

plot

BULLETIN DES REGIONALES A.P.M.E.P.
DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

TOUTES NOS EXCUSES aux abonnés au Supplément. Le dernier numéro du PLOT, "bouclé" avant les vacances, annonçait que le supplément sur les transformateurs était arrivé pendant les vacances, alors qu'il n'est parvenu aux abonnés ... qu'en Octobre !

De grosses difficultés techniques de dernière minute (dont une presse cassée ...) ont retardé la fabrication du Supplément qui, les vacances aidant, n'a pu être remis en chantier qu'en Septembre.

Pour notre défense, disons que les Suppléments du PLOT sont des objets introuvables ailleurs, que les problèmes techniques qu'il faut résoudre pour les réaliser sont dantesques, et que nous ne sommes que des amateurs d'un mouvement associatif ...

Une CERTITUDE : tous les Suppléments promis, seront réalisés et livrés (même avec un léger retard) aux souscripteurs. Que les difficultés passées ne vous empêchent donc pas de passer de bonnes fêtes de fin d'année et de vous réabonner au PLOT pour 1984, ainsi qu'à ses suppléments consacrés au PAPIER PLIE !

L'Equipe d'Animation.

..... Adresse du journal : IREM. Université, 45046 Orléans Cedex.....
Directeur de Publication : Pascal Monsellier.....numéro CPPAP : 63181
Imprimé par le Centre Régional de Documentation Pédagogique, 55 rue Notre-Dame de Recouvrance, 45000 Orléans.....Equipe d'animation : Roger Crépin, Pascal Monsellier, Serge Parpay.....

Dépot légal : 4^e trimestre 1983

Toutes les publicités contenues dans le PLOT le sont à titre gratuit.

PRÉSENCE D'ÉVARISTE GALOIS 1811 - 1832

Une publication A.P.M.E.P.
consacrée à l'un des mathématiciens le plus incompris de son époque
et dont les idées ont pourtant profondément marqué
l'évolution de la science

56 pages

dans un format exceptionnel : 21 x 29,7
illustrées de reproductions photographiques de pages manuscrites
d'Evariste Galois.



Prix : 45 F

Prix port compris : 51 F

Adressez-vous à une
Régionale APM

Né le 25 octobre 1811 à Bourg-la-Reine, Evariste Galois mourut des
suites d'un duel le 31 mai 1832, il y a donc tout juste cent cinquante ans...

SOMMAIRE

- G. WALUSINSKI — *Evariste Galois et nous.*
- R. TATON — *Evariste Galois et ses contemporains*, suivi d'une bibliographie complète et de 16 documents.
- A. DAHAN — *L'œuvre algébrique d'Evariste Galois.*
- J. DIEUDONNÉ — *L'influence de Galois.*
- D. GUY — "*Mathématiques en fête*" au Collège et Lycée R. Rolland d'Argenteuil.

ABONNEZ-VOUS

1984 = 26 x 31
TOUJOURS PLUS, TOUJOURS MIEUX !

plot

BULLETIN DES REGIONALES APMEP DE POITIERS, LIMOGES ET ORLEANS-TOURS

Sommaire du n° 25

Rencontres

Jean-Claude THIENARD - Log Story 3

Pratique

Marc BLANCHARD - Activités pour changer ... (de repère) 13

Collège Jean ROSTAND - Apprendre à démontrer en 4^e 16

Michel DARCHE - La géométrie des transformateurs 21

Claude PAGANO - Noeuds en rectangle 27

Echanges

Michel LABROUSSE - Mots Croisés 20

PROBLEMES - CHOCS 29

Jean SAUVY - Conte vénusien 30

PLOT Index 1983 32

AGENDA 33

ABONNEMENTS et BONS de COMMANDE 35

Et toujours, le

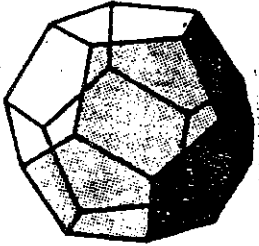
plot MATÉRIEL

Une collection de matériel pour petits et grands

LE MONDE DES POLYEDRES

Chacun des deux premiers fascicules contient :

- 30 feuilles pré-découpées de carton permettant de fabriquer des polygones réguliers
- 1 pochette d'élastiques
- 1 texte pour reproduire vous-mêmes vos pièces, assembler et reproduire sans colle ni ciseaux, plusieurs dizaines de polyèdres réguliers, semi-réguliers, convexes, étoilés, adoucis,... etc.



POLYEDRES n° 1 fournit des faces polygonales à 3, 4, 5 et 6 côtés.

POLYEDRES n° 2 fournit des faces à 8, 10 côtés et des faces nécessaires pour les polygones non convexes.

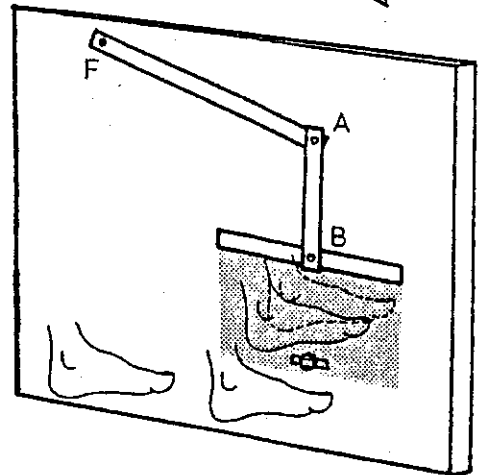
POLYEDRES n° 3 Un dossier complet de fiches cartonnées sur les polyèdres donnant toutes les informations techniques avec dessins pour les réaliser et colorier avec les fascicules **polyèdres 1 et 2** :

- les 9 polyèdres réguliers convexes ou étoilés,
- les 13 semi-réguliers convexes et leurs duals,
- les 92 autres polyèdres convexes à faces régulières,
- d'autres polyèdres à fossettes ou étoilés comme ceux qui sont composés d'un polyèdre et de son dual.

VOIR FICHE DE COMMANDE

"PLOT MATERIEL" EN

DERNIERE PAGE .



LES SYSTEMES ARTICULES

Deux fascicules permettant de réaliser (et faire réaliser avec du carton) et d'utiliser, sur papier ou au rétro-projecteur :

- 1) des transformateurs (translateurs, homothétiseurs, symétriseurs, inverseurs,... et bien d'autres)
- 2) des traceurs de courbes (celui qui donne la pente d'une tangente, celui qui permet de construire des courbes intégrales, celui qui fournit la courbe dérivée... etc).

Log Story

Jean Claude THIENARD - Poitiers

Les logarithmes ont une longue histoire, une histoire qui se confond avec le développement des sciences en Occident depuis la Renaissance. Une raison pour motiver des élèves pour qui les mathématiques ne sont pas nécessairement un centre d'intérêt.

L'introduction, dans une classe de première ou terminale scientifique, d'une notion nouvelle : limite, dérivabilité, logarithme, intégrale... se fait sans problème, ce qui ne veut pas dire sans difficultés ; en effet les élèves de ces classes sont habitués à accepter une définition, sans se poser de question, et donc sans en poser, puis à travailler avec, docilement, en suivant les indications du professeur. Il n'en va pas de même dans une classe de première ou terminale littéraire. Dans ces classes, donner une définition, proposer des activités en relation avec celle-ci, paraît un exercice tout à fait formel et de peu d'intérêt, et ce dans le meilleur des cas : celui où une majorité d'élèves n'a pas renoncé à essayer de comprendre quelque chose aux mathématiques, ou n'a pas une attitude de rejet vis à vis de cette discipline.

Devant ce qui apparaît pur formalisme, une question surgit : "A qui ça sert tout ça ?" Question ambiguë pouvant dire aussi bien, pour ne prendre que deux significations extrêmes : "Tout cela ne sert à rien (pour moi) et n'a aucun intérêt, donc je ne vois pas pourquoi je ferais effort." ... que "Comment ces notions se sont-elles introduites ? Pour résoudre quel type de problèmes ? Comment comprendre que des hommes aient consacré une grande part de leur temps de vie à travailler sur de telles questions ?"

De toute façon, la question est là, souvent répétée, qui pose problème, dans tous ses aspects, négatifs et positifs. Il y a interpellation et provocation, angoisse et réaction de défense devant l'image négative. "Je suis bête, je n'y comprendrais jamais rien." que notre discipline agissant comme un miroir, a si souvent ren-

voyée d'eux-mêmes à ces élèves. Il y a peut être espoir, que le miroir, interrogé pour la nième fois change son verdict, ou plus sûrement crainte qu'il ne le confirme, crainte qui engendre le désir de sa destruction symbolique, par négation. "Tout cela n'a aucun intérêt."

La question est là et il faut bien y répondre, mais que répondre ! Dans les débuts, découvrant ce type d'élèves et leurs problèmes, à court d'idées et de réflexion, je ne savais que leur dire, que nous étions prisonniers de programmes inadaptés, mais qu'il ne fallait pas pour autant mépriser les mathématiques et dire qu'elles ne servaient à rien ou n'avaient aucun intérêt. Pour être plus convaincant, j'évoquais leur rôle dans les autres branches du savoir, leur valeur formatrice etc... Il est clair que ce type de discours n'était satisfaisant ni pour les élèves, ni pour moi-même, d'autant que je sentais fort bien que les heures passées ensemble ne leur apportait que peu de choses. La position était difficile à tenir, et nos rapports médiatisés par la matière de mon enseignement, eussent pu devenir conflictuels, s'ils n'avaient été sauvés par leur gentillesse et une attitude commune empreinte d'humour, voire de dérision à l'égard de nos activités programmées de Paris. Le riresauvait la situation, mais ne réglait rien.

Comment sortir de là ? La question se faisant obsédante. Comment adapter mon enseignement à ce type de classe ? Mes collègues plus âgés ne m'étaient d'aucun secours. Ils semblaient avoir accepté une fois pour toutes, que ces classes étaient des pensums inévitables, dans lesquelles on ne pouvait rien faire d'intéressant vu le faible niveau et la mauvaise volonté des élèves. Pour ma part, je restais moins pessimiste, effet de

jeunesse, et pensais qu'il devait y avoir des biais, pour intéresser, pour réconcilier avec cette discipline qui m'avait toujours passionné, des élèves qui pouvaient être captivés par l'étude de la littérature, des langues, de l'histoire ou de la philosophie. Je pressentais confusément que si je parvenais à situer les notions abordées dans l'histoire de la pensée mathématique, scientifique, philosophique, montrer en quoi elles pouvaient être utiles à la connaissance dans les domaines les plus divers, je pourrais, peut être, donner la possibilité aux élèves d'avoir un regard nouveau sur notre discipline et espérer qu'ils changent d'attitude vis à vis d'elle. Il me fallait tenter l'expérience et pour cela me mettre au travail, car rien dans une formation initiale, ne m'avait préparé à remplir un tel programme. Je m'y suis passionné. Il est passionnant de prendre une notion à sa naissance, d'en chercher le pourquoi dans le paysage conceptuel de l'époque et de la suivre jusqu'à sa forme actuelle ; et y ai trouvé matière à renouveler totalement mes cours dans les classes littéraires, sans pour autant avoir résolu tous les problèmes que posent l'enseignement des mathématiques dans ces classes.

