IREM. Université. 45046 Orléans Cedex) en joignant un chèque à l'ordre de : Régionale APMEP d'Orléans-Tours (CCP : La Source 1440 09 X).

Prix d'un numéro : 5F : n°1 au n°11; 7,50F : n°12 au n°17; 10F : n°18 et suite.

Attention : les numéros suivants sont épuisés : 1 - 6 - 8 - 10 - 13 - 16 - 18 - 20

- ARCOUET M.
- Horner en Logo (19)
- AUGRAS J.
- Commentaires sur l'épreuve de mathématiques - série D - Orléans 1976 (4)
- BARACS J.
- Le développement de la perception spatiale (co-auteur) (19)
- BARRA R.
- Dialogue imaginaire avec un auteur imaginaire de livre de 4ème (1)
- BATIER P.
- Des astronomes en herbe sous le ciel limousin (co-auteur) (5)
- BELLICAUD J.
- Vers la proportionnalité (18)
- BERNAT P.
- Sur les nombres de Mersenne et de Fermat (21)
- BLANCHARD M.
- Sur le théorème de Pick (2)
- Du matériel pour la classe (7, 8, 9)
- Histoires de boules (7)
- Le plan à quarante-neuf dominos (10)
- Ah ! Courons sous la pluie (11)*
- Sommes de suites périodiques (12)
- Simplifications miraculeuses en arithmétique (13)
- Prenez garde à vous... à votre santé (14)
- Drôles d'aires (16)
- BLOCH C.
- Les orthogones (19)
- BON J.L.
- Les murs ont la parole (15)
- BOUTEILLER M.
- A propos de quaternions (2)
- BRIAND J.
- Découverte des lois du hasard à l'école élémentaire (3)
- BRIDENNE M.
- Les suites (11)
- Dessins arabes, papier calque et applications affines (co-auteur) (14)
- BROUSSET A.
- Quand les élèves calculent (co-auteur) (5)
- CARTRON J.
- Thème de calcul en premier Cycle : A propos de la suite de Fibonacci (8)
- CAUSSE M.
- Pascal et la première procédure récursive (4)
- Réels assistés par calculatrices (13)
- CHAUVAT G.
- Arithmétique Élémentaire en cinquième (12)
- La rubrique du Rubik (co-auteur) (16, 17, 18)
- CHERAMY N.
- Le Pentimètre (18)
- CHEVRIER P.
- Les suites de Beatty (co-auteur) (8)
- Question de degrés (co-auteur) (15)
- CIPAN J.M.
- En lisant Barra (5)
- CLOCHARD A.
- Math et langage au L.E.P. (20)
- CONYNCK F.
- Les Kaléïdocycles (19)
- COURTEIX A.
- Groupe Pluridisciplinaire (co-auteur) (10)
- COURTOIS J.
- Avant de choisir une calculatrice (15)
- Fonctions transcendantes et calculatrices (18)
- COUTY R.
- A propos de l'enseignement de la géométrie (3)
- CREPIN R.
- Comment concevoir l'enseignement de la géométrie (1)
- Les Bouliers (3, 10)
- DARCHE M.
- Les Fractales (co-auteur) (9)
- Les Gones (co-auteur) (10)