L'article qui suit a pour but de faire partager les résultats de mon travail sur la fonction logarithme.

QUELQUES POINTS DE REPÈRE :

NEPER (1550 - 1617)

Néper, Baron de MERCHISTON (localité près d'Edimbourg) consacra une grande partie de ses loisirs à l'étude des sciences et à la recherche de méthodes de calcul numérique.

Ses recherches aboutirent à l'élaboration et à la publication des premières tables de logarithmes (parution des premières tables en 1614). Il participe en outre activement aux querelles religieuses et politiques de son époque. Anticatholique farouche, il se rendit célèbre par un pamphlet antipapiste qui eut un grand succès.

John NAPIER (connu en France sous le nom de NEPER) 1550-1617



COPERNIC (1473 - 1643)

Emet l'hypothèse selon laquelle ce n'est pas la Terre mais le Soleil qui est au centre du monde. "*Parce que c'est l'astre le plus brillant, celui qui fournit sa chaleur à la Terre*". Les planètes sont animées d'un mouvement circulaire uniforme autour du soleil, "*le seul possible parce que c'est le plus parfait*". Ces conceptions renversaient les idées reçues de l'époque selon lesquelles l'homme était l'être suprême de la création, hormis Dieu, et ne pouvait en conséquence que résider au centre de l'univers.

Ces conceptions dépourvues de toute base scientifique ont eu pour mérite de stimuler la réflexion et l'observation afin de procéder à leur vérification.

TYCHO-BRAHE (1546 - 1601)

Multiplie les observations précises du mouvement des planètes afin de préciser les lois de l'astrologie. Il laisse à sa mort ses cahiers à son élève KEPLER (1517 - 1630), (acquis aux idées coperniciennes, contrairement à son maître) qui, en cherchant à vérifier l'hypothèse selon laquelle les orbites des planètes sont liées à des polyèdres réguliers, découvrit à la suite de calculs précis, que celles-ci étaient des ellipses dont le soleil est un foyer (lois de Képler sur le mouvement des planètes).

GALILEE (1564 - 1642)

Condamné en 1633, pour avoir pris parti pour les idées coperniciennes, par le St-Office.

L'époque était à l'observation astronomique et à l'étude du mouvement des planètes. Cela demandait beaucoup de calculs à base de trigonométrie, très pénibles, ce qui poussait à la recherche de procédés simplificateurs.

CE QUE NEPER CONNAISSAIT

- Les éléments d'Euclide et notamment ceux du livre V qui sont les matériaux essentiels de la théorie. Le langage en est donc géométrique.

- La numération de position qui en est à ses débuts.

Par contre les notions de fonctions, de vitesse, de calcul sur les exposants, ne sont pas encore dégagées.

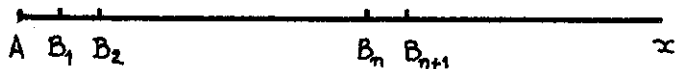
IDEE DE BASE DE LA THEORIE

Elle consiste à mettre en correspondance (fonctionnelle) les termes d'une progression géométrique avec ceux d'une progression arithmétique.

Soit :

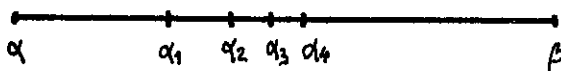
1) Une demi droite Ax et les points B₁, B₂, B_n tels que :

$$AB_1 = B_1 B_2 = \dots = B_n B_{n+1} = \dots$$



2) Un segment unitaire $\alpha\beta$ et les points $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \dots$ tels que :

$$\frac{\alpha_n \beta}{\alpha_{n+1} \beta} = \frac{SQ}{RQ} = \frac{1}{K} \quad \text{avec } \alpha < K < 1$$

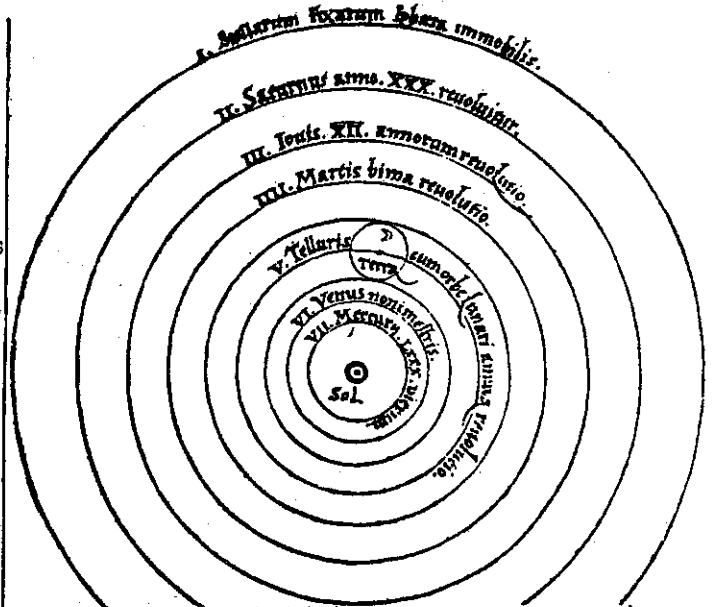


- Les points B_n sont images de la suite arithmétique

$$X_n = AB_n = na \quad \text{en posant } AB_1 = a \quad X_0 = 0$$

- Les points α_n sont images de la suite géométrique

$$Y_n = \alpha_n \beta = K^n ; \quad \alpha_0 = \alpha \beta = 1$$



Le système solaire de COPERNIC .

Par définition AB_n est le logarithme de $\alpha_n \beta$.

$$\text{Ln } \alpha_n \beta = AB_n \quad (x_n = \text{Ln } Y_n)$$

L_n désigne dans la suite le logarithme de Neper, qui n'est pas, comme on le verra ultérieurement, le logarithme népérien habituel.

MISE EN OEUVRE DE LA THEORIE

Elle se fait par le recours au langage de la cinématique.

Soit B un point mobile sur Ax
b un point mobile sur $\alpha\beta$

On suppose que :

- 1) Les mouvements de B et b sont synchrones.
 - 2) Le temps s'écoule uniformément et qu'on le partage par la pensée en intervalles égaux.
- Soit t_1, t_2, \dots, t_n les instants successifs.

$$\Delta t = t_1 = t_2 - t_1 = \dots = t_{n+1} - t_n = \dots$$

PREMIERES PROPRIETES DES LOGARITHMES.

Temps	Parcours de B	Parcours de b
0	0	0
t_1	AB_1	$\alpha \alpha_1$
t_2	AB_2	$\alpha \alpha_2$
\vdots	\vdots	\vdots
t_n	AB_n	$\alpha \alpha_n$
\vdots	\vdots	\vdots

Soient t_n, t_m, t_p, t_q des instants tels que $t_m - t_n = t_q - t_p$ (ce qui équivaut à $m - n = q - p$). On a alors :

$$B_n B_m = B_p B_q \text{ ou } AB_m - AB_n = AB_q - AB_p \quad (1)$$

et

$$\frac{\alpha_n \beta}{\alpha_m \beta} = \frac{K^n}{K^m} = \frac{1}{K^{m-n}} \quad \frac{\alpha_p \beta}{\alpha_q \beta} = \frac{K^p}{K^q} = \frac{1}{K^{q-p}}$$

d'où
$$\frac{\alpha_n \beta}{\alpha_m \beta} = \frac{\alpha_p \beta}{\alpha_q \beta} \quad (2)$$

Par conséquent il résulte de (1), (2) et de la définition du logarithme que :

$$\frac{\alpha_n \beta}{\alpha_m \beta} = \frac{\alpha_p \beta}{\alpha_q \beta} \implies \ln \alpha_n \beta - \ln \alpha_m \beta = \ln \alpha_p \beta - \ln \alpha_q \beta$$

C'est là la relation de base de Neper, qui s'écrit :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \ln a - \ln b = \ln c - \ln d$$

ou $ad = bc \implies \ln c - \ln b = \ln c - \ln d$

Si $d = 1$ alors $\ln a = \ln b + \ln c$

Puisque $\ln 1 = \ln \alpha \beta = AA = 0$

De là découlent toutes les relations qui font l'intérêt du calcul logarithmique.

REMARQUES

1) La définition donnée est lacunaire, puisqu'elle établit une correspondance entre deux ensembles de nombres discrets.

2) La base du logarithme (langage moderne) n'est pas encore fixée.

$$\ln \alpha_n \beta = AB_n \iff \ln K^n = na$$

La base est fixée par l'égalité $\ln K = a$, or a et K sont jusqu'ici arbitraires.

Ces problèmes vont être réglés par des considérations de cinématique.

C1) $\alpha_1 \alpha_2 > \alpha_1 \alpha_2 > \dots > \alpha_n \alpha_{n+1} > \dots$

On écrirait aujourd'hui :

$$K^n - K^{n+1} = \alpha_n \alpha_{n+1} = \beta \alpha_{n+1} - \beta \alpha_n = \alpha_n \beta - \alpha_{n+1} \beta$$

$K^n - K^{n+1}$ est le terme général d'une suite géométrique décroissante.

Donc le point mobile b parcourt dans des intervalles de temps égaux des distances de plus en plus courtes, le mouvement de b est donc de moins en moins rapide.

"On imagine qu'un point mobile et plus ou moins rapide selon qu'il porte plus ou moins loin pendant des temps égaux."

C2) $\alpha_n \alpha_{n+1} = (1-K)K^n = (1-K)\alpha_n \beta$ est la distance parcourue pendant le temps $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Si Δt est proche de 0, on peut supposer la vitesse de b constante entre les instants t_n et t_{n+1} .

Alors $\alpha_n \alpha_{n+1}$ est

- a) proportionnel à cette vitesse
- b) proportionnel à $\alpha_n \beta$

donc cette vitesse est proportionnelle à $\alpha_n \beta$

On écrirait aujourd'hui :

$$\alpha_n \alpha_{n+1} = V_n \Delta t = (1-K)\alpha_n \beta$$

d'où
$$V_n = \frac{1-K}{\Delta t} \alpha_n \beta$$

V_n désignant la vitesse moyenne de b entre t_n et t_{n+1} .