- Autour du triangle de Pascal (11)
 - Etudier et représenter graphiquement la fonction (co-auteur) (13, 17)
 - Les fonctions de l'enseignant (15)
 - \mathbb{R} et \mathbb{R}^2 en bijection (20)
- DAUDIN P.
- Vol à voile (20)
- DAVIAUD D.
- Deux problèmes pour faire l'humour et pas la gueule (7)
 - Un peu d'histoire dans un cours de probabilités (8)
 - Rapide histoire des numérations écrites (18)
 - Je sais une église... (19)
- DELAHAYE J.P.
- Etude sur les suites non convergentes (14)
- DELEDICQ A.
- Les 42 morphismes du plan (1)
- DUMONT M.
- Visualisation et mathématiques (5)
 - Une journée à Rochefort-s-Mer (co-auteur) (9)
 - Informatique et Education (19)
- DUMOULIN CH.
- Echelles et Planètes (9)
- DURAN E.
- Un conte (mathématique) à votre façon (7)
- DUVEAU B.
- Calcul de π avec une petite calculatrice programmable (14)
- ESPERET E.
- Langage, origine sociale et Ecole (20)
- FERRAND G.
- Une histoire édifiante (11)
- FOURNIER
- Les ensembles à l'Ecole Primaire (1)
- FREDON D.
- De la géométrie de Première à la programmation linéaire (1)
 - Triangle de Pascal et dénombrement (11)
- FROMENTIN J.
- Dans un club mathématique (1)
 - Dans un club mathématique (suite) (2)
 - Dans un club mathématique : les dominos (8)
- GAUDY F.
- Le latin de C.F. Gauss (21)
- GIORGI-DARCHE M.L.
- Etudier et représenter graphiquement la fonction (co-auteur) (13, 17)
- GIRY A.
- Du calendrier grégorien (21)
- GOIX J.C.
- Recherche et découverte collectives de la formule de Pick en $\mathbb{C}\mathbb{N}^2$ (2)
- GOUGEON A.
- Raison et sensation (18)
- GOUIN S.
- Quand les élèves calculent (co-auteur) (5)
- Variations sur un thème d'Olympiades (10)
 - Pourcentage, calculettes et vieilles idées (12)
- GUICHARD J.P.
- François Viète existe ! (17)
- HAUCHECORNE B.
- Turquerie mathématique (10)
- HIDALGO J.P.
- Budget d'une famille de Français moyens (7)
- KERN C.
- La numération shadok (2)
 - Mathématiques et sélection (co-auteur) (2)
- LABROUE D. et F.
- Utilisation d'une table traçante dans l'apprentissage de l'Analyse (12)
- LABROUSSE M.
- Des astronomes en herbe sous le ciel limousin (co-auteur) (5)
 - Liaison Math-Techno en 4ème (co-auteur) (7)
 - Math-Techno en 3ème (co-auteur) (10)
 - Courbes et Machines en 3ème (15)
 - Nombres croisés (4, 5, 8)
 - Scrabble (9)
 - Mots croisés (7, 15, 16, 17, 18, 20, 21)
- LAURENT R.
- La perspective (20)
- LEBRETON J.C.
- Une pédagogie pour objectifs : bilan d'un échec (15)
- LESIEUR L.
- Equations algébriques (5)
- LICHNEROWICZ A.
- Mathématiques, structuralisme et transdisciplinarité (2)
- LOPEZ G.
- Le C.P.R. en question(s) (2)
- LUNKENBEIN D.
- Groupements et élaboration des Concepts (20)
- MICHOUX J.
- Groupe Pluridisciplinaire (co-auteur) (10)
- MONSELLIER P.
- Le castor et l'infini (co-auteur) (7)
 - Les Fractales (co-auteur) (9)
 - Les Gones (co-auteur) (10)
 - Dessins arabes, papier calque et applications affines (co-auteur) (14)
 - Existe-t-il une didactique de l'Analyse ? (15)
 - Rapide Histoire de la Transcendance (21)
- NICOLAS J.L.
- Quelques exemples de recherche en théorie des nombres (4)
 - Utilisation des ordinateurs en théorie des nombres (12)
 - Calcul formel et ordinateur (19)
- NURY P.
- La rubrique de Rubik (co-auteur) (16, 17, 18)