La remarque de Neper est : "Les vitesses d'un point mobile s'approchant géométriquement d'un point fixe sont proportionnelles aux distances à ce point fixe."

C3) On suppose qu'au départ B et b ont la même vitesse. Cette hypothèse fixe la base du logarithme.

En effet à l'instant t , B est en B_1 , b est en α_1 ,

et $AB_1 = \alpha_1 = \varepsilon$ si t , et ε sont suffisamment proches de 0. En effet B et b ayant la même vitesse à l'instant 0, ils parcourent la même distance pendant un petit intervalle de temps.

Mais $AB_1 = L_n \alpha_1 \beta$ d'où $\varepsilon = L_n(1-\varepsilon)$ pour ε proche de 0.

(La base de \ln est fixée : Avec les notations de la remarque (2) $K = 1-\varepsilon$ et $a = \varepsilon$)

A ce stade le logarithme de Neper est entièrement défini. Il a de plus un caractère de continuité contenu dans la notion de déplacement continu de b et B . La lacune mise en évidence dans la remarque (1) est donc comblée.

PAUSE

Voyons le rapport entre la construction faite par Neper et le logarithme népérien tel que nous le connaissons.

Dans notre langage habituel $X_n = na \quad a > 0$
 $X_n = Kn \quad 0 < K < 1$

et $na = \ln K^n$

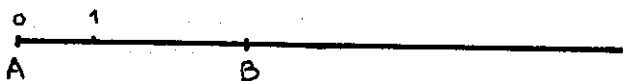
B est animé d'un mouvement uniforme de vitesse V ; $X_n = Vt_n = nV\Delta t$ en posant $t_n = n\Delta t$

Si V_n est la vitesse moyenne de b entre les instants t_n et t_{n+1} on a :

$$V_n \Delta t = \alpha_n \alpha_{n+1} = Y_n - Y_{n+1} = K^n(1-K) = (1-K)\alpha_n \beta$$

$$\Leftrightarrow V_n = \frac{1-K}{\Delta t} \alpha_n \beta$$

Plus généralement en utilisant l'image cinématique de Neper et nos connaissances, le dérivé du logarithme de Neper on formule ainsi :



Soit $X(t)$ l'abscisse de B au temps t , $X(t) = Vt$
 $Z(t)$ l'abscisse de b au temps t ,

C2) s'écrit $Z'(t) = C(1-Z(t))$

C3) s'écrit $Z'(0) = V$

or $Z'(0) = C$ donc $C = V$ puisque $Z(0) = 0$

on a donc $X(t) = Vt$

$$Z'(t) = V(1-Z(t)) \quad (1)$$

et par définition

$$X(t) = Vt = \ln(1-Z(t))$$

$Z(t)$ est la solution de l'équation différentielle (1). Le calcul de la table de \ln donne la solution de (1) point par point dans un certain intervalle.

Résolvons $Z'(t) = V(1-Z(t))$ avec nos connaissances.

$$Z(t) = A(1 - e^{-Vt}) \quad Z(0) = 0 \Rightarrow A = 1$$

$$Z(t) = 1 - e^{-Vt} \Leftrightarrow -Vt = \text{Log}(1-Z(t))$$

Log = logarithme népérien

$$\text{d'où } \text{Log}(1-Z(t)) = -\text{Ln}(1-Z(t))$$

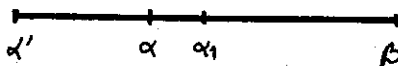
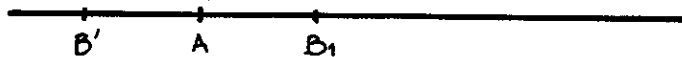
$$-\text{Log } u = \text{Log} \frac{1}{u} = \text{Ln } u$$

LA CONSTRUCTION DE LA TABLE

Le calcul eût pu démarrer à partir de l'égalité $\varepsilon = \ln(1-\varepsilon)$, mais tous les calculs eussent alors été entachés d'une erreur impossible à évaluer.

Une autre remarque va permettre d'affiner le résultat précédent, supposons que B et b aient commencé leur mouvements à gauche de A et α .

Supposons que B (resp. b) partent de B' (resp. α') à un instant précédent de Δt leur passage en A et α .



Puisque

- 1) B et b sont simultanément en A et α .
- 2) Qu'ils ont la même vitesse en A et α .
- 3) Que la vitesse de b est une fonction décroissante du temps.

On a : $\alpha' \alpha > B'A$

$$AB' > \alpha \alpha_1$$

B_1 et α_1 sont les positions de B et b à un instant suivant de Δt leur passage en A et α .

$$\alpha \beta = K \alpha' \beta \quad \text{d'où} \quad \frac{\alpha \beta}{\alpha' \beta} = \frac{\alpha_1 \beta}{\alpha \beta}$$

$$\alpha_1 \beta = K \alpha \beta$$

Soit en posant $\alpha \alpha' = \varepsilon$ et remarquant que $\alpha \beta = 1$ et $\alpha_1 \beta = 1 - \varepsilon$

$$\text{on obtient } \alpha' \beta = \frac{1}{1-\varepsilon} \quad \text{et}$$

$$\alpha' \alpha = \alpha' \beta - \alpha \beta = \frac{1}{1-\varepsilon} - 1 = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$$

$$\alpha \alpha' > AB_1 > \alpha \alpha_1 \quad \text{s'écrit}$$

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} > \text{Log}(1-\varepsilon) > \varepsilon$$

En prenant $\text{Log}(1-\varepsilon) = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)$ on commet une erreur au plus égale à :

$$\varepsilon^2 / 2 (1-\varepsilon)$$


CALCULS EFFECTIFS

1) $\varepsilon = 10^{-7}$

$$\frac{1}{9.999.999} > \text{Ln } 0,9999999 > 10^{-7}$$

$$\text{Il prend } \text{Ln } 0,9999999 = 1,000005000 \times 10^{-7}$$

2) Calcul de $a = \ln A$ $A = 0,9995000000$
 $b = \ln B$ $B = 0,990000000000$

Voir l'encadré. 

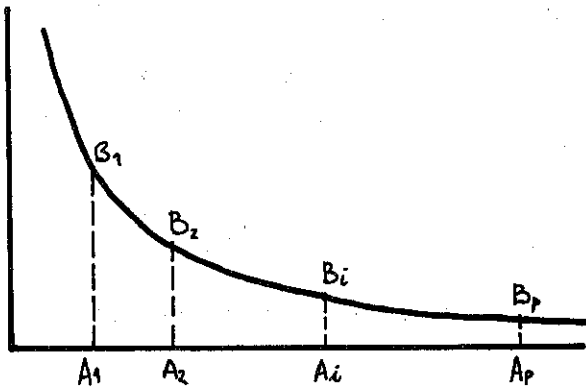
Puis Neper obtient la table :

N	$\ln N$	N	$\ln N$		N	$\ln N$
1	0	B	b		B^{69}	69b
A	a	AB	a+b			
A^2	2a	A^2B	2a+b			
A^{21}	21a	$A^{21}B$	21a+b		$A^{21}B^{69}$	21a+69b

Cette table est complétée par interpolation pour les Ln de Sinus et Tangente pour les angles θ $0^\circ < \theta < 90^\circ$ variant de minute en minute.

Entre 1640 et 1660 : Somme des fonctions ax^n $n \in \mathbb{Z}$ $n \neq -1$ (Fermat, Descartes, Roberval....) et indépendamment somme de ax^{-2} $r \in \mathbb{Q}^+$ $r \neq 1$ par Toricelli.

Théorème de Grégoire de St Vincent (1630) publié en 1649.



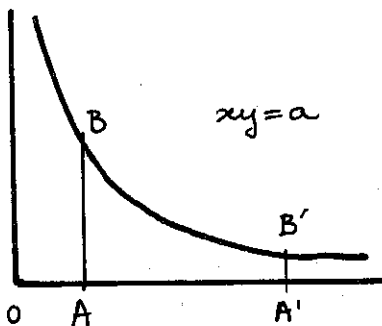
Soit l'hyperbole d'équation $xy = a$.

Soit $A_i (x_i, 0)$ $B_i (x_i, y_i)$ $1 \leq i \leq p$ des points tels que x_1, x_2, \dots, x_p soient en progression géométrique.

Les aires curvilignes $A_1 B_1, B_1 B_2, B_2 B_i, B_i A_i$ sont en progression arithmétique.

La correspondance entre x_1, \dots, x_p et ces aires est donc de nature logarithmique.

Sarasa (disciple de Grégoire St Vincent) en déduit que :



$$\begin{aligned} \text{Aire curviligne } ABB'A' \\ = \text{Log}_a OA' - \text{Log}_a OA \end{aligned}$$

le logarithme qui intervient ici est un logarithme dit naturel ou hyperbolique.

Les problèmes qui se posent alors sont :

- 1) Il y en a une infinité, dépendant du paramètre a .
- 2) Quels sont leur lien avec le logarithme de Neper ou de Briggs ?
- 3) Fallait-il chercher à quarrer l'hyperbole et en déduire les logarithmes correspondants, ou calculer des tables de ces logarithmes et en déduire les aires correspondantes ?

Calcul de a = Log A.

On considère la suite géométrique définie par :

$$U_1 = 1 \quad U_2 = 0,999 \ 999 \ 9 \quad (\text{On connaît } \text{Ln}U_2)$$

On trouve $U_{50} = 0,9999900000495$

$$\text{Ln}U_{50} = 49 \text{ Ln}U_2$$

$$\text{Ln}U_{49} = 48 \text{ Ln}U_2$$

$$\text{Neper prend Ln } 0 : 99999 = \text{Ln}U_2 \times \frac{U_{50}-A'}{U_{50}-U_{49}} + \text{Ln}U_5 \quad A' = 0,99999$$

Puis on recommence. On considère la suite V_n définie par $V_1 = 1, V_2 = 0,999990000000...$
On calcule V_3, V_4, \dots jusqu'à $V_n = 0,99999001222927$. On calcule alors $\text{Ln}0,9995$
par interpolation comme précédemment.

On adopte la même technique pour le calcul de $b = \text{Ln } B$.

Wallis (1666) et Huyghens ont remarqué que :

$$\frac{\text{Log}_h x}{\text{Log}_{10} X} = \text{cte}$$

ce qui permet la quadrature des segments hyperboliques.

Par exemple pour $H_1 \ xy = 1$ Huyghens procède de la façon suivante :

$$\text{Log}_{h1} a - \text{Log}_{h1} b = \text{Log}_{h1} \frac{a}{b} = M \text{Log}_{10} \frac{a}{b}$$

on détermine $\text{Log}_{10} M$

$$\text{Log}_{10} \text{Log}_{h1} \frac{a}{b} = \text{Log}_{10} M + \text{Log}_{10} \text{Log}_{10} \frac{a}{b} \text{ d'où } \text{Log}_{h1} \frac{a}{b}$$

par les tables de Briggs.