- PALLASCIO R.
- Le développement de la perception spatiale (co-auteur) (19)
- PARPAY S.
- Une petite bibliothèque mathématique (3)
- Les suites de Baatty (co-auteur) (8)
- Question de degrés (co-auteur) (15)
- π et la construction de Specht (19)
- PARZYSZ B.
- Travaux dirigés de mathémusique (2)
- Marelle lexicographique (7)
- PASQUIS F.
- Une journée à Rochefort-s-Mer (co-auteur) (9)
- PENNETIER A.
- Mathématiques et sélection (co-auteur)(2)
- PEROL C.
- La section d'un cube (16)
- PIGE S.
- Biologie, Mathématique et 10% (4)
- PIGEONNAT J.F.
- Le castor et l'infini (co-auteur) (7)
- PINAUD J.
- Calcul infinitésimal et analyse non-standard (3)
- POMMIER B.
- Liaison Math-Techno en 4ème (co-auteur) (7)
- Math-Techno en 3ème (co-auteur) (10)
- RAÏS M.
- Aires et périmètres (9)
- ROBIN G.
- Une construction des distributions (8)
- ROGERIE
- Nouvelle méthode de résolution des problèmes de la scolarité obligatoire (4)
- ROUCHIER A.
- Formation des maîtres en mathématiques au Québec : Permama (4)
- Propositions pour un débat (6)
- ROUGIER J.
- La division Euclidienné à l'Ecole Elémentaire (14).
- ROYOUX F.
- Réflexions sur les problèmes de compréhension des mathématiques (1)
- SAINT-GEORGES M.
- Groupe Pluridisciplinaire (co-auteur)(10)
- SANCHEZ L.
- Vacances et oubli (5)
- SAUVY J.
- A la recherche de formes nouvelles d'intervention pédagogique (1)
- Le plat de lentilles : outil de pédagogie active (3)
- Le moulin doré (20)
- TERMEAU J.
- L'enseignement agricole public (1)
- TOUILLET J.
- Activités géométriques (4)
- Calculatrices au collège (16)
- Arpentage (21)
- TOURSEL E.
- Du matériel pour la classe (co-auteur)(7)
- WALUSINSKI G.
- Peut-on apprendre à enseigner des mathématiques ? (6)
- L'expérience des IREM (6)
- COMMISSION NATIONALE APMEP
- Prérequis (17)
- GROUPE DU CLAIN
- Avalanches de signes + en 1977 (3)
- IREM DE POITIERS
- Situations-problèmes au Cycle Moyen (16)
- LYCEE DE JONZAC
- Des groupes de niveau en Seconde (21)
- LYCEE F. PERRIN DE LIMOGES
- Une expérience pluridisciplinaire (3)
- LYCEE L. LIMOSIN DE LIMOGES
- Cicéron et les Astres (21)



APPEL A NOS LECTEURS

Les Suppléments 1983 du PLOT sur les TRANSFORMATEURS et les TRACEURS DE COURBES se préparent activement. Afin de fournir à nos lecteurs une BIBLIOGRAPHIE très complète, nous demandons à ceux d'entre vous qui connaîtraient des ouvrages sur ces sujets de nous en donner les références RAPIDEMENT.

Merci d'avance

A travers la Presse...

Des médias pour mieux enseigner les mathématiques

République du Centre (2 & 6 août 1982).



Voici trente ans, professeurs de mathématiques et psychologues (comme Jean Piaget) se réunissaient en groupe d'étude et formaient la « commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques ».

Commission tout à fait indépendante des structures officielles de l'éducation et qui s'était donnée pour but de réfléchir sur une pédagogie nouvelle en ce qui concerne les maths. Les « maths modernes », c'est un peu eux, encore qu'ils soient conscients aujourd'hui que ce « passage oblige » n'a pas toujours été une réussite...

Depuis samedi et jusqu'au 6 août, deux cent cinquante membres de cette commission sont réunis sur le campus de La Source pour une rencontre dirigée autour du thème : « Les moyens et médias dans l'enseignement des mathématiques » (cinéma, livres, fiches de travail, calculettes, ordinateur, matériel à manipuler). Comme démonstration concrète, la commission présente une exposition, entièrement réalisée voici quelques mois à Orléans, avec l'aide de la Maison de la culture de Bourges, de matériel à manipuler avec les mains. Devant le succès de cette exposition remarquable, ses auteurs l'ont d'abord fait tourner dans toute l'académie et bientôt dans la France entière. Une partie pourrait être intégrée au musée de la Villette.

Un responsable de ce musée viendra d'ailleurs à Orléans pour y prendre la parole. Les membres de cette commission soulignent qu'il s'agit d'une rencontre et non d'un congrès, et que tous peuvent y prendre la parole, sans hiérarchie entre les instituteurs ou les professeurs d'université.



Pour comprendre la géométrie : utilisation de formes prédécoupées mises au point à Orléans.

On reconnaît le PLOT-Matériel manipulé par deux membres de la Régionale d'Orléans-Tours (Ndlr).

Tout le monde n'a pas forcément un bon souvenir de son apprentissage des maths. Pourtant, l'évolution technologique rend chaque jour plus indispensable une culture mathématique de base.

Partant de ce constat, des professeurs, des psychologues, des formateurs d'enseignants, des inspecteurs se réunissent depuis trente-quatre ans — chaque année dans un pays différent — pour tenter d'améliorer la « didactique des mathématiques ».

Tâche ardue s'il en est. La connaissance mathématique évolue et le contenu de l'enseignement avec. Mais plus encore, ce sont les besoins et les mentalités des élèves qui nécessitent une nouvelle approche. « Le passage devenu obligatoire dans le secondaire a rendu un certain changement nécessaire. Les problèmes de clôtures, également, datent d'une époque où la société était principalement agraire », note à titre d'exemple M. Rouchier, professeur à Orléans.

De même, l'apparition et la vulgarisation de l'informatique modifient les données pédagogiques de l'enseignement des maths. « L'école est interpellée par l'évolution technologique », affirme M.

Lunkenbein, professeur au Canada. Toutefois, l'enfant demeure la véritable finalité du travail de cette commission. Il faut savoir éviter la fascination passive devant toute éventuelle panacée et comme le précise M. Borowczyk, le responsable du programme de ces journées : « Ce qui nous intéresse, c'est la façon d'intégrer la technologie aux besoins des enfants. »

Cette semaine de réflexion a donc été consacrée à l'étude de l'utilisation des médias dans les cours de maths. Par « média », il faut entendre aussi bien le classique manuel, le matériel de manipulation (cubes, volumes, règles, etc.), que l'audiovisuel et, bien sûr, l'ordinateur. Tout ce qui, en somme, peut servir de trait d'union entre les mathématiques et l'enfant.

Une exposition illustre le thème retenu, où l'on pouvait voir des programmes réalisés par des enfants cotoyer une série de problèmes à partir du fameux cube roumain.

Reste à préciser que ce sont uniquement des motivations personnelles qui animent les participants de cette commission. Aucune affiliation à de quelconques organismes officiels ni aucun parrainage d'entreprise n'est à l'origine des rencontres de la C.I.E.A.E.M.

700 professeurs de mathématiques en congrès national à Poitiers

Nouvelle République
(24-09-82)

POITIERS. — Après Amiens, l'an dernier, c'est Poitiers qui reçoit depuis hier, et pour trois jours, le congrès national de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (A.P.M.E.P.). Ces journées, axées autour du thème :

élaboration et utilisation de matériel dans l'enseignement des mathématiques, regroupent plus de 700 enseignants ; de la maternelle à l'université, avec une forte majorité d'enseignants du secondaire.