Ces façons de faire sont remises en cause par la découverte de Nicolas Mercator (1668).

Par transfert du procédé de division arithmétique il écrit :

$$\frac{1}{1+a} = 1 - a + a^2 - a^3 + \dots$$

d'où le quarrage de l'hyperbole par sommation terme à terme (en négligeant le reste)

$$\text{Log}_{h1} (1+a) = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} + \dots$$

Newton (1665-1666) tenait de son côté une théorie du même type, plus élaborée, mais qu'il n'avait pas publiée.

$$\frac{a^2}{b+x} = \frac{a^2}{b} - \frac{a^2}{b^2} x + \frac{a^2}{b^3} x^2 - \frac{a^2}{b^4} x^3 + \dots$$

La théorie des fluxions le conduit alors à :

$$a^2 \text{Log} (b+x) = \frac{a^2}{b} x - \frac{a^2}{2b^2} x^2 + \frac{a^3}{3b^3} x^3 + \dots (\text{oubli de la constante } a^2 \text{Log} b)$$

A partir de là, il peut mettre en place les éléments de calcul d'une table de logarithmes hyperboliques.

L'histoire des logarithmes se trouve ensuite mêlée à celle du calcul différentiel créé par Leibnitz. En 1794 Jean Bernouilli montre par un procédé géométrique que :

$$d\text{Log}x = \frac{dx}{x} \quad \text{et} \quad \text{Log}x = \int \frac{dx}{x} .$$

Terminons ce bref panorama historique en disant que dans les années 1610 - 1620 les logarithmes étaient dans l'air. Indépendamment de Neper et Briggs, un suisse Jost Burgi avait publié en 1620 des tables de logarithmes.

INTRODUCTION DES LOGARITHMES EN CLASSE DE TERMINALE LITTÉRAIRE

Voici un plan de travail possible en Terminale littéraire.

1) Quand et pourquoi sont nés les logarithmes ?

Le système du monde avant Copernic en Occident. La révolution copernicienne. Nature de ses fondements (idéologiques et non scientifiques).

Ses conséquences : l'observation du ciel - Les calculs sur le mouvement des planètes - Les lois de Képler - Le besoin de procédés permettant de soulager les calculateurs - L'idée de base (exprimée en langage moderne).

$$\begin{array}{l} K^n \longrightarrow n^a \\ K^p \longrightarrow p^a \end{array} \quad K^n K^p = K^{n+p} \longrightarrow (n+p)a = n^a + p^a$$

Plus généralement si on peut établir une table de correspondance :

$x > 0$	Lx	telle que $Lxy = Lx + Ly$
⋮	⋮	$x \neq y \quad Lx \neq Ly$
⋮	⋮	On a un procédé simplificateur pour
⋮	⋮	les calculs.

Une telle correspondance L est dite logarithmique.

2) Propriétés de L.

$$L1 = 0 \quad L \frac{1}{a} = -La \quad L \frac{a}{b} = La - Lb$$

$$La^n = nLa \quad n \in \mathbb{Z} \quad L\sqrt{a} = \frac{1}{2}La \quad L\sqrt[3]{a} = \frac{1}{3}La \quad \dots\dots\dots$$

3) De telles tables existent. Calculs avec la table Log₁₀.

Les travaux de BRIGGS.

Neper avait présenté l'intérêt qu'il y avait à avoir $\text{Ln}1 = 0$ et $\text{Ln}10 = 1$ pour la simplicité des calculs et pensait mettre au point une table de base 10. Ce fut Briggs qui se chargea de cette tâche. Il avait rencontré Neper en 1615 qui lui avait suggéré d'entreprendre ce travail et dut le terminer seul suite au décès de Neper en 1617.

Le principe de calcul de Briggs diffère de celui de Neper au niveau de la technique. Sommairement le programme de calcul est le suivant :

- 1) Calculer directement les logarithmes des nombres premiers de 1 à 99.
- 2) Calculer les logarithmes des nombres composés à l'aide des précédents.
- 3) Achever le remplissage par interpolation.

Briggs part de la table suivante :

N	LogN		
$A_1 = 10$	1		
$A_2 = \sqrt{10}$	0,5	$A_{n+1} = \sqrt{A_n}$	$\text{Log } A_{n+1} = \frac{1}{2} \text{Log } A_n$
$A_3 = \sqrt[3]{10}$	0,25	Posons :	
⋮	⋮	$a_n = \text{Log} A_n$	$a_{n+1} = \text{Log} A_{n+1}$
$A_n = \sqrt[2^n]{10}$	$1/2^n$	$a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$	
⋮	⋮		
$A_{54} = \sqrt[2^{54}]{10}$	0,.....		$A_{54} < A'_{55} < A_{55} = \sqrt{A_{54}}$
$A'_{55} = 1+10^{-17}$	0,.....043.....		

$\text{Log } A'_{55}$ est calculer par interpolation.

Posons $A_n = 1+\alpha_n$.

$$A_{n+1} = \sqrt{1+\alpha_n} \approx 1 + \frac{\alpha_n}{2} \text{ pour } \alpha_n \text{ proche de } 0 \text{ d'où}$$

$$\frac{A_n - 1}{A_{n+1} - 1} = \frac{\alpha_n}{\frac{\alpha_n}{2}} = 2 = \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{\text{Log} A_n}{\text{Log} A_{n+1}}$$

Soit x un nombre premier $1 < x \leq 97$.

On calcule $A = \sqrt[2^n]{x}$ en poussant les extractions jusqu'à ce que $A_{54} < A < A'_{55}$.

Posons $\alpha = A-1$ on a :

$$\frac{A-1}{A'_{55}-1} = \frac{A-1}{10^{-17}} = \frac{\text{Log} A}{\text{Log} A'_{55}} \quad \text{d'où } \text{Log} A = 10^{17} \alpha \text{Log} A'_{55}$$

4) La fonction logarithme népérienne.

Les mathématiciens ont montré qu'il existait une fonction appelée logarithme népérien telle que :

Log : $] 0 ; +\infty [\longrightarrow \mathbb{R}$ $\text{Log}_1 = 0$ $\text{Log } ab = \text{Log } a + \text{Log } b$
Log est dérivable sur $] 0 ; +\infty [$ et $(\text{Log})'(n) = \frac{1}{n}$.

Propriétés, limites, représentation graphique.

5) Les logarithmes.

Les fonctions KLog vérifient les mêmes propriétés que Log.

$$\text{Log}_a n = \frac{\text{Log } n}{\text{Log } a} \quad \text{intérêt de } a = 10$$

6) Les exponentielles fonctions inverses des fonctions logarithmes.

7) Les exponentielles dans la nature.

Etude de divers phénomènes à naissance exponentielle .

Bibliographie.

Encyclopaedia Universalis.

Articles : - Exponentielle et logarithme.
- Numériques (Tables).
- Astronomie.

Histoire des logarithmes. Charles Naux. Edition Blanchard

Wallet (Guy) . Leibniz et le calcul infinitésimal in Cahiers d'histoire et d'épistémologie de l'IREM de Poitiers.

C.B. Boyer. The History of calculus and its conceptual développement.

Les logarithmes et leurs applications. André Delachet. "Que sais-je" n° 850.

Article John Napier. The great Soot. Bill Hawhins.

Histoire de la Découverte des logarithmes. Gilbert Arzac IREM Lyon. Bulletin APM n°299.



ABONNEZ-VOUS
au PLOT
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
au SUPPLEMENT du PLOT
ABONNEZ-VOUS
(voir en dernière page)
ABONNEZ-VOUS

Activités pour Changer ... (de Repère)

Marc Blanchard - Le Caire

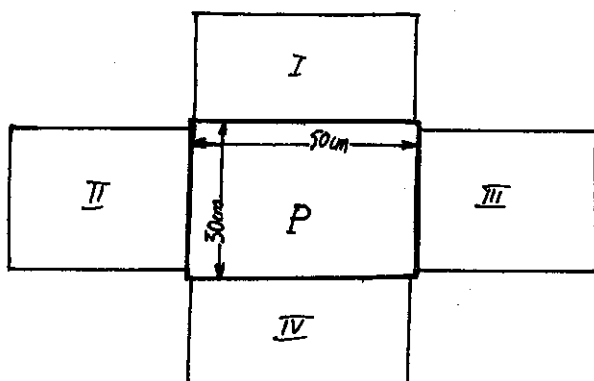
Même à l'heure où la géométrie synthétique revient en force dans les esprits et les livres, on ne peut oublier les mérites de la géométrie analytique. Pour la résolution d'une question, elle ne donne parfois toute sa puissance qu'au prix de calculs bien organisés. Ceci peut commencer par le choix d'un repère approprié. Il importe donc que les élèves aient présente à l'esprit cette possibilité de choix, voire de changement.

Voici un petit matériel peu coûteux, facile à réaliser qui permet de se poser les principales questions relatives au changement de repère dans un plan affine, éventuellement euclidien.

DESCRIPTION DU MATERIEL

Sur un panneau en carton rectangulaire P (ou une planche en contre-plaqué fin) matérialisant un plan affine, est tracée une droite D quelconque.

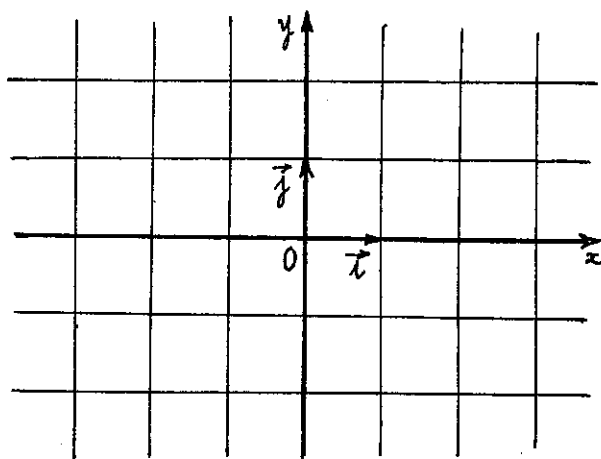
Sur chaque côté de P , on fixe à l'aide de papier adhésif transparent (scotch) une feuille de papier calque ou de transparent pour rétroprojecteur. (Voir la figure pour la disposition et les dimensions).



Les dimensions des feuilles sont légèrement inférieures à celles de P afin qu'il soit aisément possible de les rabattre devant ou derrière P , à volonté, éventuellement l'une recouvrant l'autre.

Les feuilles sont munies de quadrillages liés à des repères du plan P , tracés en traits légers de couleurs différentes pour chacune des feuilles. (Les quadrillages sont obtenus par les représentations des droites d'équation $x = a$ ou $y = a$, avec $a \in \mathbb{Z}$ en insistant sur le tracé des axes ($a = 0$)).

Pour la feuille I, le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est orthonormé ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2,5 \text{ cm}$)*



(Extrait de la feuille I)

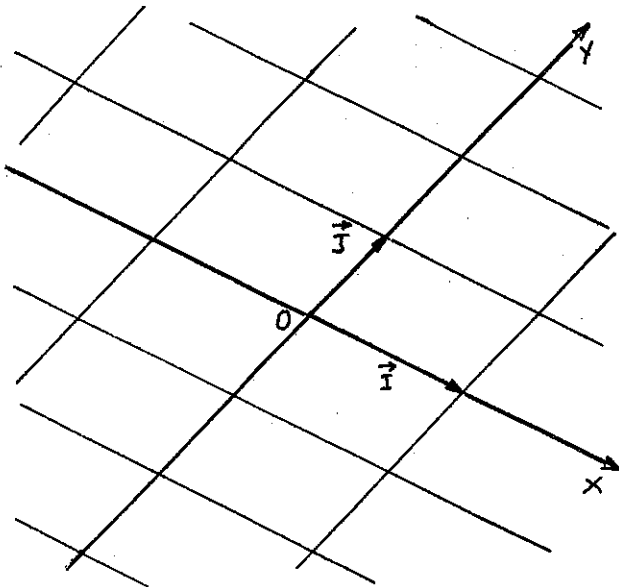
Pour la feuille III, le repère (A, \vec{I}, \vec{J}) est déduit du précédent par la translation du vecteur $\vec{OA} = -\vec{i} + 3\vec{j}$.

Le quadrillage est donc superposable avec celui de la feuille II. Les axes sont translattés.

* Les figures ne sont pas dessinées en vraie grandeur.

Pour la feuille II, le repère (O, \vec{I}, \vec{J}) est de même origine que le précédent et

tel que : $\vec{I} = 2\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{J} = \vec{i} + \vec{j}$



(Extrait de la feuille II)

Pour la feuille IV le repère est

$$\left(0, \frac{\vec{i}}{2}, 3\vec{j}\right).$$

Les droites du quadrillage sont parallèles à celles du quadrillage de la feuille II. Les axes des deux feuilles se superposent.

MANIPULATION

Tout d'abord, l'ensemble est présenté aux élèves, les feuilles rabattues derrière le panneau P.

- 1) Rabattre la feuille I devant le panneau P. Cela correspond (en extrapolant) à faire une bijection de \mathbb{R}^2 vers le plan P.

Question 1.

À l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D^* . Comparer les diverses équations éventuellement trouvées.

- 2) Rabattre la feuille II devant le panneau P de sorte qu'elle recouvre la feuille I. Cela correspond à une nouvelle bijection de \mathbb{R}^2 vers P.

Question 2.

Comparer les coordonnées d'un même point dans les deux repères. Trouver des relations générales.

- 3) Retirer la feuille I et la rabattre vers l'arrière en laissant en place la feuille II.

Question 3.

À l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D dans ce nouveau repère. Comparer les diverses équations éventuellement trouvées.

Question 4.

À l'aide des résultats des questions 1 et 2, résoudre, sans la figure, la question 3.

Question 5.

Situer visuellement la droite D' qui a pour équation dans ce repère, une équation trouvée dans la question 1.

- 4) Rabattre la feuille III devant le panneau P de sorte qu'elle recouvre la feuille II.

Question 6.

Comparer les coordonnées d'un même point dans les deux repères. Trouver des relations générales.

- 5) Retirer la feuille II et la rabattre vers l'arrière en laissant en place la feuille III.

Question 7.

À l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D dans ce nouveau repère.

Question 8.

À l'aide des résultats des questions 3 et 6, résoudre, sans la figure, la question 7.

Question 9.

Situer visuellement la droite D'' qui a pour équation dans ce repère, une équation de D trouvée dans la question 3.

Comparer les positions de D et D'' . Justifier.

* Pour faciliter la recherche, la droite D et le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ont été tracés de sorte que D passe par des points à coordonnées entières.

6) Retirer la feuille III et la rabattre vers l'arrière. Rabattre vers l'avant les feuilles IV, puis II.

Question 10.

Comparer les coordonnées d'un même point dans les deux repères. Trouver des relations générales.

7) Retirer la feuille II et la rabattre vers l'arrière en laissant en place la feuille IV.

Question 11.

A l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D dans ce nouveau repère.

Question 12.

A l'aide des résultats des questions 7 et 10, résoudre sans la figure la question 11.

Question 13.

Situer visuellement la droite D'' qui a pour équation dans ce repère, une équation de D trouvées dans la question 3.



▼ D'AUTRES IDEES.

Le lecteur imaginera sans peine d'autres manipulations intéressantes. Citons par exemple :

- a) Le passage entre la feuille III et la feuille IV (en passant par la feuille II ou non) ;
- b) La recherche des points qui ont éventuellement les mêmes coordonnées dans deux repères distincts ;
- c) Même question pour les droites ;
- d) Remplacer le repère (O, \vec{I}, \vec{J}) par $(O, -\vec{I}, \vec{J})$, ou par (O, \vec{J}, \vec{I}) , ou ...
- e) Chercher la distance de deux points connaissant leurs coordonnées dans différents repères ;

f) Chercher les coordonnées du milieu de deux points dans différents repères ;

g) Dans un repère quelconque une droite représente-t-elle une fonction numérique ? si oui de quel type ? sinon quelle position remarquable à la droite dans le repère ?



▼ OBSERVATIONS

L'avantage pédagogique de ce matériel est que l'on voit que la même droite a différentes équations pas nécessairement équivalentes quand on change de repère.

Cela renouvelle la présentation de questions un peu éculées telles : "trouver une équation de la droite qui passe par les points de coordonnées".... Ces nouvelles questions peuvent être utilisées pour savoir si les questions classiques sont acquises de façon active, c'est-à-dire si l'élève sait les faire fonctionner.

Le passage de la feuille I à la feuille II est plus difficile que ceux de la feuille II à la feuille III, ou de la feuille II à la feuille IV. La fraîcheur des élèves peut leur permettre de franchir d'emblée cet obstacle. Si le début est bien compris, le reste suit assez vite. Le maître qui le désire peut inverser les difficultés.

Ce matériel peut être utilisé dans différentes classes, en particulier 3ème, 2nde, voire 1ère. Toutes les idées émises précédemment ne sont pas à résoudre dans la même classe, la lassitude des élèves enlèverait tout intérêt à leur travail... *

Apprendre à Démontrer

Le raisonnement déductif est apparu, paraît-il, quelque part dans la mer Égée au milieu du VI^e siècle avant J-C. Cela fait longtemps, mais son apprentissage reste un "gros morceau" de l'enseignement secondaire.

Les auteurs, Maryannick BEAUBEAU, Jeanne GAY, Jean-Pierre GAY et Françoise SCOLAN, enseignants dans un collège des Deux-Sèvres, ont abordé le problème d'une manière systématique et assez efficace.

Nous sommes profondément persuadés que l'objectif principal de l'enseignement des mathématiques en classe de 4^e est l'apprentissage du raisonnement déductif ; malheureusement les différentes méthodes que nous avons utilisées les années précédentes ont conduit à un échec important des élèves.

Un stage IREM auquel nous avons participé au printemps 1982 sur le thème "apprentissage de la démonstration en 4^e" nous a permis de cerner certains problèmes ; en construisant des exercices sur un thème donné (médiatrice, cercle) et en analysant le degré de difficulté de ces exercices (nombre de déductions et concepts qu'ils font intervenir, nombre d'énoncés utilisés, choix du vocabulaire, rédaction du texte, rédaction de la démonstration...) nous avons constaté que les exercices habituellement proposés aux élèves (et considérés comme simples) posaient déjà de nombreuses difficultés.

Nous avons alors décidé de travailler ensemble avec deux objectifs essentiels :

- définition d'une progression qui tient compte des acquis antérieurs (6^e et 5^e) : on ne redéfinit pas les notions connues comme parallélisme, orthogonalité, milieu..
- recherche d'une méthode permettant de séparer les difficultés d'ordre logique de celles liées au langage (compréhension du texte, enchaîne-

ment logique et rédaction en français de la démonstration).

Première étape.

Nous commençons par quatre séances de dessin utilisant les acquis de 6^e ; nous nous servons en particulier du chapitre "dessiner" de leur livre Cédic 4^e.

- La transitivité du parallélisme (évidente pour les élèves) nous donne un premier énoncé codé //1.

- Un exercice de construction nous permet d'introduire l'énoncé suivant codé //2 : *La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.*

- Après des rappels sur le parallélogramme nous en choisissons une définition (côtés opposés parallèles) mais plutôt que de la donner sous forme de condition nécessaire et suffisante nous la décomposons en deux énoncés :

//3 *Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.*

//4 *Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.*

Deuxième étape.

Les élèves vont d'abord apprendre à utiliser ces quatre énoncés indépendamment d'un texte d'exercice. Nous distribuons pour cela aux élèves une collection de propositions écrites

en 4^{ème}

Collège Jean Rostand - Thouars

sur des étiquettes blanches en papier
(format 7 x 5 cm).
Par exemple :

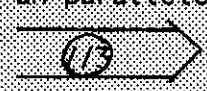
ABCD
parallélogramme

I milieu
de [AB]

(AB)//(CD)

figure un énoncé et son code.
Exemple :

Si un quadrilatère a
ses côtés opposés
parallèles, alors
c'est un parallélogram-
me



Le "jeu" consiste à poser des étiquettes blanches sur la table en les articulant à l'aide d'un carton énoncé. (voir dans l'encadré ci-dessous les exemples 1 et 2)

Bien sûr chaque "manipulation" s'accompagne d'un dessin fait au brouillon.


Après quelques confusions entre les énoncés (13) et (14) les élèves comprennent bien comment "fonctionne" un énoncé. Pour parfaire cette compréhension nous proposons aux élèves une série de chaînes où certaines étiquettes manquent ; ils doivent compléter.