Ces journées de réflexion ont été ouvertes par M. Jacques Fort, ancien président de l'université de Poitiers, président régional Poitou-Charantes de l'A.P.M.E.P. et par le discours d'ouverture du président national, M. Francis Dupuis, professeur à Paris. « A l'A.P.M.E.P., nous espérons que la mise en place de deux établissements expérimentaux par département permettra d'appro-

fondir la réflexion sur une rénovation générale des collèges, a dit le président national. Au second cycle, l'absence des moyens est générale et l'impéritie de certains rectorats réelle : les actions de soutien qui devraient permettre de faire face à l'hétérogénéité en maths des élèves accueillis en première S ne peuvent être même assurées dans certains lycées, faute de prévisions néces-

saires. »

Il a conclu : « Le désir de changement se heurte souvent au cadre institutionnel : il faut dire que les structures du pouvoir dans les établissements n'ont guère changé. Dans ce contexte, les mouvements pédagogiques et les associations de spécialistes comme la nôtre ont un rôle important à jouer. Il s'agit de prendre toute notre place sur le ter-

rain, d'animer, d'impulser des projets que permettent certains textes officiels, de sorte que ceux-ci ne restent pas lettre morte... »

A noter que les participants au congrès se répartiront au cours des trois journées en une quarantaine d'ateliers et pourront perfectionner leurs connaissances grâce à un matériel informatique moderne, matériel en fonctionnement à l'université de Poitiers ou présenté par divers exposants.

La journée d'aujourd'hui sera dominée par l'exposé de M. Claude Pair, directeur des lycées au ministère de l'Education nationale.

LE BAC REMIS EN CAUSE

Le débat qui a suivi l'intervention de M. Pair n'a pratiquement jamais porté sur les mathématiques. On a parlé du bac, si souvent remis en cause. « Pas de choses nouvelles, pas de bouleversements pour le bac », dit M. Pair, qui ajoute que « rien n'est immuable ». Et de poursuivre : « changer le bac... oui, mais quoi mettre à la place... ? Il faut mesurer les difficultés qu'il y a à toucher au bac. Et surtout il faut lui conserver sa valeur : un diplôme a besoin de reconnaissance, sinon, il faudrait passer un nouvel examen pour entrer à l'université ».

Mais il reconnaît que le bac est lourd, coûteux, parfois injuste.

Mais le gros problème est celui des moyens. Plusieurs questions ont obtenu cette même réponse « pas de moyens ». Certes on a

créé 31.000 postes, mais cela ne fait que 2 % en plus et a coûté cher.

On a ensuite longuement débattu sur des questions de fonctionnement au niveau local, les exemples donnés ne pouvant avoir de valeur dans la mesure où ils sont parfois uniques. Ils ont toutefois le mérite de démontrer que certains rouages ont besoin d'être améliorés localement ; ainsi M. Pair dit qu'il ne peut visiter lui-même les 2.500 établissements dépendant de lui. Mais en contre partie les visites des inspecteurs généraux auraient grand besoin d'être revues dans leur mécanisme afin « de servir à quelque chose ».

Des intervenants en arrivèrent à faire le procès de certaines commissions mal constituées, de certains directeurs « qui raccrochent le téléphone sans répondre... ».

M. Claude Pair directeur des lycées à Poitiers : « Nous sommes dans une situation de crise que les enseignants ne l'oublient pas ! »

N.R. (25-09-82)

Poitiers. — La deuxième journée du congrès national des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (A.P.M.E.P.) a été marquée, hier à Poitiers, par l'exposé de M. Claude Pair, directeur des lycées au ministère de l'Education nationale.

A l'invitation de l'association, le représentant du ministre est, en effet, venu dialoguer avec les 700 enseignants (du secondaire et du supérieur) réunis sur le thème : élaboration et utilisation du matériel dans l'enseignement des mathématiques.

Au discours magistral, l'invité d'honneur du congrès de Poitiers a préféré le dialogue. Il a pris toutefois le temps de rappeler qu'il était partisan de la concertation permanente et qu'il attendait beaucoup des résultats de la grande consultation en cours dans les établissements de l'enseignement secondaire. Il donne le feu vert à une commission permanente d'échanges.