D'autre part les élèves ont fabriqué des étiquettes en carton de couleur (7 x 5 cm) ; sur chacune d'elles

1) ABCD parallélogramme	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont <u>parallèles</u>	(AB)//(CD)
I milieu de [AB]	La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est <u>parallèle au 3^e côté.</u>	(IJ)//(BC)
2) J milieu de [AC]		

(EF)//(GH)

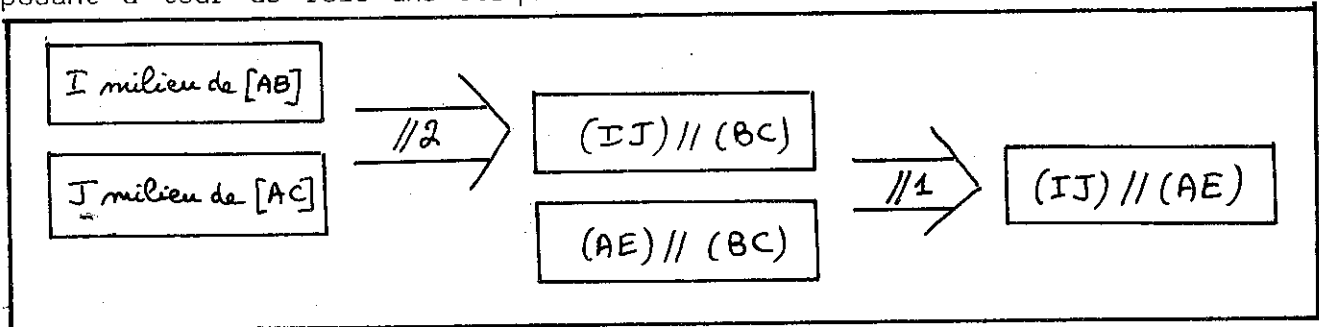
Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.



Cet exercice n'a pas non plus posé de problème aux élèves ; ceci a pris l'allure d'un jeu qu'ils réussissent. Dans certaines classes les élèves ont travaillé par deux chacun posant à tour de rôle une étiquette.

Plusieurs élèves ont découvert seuls la possibilité de construire des chaînes à plusieurs déductions.

Les chaînes logiques sont recopiées sur le classeur de la façon suivante :



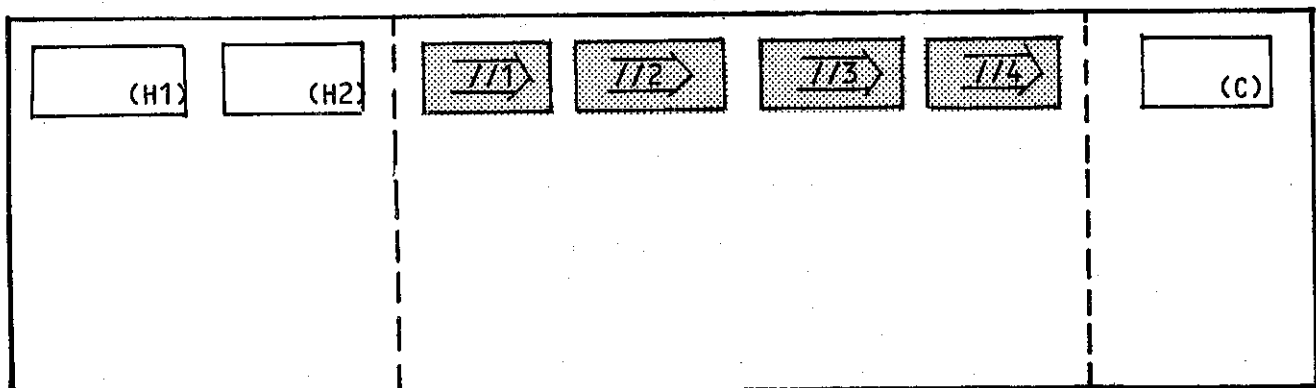
Troisième étape.

Après trois ou quatre séances on aborde les exercices ; les élèves travaillent par deux. Ils disposent de leurs cartons-énoncés et d'un lot d'étiquettes vierges.

Exercice

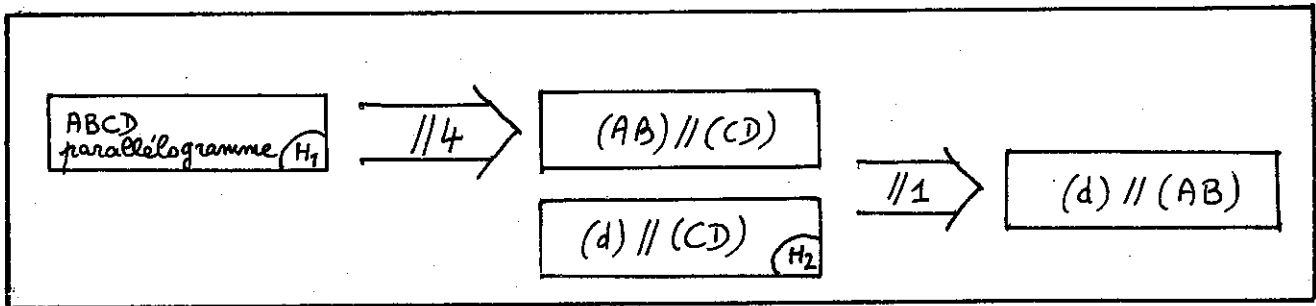
ABCD est un parallélogramme ; (d) est une droite parallèle à (CD). Montrer que (d) est parallèle à (AB).

Chaque élève lit le texte, fait la figure, cherche les hypothèses ; chacune d'elles est écrite sur une étiquette blanche. Le groupe dispose donc de deux exemplaires de chaque étiquette-hypothèse ; elles sont placées à gauche sur la table. Si la formulation de la question le permet (c'est très souvent le cas) les élèves fabriquent une étiquette-conclusion qu'ils placent à droite.



Il reste au groupe à construire sur la table la chaîne logique permettant de passer des hypothèses à

la conclusion à l'aide des énoncés. L'organigramme est ensuite recopié sur le classeur.



Il est suivi d'une traduction en français ;

Par exemple :

- ABCD est un parallélogramme ; donc (AB)//(CD) car dans un parallélogramme les côtés opposés sont parallèles.

(d)//(CD) (hypothèse) et (AB)//(CD) alors (d)//(AB) car si deux droites sont parallèles à une même troisième droite elles sont parallèles entre elles.

ou

- Dans un parallélogramme les côtés opposés sont parallèles ;

ABCD est un parallélogramme ; alors (AB)//(CD).

Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

et par hypothèse (AB)//(CD) ; (d)//(CD) ;

alors (d)//(AB).

On passe ensuite à l'exercice 2...



Dans le cas d'exercices à plusieurs questions il peut être intéressant de numérotter les hypothèses et les conclusions ($H_1, H_2, H_3 \dots C_1, C_2 \dots$) chaque point de départ d'une chaîne logique étant impérativement une étiquette numérotée H_α ou C_β .

Les thèmes de travail proposés aux élèves ont été successivement :

- Parallélisme - Parallélogramme
- Points alignés
- Parallélogramme-milieux (réciproque de //2 et diagonales d'un parallélogramme)
- Orthogonalité - Rectangle
- Distance - Médiatrice - Cercle
- Losange - Carré.

Ce travail (construction de chaînes logiques puis rédaction en français) présente l'avantage de mieux décomposer la recherche et de pouvoir la mener dans les deux sens : partir des hypothèses ou remonter à partir de la conclusion.

Nous pensons qu'il faudrait procéder ainsi pendant au moins un trimestre afin de faire acquérir aux élèves une méthode de recherche ; dans nos classes les élèves ont petit à petit abandonné le travail sur table pour faire l'organigramme directement sur le cahier. Certains l'ont sans doute abandonné trop tôt. Après quatre à cinq mois certains élèves arrivent à une rédaction plus traditionnelle des démonstrations (sans passer par les organigrammes) alors que d'autres ont encore besoin des deux présentations. De toute façon il est indispensable de "prendre son temps" ; il faut que les élèves aient le temps de chercher quitte à traiter moins d'exercices.

L'écriture des hypothèses sur les étiquettes avec la règle : une étiquette par hypothèse (et si possible une écriture mathématique) oblige les élèves à une analyse rigoureuse du texte.

Cette approche de la démonstration a modifié le comportement traditionnel des élèves par rapport à la géométrie ; les règles du jeu une fois acceptées, ils ont été vite séduits, trouvant les premiers exercices très faciles. Après quatre mois de géométrie, nous avons réalisé qu'aucun élève n'avait encore dit "ça se voit sur la figure". Les élèves n'ont pas l'impression d'un problème insurmontable ; il est d'ailleurs significatif de remarquer que certains élèves qui ont des difficultés en algèbre réussissent très bien en géométrie.

Notre travail a permis également de mieux situer les difficultés des élèves ; dans la majorité des cas, elles ne sont pas d'ordre logique. S'ils ont bien compris la signification des énoncés et si les objets mathématiques qu'ils manipulent leur sont bien connus, le raisonnement suit. (Les exercices sur parallélisme et orthogonalité ont "mieux marché" que ceux sur la médiatrice, moins bien connue).

Pour les aider dans la compréhension des énoncés il serait peut-être souhaitable de refaire, pour chaque nouvelle collection d'énoncés, le travail préparatoire : chaînes logiques à compléter.

Pour la connaissance des objets géométriques la géométrie de 6^e, 5^e nous semble essentielle. ★

ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
au PLOT
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
au SUPPLEMENT du PLOT
ABONNEZ-VOUS
(voir en dernière page)
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS
ABONNEZ-VOUS

Mots Croisés

Michel Labrousse - Limoges

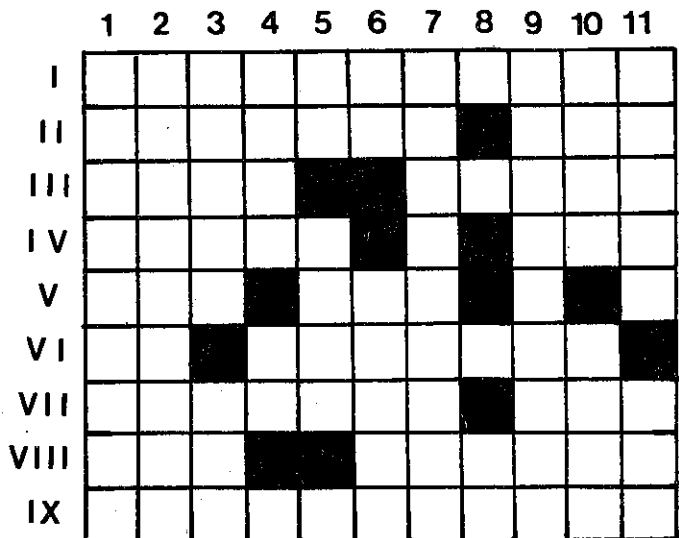
Horizontalement

- I. Axe de symétrie.
- II. Un tel triangle a un axe de symétrie - Solution.
- III. Correspond à une révolution - Naturel premier.
- IV. Mesure entre le pouce et le petit doigt - Bête.
- V. Communauté économique européenne - Organisation des Etats américains.
- VI. Transit temporaire - Patrie d'Agamemnon.
- VII. Irlande anglaise - A une clairette renommée.
- VIII. Coule, à l'envers, en Espagne - Ceux que l'on utilise en mathématiques n'ont pas de feuilles, même en été !
- IX. Bâclèrent.