Les organisateurs du congrès avaient pris le soin de collecter les questions à poser à l'invité, mais l'indiscipline de la salle a conduit à une sorte de cacophonie. Trois ou quatre questions étaient posées en même temps à M. Claude Pair, et au moment où celui-ci allait répondre, il se trouvait quelqu'un pour clamer : « Moi, le 10 mai, j'ai voté... »

Bravant la tempête, le représentant du ministre a eu la possibilité de répondre à quelques-unes des questions posées qui exprimaient un désenchantement certain des enseignants. Il a dit, entre autres, que les modalités de baccalauréat ne seraient pas changées dans l'immédiat, mais qu'à terme, il faudrait revoir cet examen « lourd, coûteux et pas toujours d'une grande justice ». Sur ce point, il a annoncé que le bac expérimental était condamné.

A une enseignante qui déplorait que les enseignements de musique et dessin ne sont plus que facultatifs, à un enseignant rappelant qu'il avait « tout attendu » d'un gouvernement de gauche, M. Claude Pair a répondu globalement : « Nous sommes dans une situation de crise, que les enseignants ne l'oublient pas ! »

On était très loin du thème du congrès, mais pour une fois, le vrai débat était ouvert entre le « ministre » et l'enseignant. Et c'est là le point positif du congrès de Poitiers.

Centre Presse (25-09-82)



Secrétariat : IREM. 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES Cedex (79.24.12)
 Président d'honneur : Mr ROGERIE 22, rue L. Codet 87200 St JUNIEN (02.15.69)
 Présidente : Mme ROUGIER 35, av. de la Vienne 87170 ISLE (50.25.00)
 Vice-Présidents :
 -Corrèze : Mr BOUTEILLER 7bis, av. du Pdt Roosevelt 19100 BRIVE (74.20.11)
 -Creuse : Mr BOURCY Peyrat la Nonière 23130 CHENERAILLES (62.35.19)
 -Hte Vienne : Mr NICOLAS 29, rue A. Tixier 87100 LIMOGES (77.07.76)
 Secrétaire : Mr FELDMAN 59, rue de Beaupuy 87100 LIMOGES (77.47.50)
 Secrétaire-adjoint : Mme PESTEL 53, rue du 4 Septembre 87100 LIMOGES (37.96.58)
 Trésorier : Mr DUVEAU 4, rue E. Leroy 87500 St VRIETX (75.07.32)
 Brochures : Mr CATHALIFAUD 20, allée Villagory 87100 LIMOGES (30.58.56)
 Enseignement Primaire : Mme ROUGIER. Mr CATHALIFAUD
 Liaison CM2-6è : Mr CREPIN 94, av. de Locarno 87100 LIMOGES (33.46.68)
 1er Cycle : Mr LACOTTE 6, av. René Coty 87100 LIMOGES (01.31.61)
 2è Cycle : Mme TOULET 37, rue A. Tixier 87100 LIMOGES (77.68.77)
 L.E.P. : Mme PESTEL
 Mr ROUGIER 35, av. de la Vienne 87170 ISLE (50.25.00)
 Post-Baccalauréat : Mr MORIN 18, domaine de la Garde 87100 LIMOGES
 Mr NICOLAS
 Liaisons interdisciplinaires : Mr ROUGIER
 Formation des maîtres : Mr EZQUEURRA La Roche. St Vrieix sur Aixe 87700 AIXE sur VIENNE
 PLOT : Mr CREPIN (09.84.58)
 Représentant de l'APM au Conseil d'Administration de l'Irem : Mr ROUGIER

Siège Social : IREM - Université - 45046 ORLEANS CEDEX
 Président : Gérard CHAUVAT 3, rue J. Massenet - 37200 TOURS (47) 28.15.18
 Vice-Présidents : André GAGNEUX 14, rue de la Tour de Bau - 18400 SAINT FLORENT (48) 55.22.36
 Jacques PINAUD 4, rue de la Tuilerie, Chambléan-Garnay - 28500 VERNUILLET
 (37) 46.82.82
 Trésorier : André DUTHILLEUL 13, rue du Domaine - 37300 JOUE LES TOURS (47) 27.75.74
 Secrétaires : Yves BOUTEILLER 150, rue de Chantepie - 37300 JOUE LES TOURS (47) 53.45.24
 Patrick MARTHE 15, rue Berthollet - 45100 ORLEANS (38) 63.12.83
 Pascal MONSELLIER Les Tourelles, Marcilly en Villette - 45240 LA FERTE ST AUBIN
 (38) 65.11.77
 Jean-Claude SACHET 2, route du Vallon, St Gemme Moronval - 28500 VERNUILLET
 (37) 43.72.15
 Autres membres du Comité Régional :
 Michel DARCHÉ 1, rue Albert Laville - 45000 ORLEANS (38) 62.22.85
 Pierre NURY "Ville Greuil" Saint Roch - 37390 LA MEMBROLIE (47) 41.07.88
 Joëlle PROVOST 12bis, rue des Coupances - 18230 SAINT DOULCHARD (48) 70.14.97
 Tâches du Comité Régional :
 Informatique : Patrick MARTHE
 Innovation : Joëlle PROVOST
 Information : Pascal MONSELLIER
 Bulletin rapide : André GAGNEUX
 Enseignement en L.E.P. : Jean-Claude SACHET
 Enseignement du premier cycle : Pierre NURY
 Enseignement du second cycle : Jacques PINAUD
 Exposition - Matériel pédagogique : Michel DARCHÉ
 Formation Continue : Yves BOUTEILLER, André DUTHILLEUL

- Siège Social : CRDP 6, rue Sainte Catherine 86034 POITIERS
Président : J. BOROWCZYK 3, rue de Provence 86000 POITIERS (49).47.71.27
Secrétaire : M-H CHAUSSEAU 14, rue Maurice Bedel 86100 CHATELLERAULT
Trésoriers : Jacky COURTOIS 13, rue des Chardonnerets 86000 POITIERS
 Dominique PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87
Secrétaires des Départementales :
 16 : R. CASES Le Bourg Montjeau 16240 VILLEPAGNAN
 17 : M. FOURNIER 10, av. de Terrefort 17100 SAINTES (46).93.28.74
 79 : J-P GUTCHARD Le Chemin Vert. Boisvert. Le Tallud 79200 PARTHENAY
 86 : L-M BONNEVAL 12, bd Solferino 86000 POITIERS
Elémentaire : J. BELLICAUD 28, la Dinière 86180 BUXEROLLES (49).61.00.44
1er Cycle : D. GAUD CRFPEGC POITIERS
2è Cycle : Serge PARPAY 22, rue Rougier 79000 NIORT
 J-L RENAUD 39, allée des Mimosas 86200 LOUDUN
Technique : M. FOURNIER
Informatique : G. DESENFANT St Gelais 79410 ECHIRE (49).75.01.38
 D. DAVIAUD 12, rue des Acacias 17500 JONZAC
Technique : J. FRÉMONTIN 17, rue de la Roussille 79000 NIORT (49).28.39.77
Publications Régionales : S. PARPAY Gestion du Fichier : D. PORTE
Gestion du Fichier : D. PORTE
Sujets d'examen : G. BORION 12, rue E. Grimaud 86000 POITIERS (49).01.77.84
Supérieur & Formation Continue : C. BLOCH
 C. BLOCH 138, rue de la Mèrigote 86000 POITIERS (49).41.40.74
Représentant de l'APM au Conseil de Gestion de l'IREM : G. BORION (suppléant : BONNEVAL)
Autres membres du Comité Régional : J-L DURPAIRE 9, rue du Chêne Vert 86240 LIGUGE
 M, PUYGRENIER La Folie 86500 MONTMORILLON

1983

ABONNEMENT AU

plot

22

A N'UTILISER QUE PAR LES NOUVEAUX ABONNES

- Je m'abonne à :
- 1° 4 numéros du PLOT 1983
 - tarif normal 40 F
 - membres APM
 résidant en
 FRANCE 30 F
- 2° Suppléments 3 et 4*
 (les 2 n^{os}) 30 F*
- 3° Supplément 5
 20 F*
- TOTAL
 (joindre le chèque)