5. Voyelle doublée - Délays trop.
6. Chlore symbolique - à l'envers : cinéaste français (son prénom est le nom d'un mathématicien norvégien).
7. A quatre faces.
8. Brome.
9. A vingt faces.
10. Muse de l'histoire - Possessif.
11. Estonie en langue du pays - Là où le soleil apparaît.

Verticalement

1. La réciproque est aussi une application.
2. Un exemple du 1. vertical qui conservent les longueurs.
3. Bouillon qui peut aussi être de culture - Unité de travail CGS.
4. Inversé : se découpent sur un cercle - Consonnes de mille.



solution page 28

La Géométrie

des Transformateurs

Michel DARCHE · Orléans

Le PLOT-MATERIEL n°3 sur les transformateurs de figures est sorti en Octobre, il sera bientôt suivi du n°4 sur les traceurs de courbes.

Des problèmes techniques au niveau du matériel ont retardé leur parution et nous nous en excusons auprès des souscripteurs impatientes de manipuler ces bandes de rhodoïd.

Dans le n°3 de nombreux transformateurs sont décrits et en particulier une série de 8 "transporteurs" de figures dont vous trouverez ci-après deux exemples.

Nous en résumons ici l'utilisation que leurs auteurs (Le Pape , Métrégiste et Pielot) en ont faite en renvoyant les lecteurs intéressés à la fois à la publication de l'IREM d'Orléans qui décrit en détail les situations d'apprentissage utilisant ce matériel et bien sur aux PLOT-MATERIEL n°3 et 4 qui permettent de réaliser ces transformateurs pour ceux qui ne les auraient pas encore commandés.

Ce travail décrit ci-après a été élaboré par une équipe d'enseignants orléanais de 4^e (MM. Le Pape, Métrégiste et Pielot) dans le cadre d'un projet IREM défini par eux-mêmes en 1979.

En quoi l'utilisation de transformateurs dans nos classes se justifie-t-elle ? Il ne suffit pas, comme l'ont fait certains, d'affirmer (ou même de justifier par des évaluations papier-crayon qui n'utilisent d'ailleurs pas ce matériel) qu'elle met l'élève en situation active et que, de ce fait, l'apprentissage est amélioré.

D'autres géométries sont tout aussi dynamiques. Certaines sont délaissées comme celle de la règle et du compas qui pourtant, comme l'ont montré les recherches sur l'enseignement de la géométrie de l'IREM de Montpellier, permettent encore de développer chez l'élève une activité de recherche aussi riche d'apprentissages géométriques que d'autres approches. Certaines sont

encore peu connues comme la géométrie du papier plié (qui n'est utilisée couramment que pour illustrer la symétrie orthogonale) ou peu utilisées comme la géométrie finie. D'autres connaissent un essor aussi rapide que le matériel technologique qui les accompagne : pour l'apprentissage, c'est la géométrie de la Tortue-Logo, pour les ingénieurs c'est la conception assistée par ordinateur (C.A.O) ou le dessin assisté par ordinateur (D.A.O).

Il ne s'agit donc pas ici de justifier la géométrie des "transformateurs" plutôt qu'une autre et encore moins celle des "transporteurs" de figures, mais simplement de décrire un exemple d'utilisation et de montrer son intérêt pour les élèves de la quatrième à la seconde.

Pour repérer les avantages et les inconvénients de tel ou tel matériel, de telle ou telle situation par rapport à d'autres, il nous faut approfondir collectivement notre

réflexion dans plusieurs directions :

- Quels sont les champs conceptuels, notionnels visés par l'utilisation du matériel, comment se sont-ils élaborés ? Pour répondre à quels problèmes ?
- Quelles sont les difficultés préalablement repérées dans les apprentissages-élèves vis à vis de ces notions ?
- Quelles sont les caractéristiques des situations construites autour de ce matériel, en quoi sont-elles des situations didactiques ? En quoi provoquent-elles des apprentissages ? Comment fixent-elles ces apprentissages ?
- Peut-on mesurer le coût de la mise en oeuvre de ces situations et comparer son rapport "qualité/prix" avec d'autres scénarios ?

La description qui suit, sans vouloir être une réponse à tous ces points, essaie d'apporter quelques éléments de réflexion et devrait permettre aux lecteurs de réagir .

☆ ☆ ☆

Historiquement, on constate l'envahissement de la géométrie par les transformations mais dans les programmes scolaires cette géométrie des transformations est surtout une géométrie analytique, et les mécanismes articulés n'apparaissent que de façon périphérique pour servir les milieux artistiques et technologiques sans chercher à en tirer bénéfice pour l'apprentissage de la géométrie ; c'est l'ère de la perspective puis de la machine à vapeur.

Actuellement, avec l'arrivée de l'ordinateur et de la C.A.O ou D.A.O. (conception ou dessin assistés par ordinateurs) on voit se rejoindre l'aspect analytique cher à nos programmes et l'aspect caractéristique des transformations qui est de... transformer.

Les élèves ont donc, avec les transformateurs, un moyen intermédiaire pour reconnaître les propriétés des transformations en faisant agir directement ces transformations sur des figures comme

ils pourront bientôt le faire directement sur un écran de micro-ordinateur en classe ou chez eux.

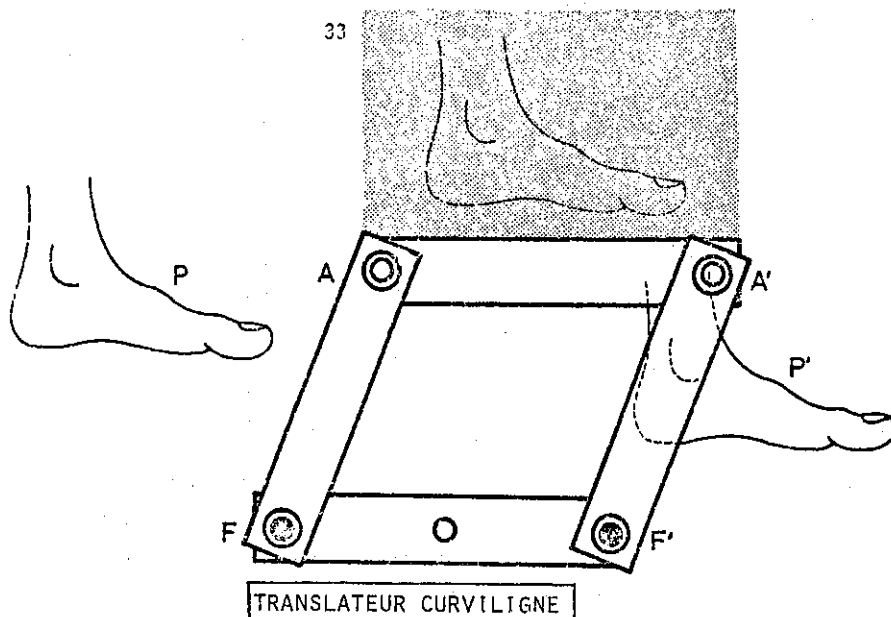
Quelles sont les difficultés préalablement repérées :

- d'abord et surtout l'échec, pour l'apprentissage, des constructions axiomatiques de la géométrie ;
- échec aussi, et systématisation démotivante, de l'approche analytique. En terminale toute étude de transformation passe par un travail numérique sur les coordonnées ;
- échec relatif enfin de l'apprentissage de structures de groupe de transformations : quel élève a déjà réellement dessiné l'image d'une figure en faisant agir deux transformations successives ? D'où, là encore, une possibilité avec les transformateurs de faire agir les transformations sans passer par les prémices axiomatisantes, sans passer par l'algèbre tout en permettant de composer des transformations par combinaison de transformateurs.

En quoi les situations proposées provoquent-elles des apprentissages ?

- tout d'abord elles essaient de créer au sein du groupe-classe un processus de communication intra-groupe qui mette en évidence les interactions verbales entre les élèves et les actions qui les accompagnent.
- elles permettent aussi de créer une dialectique entre le (ou les) maître(s), les élèves, la situation, le matériel et les connaissances que l'on cherche à faire acquérir par les élèves.
- elles permettent enfin de dégager, à partir d'une observation provoquée, les faits et les éléments qui nous paraissent significatifs de l'avancement des élèves dans l'appropriation, la reconnaissance et l'utilisation des notions et concepts abordés.

L'aspect manipulateur, seul, ne justifie en rien le caractère didactique de la situation, c'est son



Un transformateur réalisable avec le PLOT-matériel "Systèmes articulés n°1"

Pour quoi faire	: F et F étant fixés, le parallélogramme articulé permet de "transporter" toute figure dessinée sur une feuille support d'un endroit à un autre, et d'obtenir son image par une... translation.
Le principe	: Basé sur le parallélogramme articulé AFF'A' il permet de passer d'une position P à une position P' par la translation du vecteur $\vec{PP'}$, chaque point décrivant une trajectoire curviligne qui est un arc de cercle de rayon $FA = F'A'$.
Le montage	: Un parallélogramme articulé avec $FA = F'A'$ et $FF' = AA'$ fixé en F et F' au support. Sur la règle AA' fixez un carré de rhodoïd.
Le traçage	: Superposer le carré transparent* à la figure de départ que l'on peut ainsi décalquer. Déplacer le carré transparent jusqu'à une position choisie et projeter les 2 figures.
Le problème	: Après ce traçage d'une figure traduite comment construire l'image par cette translation d'un point qui ne peut être placé sous le carré glissant ? Comment s'assurer que la construction est correcte ?

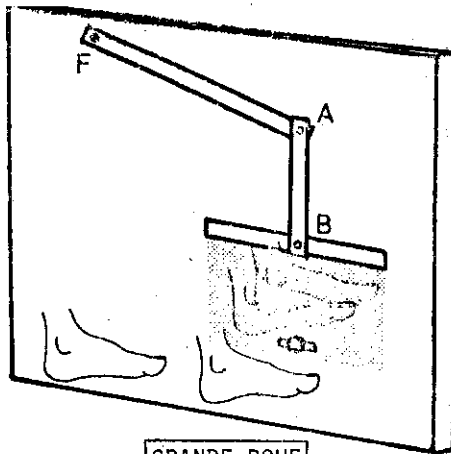
* Hors rétroprojecteur : Les trous seront fait sur les règles à l'aide d'une perforatrice. Les attaches seront, par exemple, parisiennes. Pour le reste papier calque et papier carbone.

mode d'utilisation pour provoquer des apprentissages qui nous intéresse d'où la mise en place d'un scénario précis pour faire apparaître les points clés de l'appropriation des actions, concepts ou propriétés.