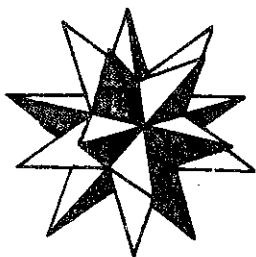
NOM, Prénom :
 Adresse complète :

 Code postal et ville :

Chèque à l'ordre de : Régionale APMEP

Envoyer le chèque et cette fiche à :
 APMEP - IREM
 Université
 45046 ORLEANS CEDEX

* Seuls les abonnés au PLOT peuvent s'abonner aux Suppléments du PLOT.



plot MATÉRIEL

FICHE DE COMMANDE

NOUVELLE EDITION DU N°1
NOUVELLE COULEUR !

VOIR

DESCRIPTION

EN

PREMIERE

PAGE

NOM, Prénom
Adresse complète
Code postal et Ville

Je commande :
pochettes du PLOT matériel n° 1 (25F/unité) :
pochettes du PLOT matériel n° 2 (25F/unité) :
Frais d'envoi* :
TOTAL :

Envoyer cette fiche **accompagnée du règlement** au nom de :
Régionale A.P.M.E.P. d'Orléans-Tours - CCP La Source 1440 09 X
à A.P.M.E.P. - IREM - Université d'Orléans - 45046 Orléans Cedex

* Frais d'envoi : 10 F pour 1 à 2 pochettes - 20 F pour 3 à 6 - 30 F pour 7 à 10



BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

Ces brochures peuvent être obtenues
auprès des Régionales APMEP (voir
leur adresse et leur CCP à l'Agenda).

Numéro de collection	Titre	Prix en francs port compris (1/12/1982)
20	Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques, 1977, 280 p.	33,50
21	Géométrie au premier cycle, tome 1, 1977, 208 p.	33,50
22	Géométrie au premier cycle, tome 2, 1978, 328 p.	38,50
23	Pavés et bulles par Françoise Pécaut, 1978, 288 p.	38,50
24	Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM), 1978, 120 p.	26
25	Mots IV, 1978, 152 p.	18
26	Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire, 1978, 64 p.	15
27	Pour une mathématique vivante en Seconde, 1979, 128 p.	21
28	Analyse des données, tome 1, 1980, 248 p.	38,50
29	Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Élémentaires, 1979, 192 p.	24

30	Les manuels scolaires de mathématiques, 1979, 280 p.	38,50
31	Calculatrices 4 opérations (Élémentaire et premier cycle), 1979, 176 p. ...	21
33	Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1, 1979, 248 p.	33,50
34	Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de Quatrième-Troisième, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation, 1979, 160 p.	Epuisé
35	Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes, 1979, 104 p.	26
36	Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Élémentaire, 1980, 64 p.	12
37	Mots V, 1980, 114 p.	20
38	Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2, 1981, 140 p.	33
40	Analyse des données, tome 2, 1980, 296 p.	41,50
41	Fragments d'histoire des mathématiques, 1981, 176 p.	45
42	"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques, 1981, 56 p.	18
43	Mathématique active en Seconde, 1981, 220 p. environ.	46,50
44	Jeux 1. Les jeux et les mathématiques, 1982, 184 p. et 13 fiches.	59,50
45	Mathématiques et Sciences Physiques en Lycée d'Enseignement Professionnel, brochure U.d.P.-A.P.M.E.P., 1981, 48 p.	gratuit
46	Mots VI : Grandeur et Mesure, 1982, 134 p.	29
47	Obstacles et déblocages en mathématiques par M. Bruston et C. Rouxel, 1982, 130 p.	51
48	Evariste Galois (1811-1832), format 21 x 29,7, 1982, 72 p.	51