Pourquoi des appareils qui transportent des figures ?

Ils ont été construits par leurs auteurs pour répondre à trois préoccupations :

- 1) avoir du matériel de manipulation permettant de poser des problèmes liés aux transformations et à la géométrie.
- 2) avoir un matériel qui permette une entrée sans pré-requis dans le domaine des transformations.
- 3) avoir un matériel de mise en oeuvre simple et rapide qui soit proche de phénomènes physiques rencontrés tous les jours.



GRANDE ROUE

Pour quoi faire ? : Lorsque le carré transparent et le support sont placés dans un plan vertical la double barre articulée FA/AB permet de transporter une figure d'une position à une autre et d'obtenir ainsi son image par une.... ?

Le principe : Il repose sur 3 éléments :
 - la double barre articulée fixée en F en haut du support au milieu ou à gauche,
 - le l est placé au bas du carré transparent,
 - la position verticale qui va faire "tomber" le carré dans une position d'équilibre verticale.

Le montage : Une barre FA de 10 cm est fixée en F au support. Une barre de 5 cm est reliée à la barre FA en A et à un carré transparent de 10x10 cm en B. Ce carré est lesté en L par une masselotte (pièce de monnaie scotchée par exemple).

Le traçage : Une figure étant dessinée sur le support en maintenant la feuille - support par le haut, on place le tout dans un plan vertical et en faisant tourner la barre on superpose le carré transparent qui reste dans une position verticale. Décalquez alors la figure sur le carré transparent puis laissez retomber le carré dans sa position d'équilibre. Vous avez alors deux figures qui se déduisent l'une de l'autre par une ... ?

Deux autres extraits du PLOT matériel "Systèmes articulés": La grande Roue et L'axonographe .

On notera enfin que ce matériel permet de dégager le concept général de transformation puisque l'élève est conduit à se débarrasser de l'aspect physique et parasite* du "transport" pour ne s'intéresser qu'à l'aspect mathématique du triplet (départ, transformation, arrivée) et c'est ce rejet qui permet de donner du sens aux différentes transformations rencontrées.

Le scénario avec des élèves de 4ème :

- avant : travaux sur papiers peints

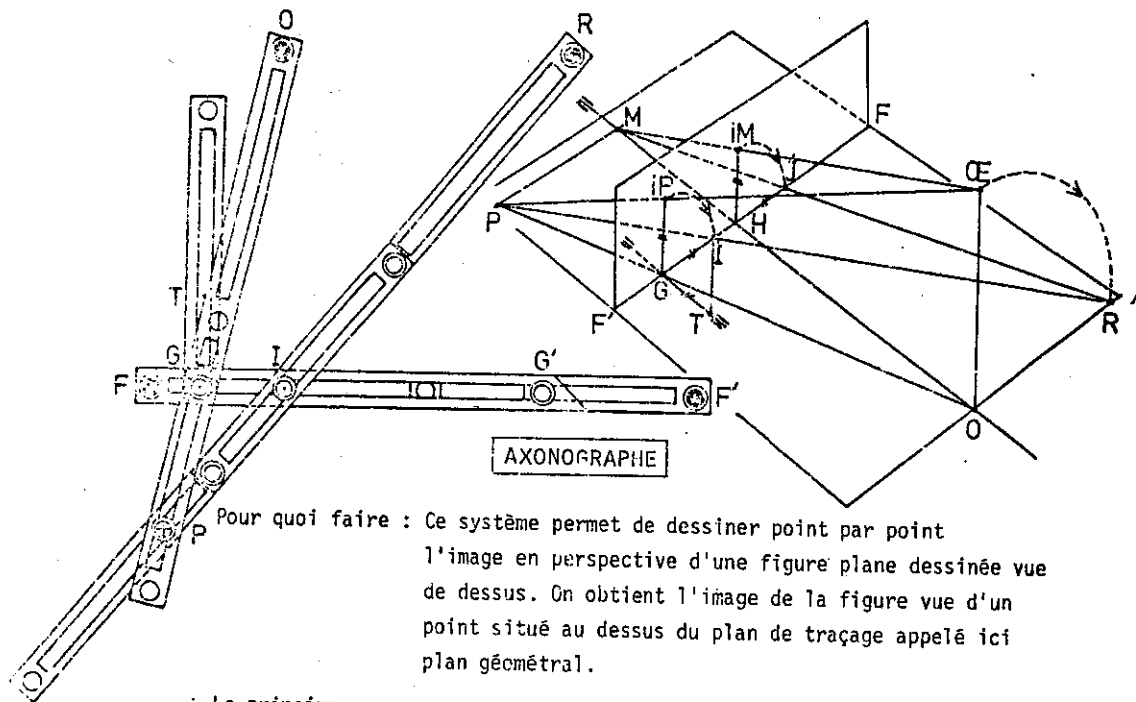
* pour l'enseignant des mathématiques

(3 séances) pour trouver des motifs de base et faire construire des figures périodiquement reproductibles ;

- pendant : utilisation de "transporteurs de figures (8 à 10 séances)- voir plus loin ;
- après : utilisation de transformateurs numériques préprogrammés sur HP 29 (4 séances) et étude analytique des transformations.

Pendant :

Première phase : en groupes de 3 ou 4 élèves, construction par les élèves des huit appareils à partir de modèles présentés



Pour quoi faire : Ce système permet de dessiner point par point l'image en perspective d'une figure plane dessinée vue de dessus. On obtient l'image de la figure vue d'un point situé au dessus du plan de traçage appelé ici plan géométral.

Le principe : iP image de P dans la perspective vue de OE (oeil) est projetée sur le tableau (plan vertical FF'). Cette image spatiale est rabattue dans le plan géométral (plan horizontal) en T . Pour obtenir ce résultat on rabat iP en I puis on reporte $GT = GI$.

L'axonographe matérialise les lignes OP , RP et FF' . La distance OR représente la cote de l'oeil et O sa projection horizontale.

Même construction pour tout autre point M .

Le montage : L'équerre TGG' , graduée sur ses deux axes à partir de G , coulisse sur la glissière FF' grâce à 2 goupilles en G et G' . Deux glissières OP et RP pivotent autour de O et R , fixes, O et R étant situés sur une droite parallèle à FF' . OP passe par le sommet G de l'équerre et la fait coulisser le long de FF' . P coulisse dans les 2 glissières OP et RP .

Le traçage : Pour construire l'image T d'un point P vue de l'oeil, lire la distance GI et la reporter en GT sur le second côté de l'équerre. On prendra l'axe des barres comme ligne de mesure. Une fois pointés les sommets de l'image, il restera à joindre ces points.

Le transformateur présenté ci-dessus ne doit pas être confondu avec l'AXOGRAPH appareil inventé par le québécois Marc SAUVAGEAU en 1978 et destiné aux professionnels du dessin industriel.

Grâce à l'extension que va connaître l'exposition "Horizons mathématiques" avec la partie co-produite par la mission du futur Musée des Sciences, Techniques et Industries de la Villette, vous pourrez voir et manipuler cette table à dessin ainsi que perspectographe de LAMBERT et ceci dès Décembre 1983 à LILLE, ARRAS, DUNKERQUE puis en Janvier 1984 à la ROCHE SUR YON, en Février et Mars au Centre Culturel Scientifique et Technique (CCST) de GRENOBLE, à la foire de STRASBOURG en Avril et à CLERMONT FERRAND en Mai-Juin peut-être.

Par ailleurs, une dizaine d'agrandissements photographiques, panneaux de l'Exposition sont en vente à l'IREM d'ORLEANS ainsi que l'affiche de l'exposition. Pour tout renseignement écrire à : IREM d'ORLEANS (Expo) Université d'Orléans la Source 45046 ORLEANS CEDEX.

plot MATÉRIEL

Une collection de matériel pour petits et grands ...

LE MONDE DES POLYEDRES

Des feuilles pré-découpées de carton permettant de fabriquer des polygones réguliers.

POLYEDRES n°1 fournit des faces polygonales à 3, 4, 5 et 6 côtés.

POLYEDRES n°2 fournit des faces à 8, 10 côtés et des faces nécessaires pour les polygones non convexes.

POLYEDRES n°3 un dossier complet de fiches cartonnées sur les polyèdres donnant toutes les informations techniques pour les réaliser.

LES SYSTEMES ARTICULES

Deux fascicules permettant de réaliser (et de faire réaliser avec du carton) et d'utiliser, sur papier ou au rétroprojecteur :

1) des transformateurs (translateurs, homothétiseurs, symétriseurs, inverseurs, et bien d'autres)

2) des traceurs de courbes (celui qui donne la pente d'une tangente, celui qui permet de construire des courbes intégrales, celui qui fournit la courbe dérivée ... etc)

VOIR BON DE COMMANDE EN DERNIERE PAGE

au rétroprojecteur.

Deuxième phase : toujours en groupe utilisation de chaque appareil pour tracer une figure de départ et une figure d'arrivée après le "transport".

Troisième phase :

- 1) toujours en groupes : regroupez, classez les appareils d'après leurs propriétés ;
- 2) collectivement : communication des critères de classement et analyse par le groupe classe de leur pertinence.

Quatrième phase : individuel et contrôle en groupe :

- construisez l'image d'un point (choisi par le maître de telle sorte que l'élève ne puisse utiliser la feuille de papier calque) ; quel est le groupe qui aura construit correctement le plus de points ?
- contrôle collectif par rétroprojecteur avec explication de la construction et validation (in fine) par le maître à l'aide d'un grand papier calque.

Cinquième phase : institutionnalisation des propriétés caractéristiques de chaque transformation. ★

Bibliographie.

1. LE PAPE, METREGISTE, PIELOT: Pour une approche non axiomatique de la géométrie. IREM d'Orléans n°11(80)
2. Régis GRAS: instrumentation des notions mathématiques: la symétrie In, petit x n°1 IREM Grenoble (83)
3. François PLUVINAGE: progression géométrique. In, Actes de la 33° rencontre de la CIEAEM. Pallanza Août 81.
4. Paulette POINT: Logo dans l'étude des isométries et des similitudes. In, 1er colloque Logo. Editions IREM d'Orléans (83)
5. Quelles activités pour quels apprentissages. inter IREM n°3 (83)

Noeuds en Rectangle

Claude PAGANO - La Seyne sur Mer

La figure ci-contre représente un rectangle tressé avec une seule ficelle. La tresse est alternée, c'est-à-dire qu'à chaque croisement le brin passe alternativement dessus puis dessous les brins rencontrés. L'image de cette tresse dans un miroir est la tresse dont tous les croisements seraient inversés. A un énantiomorphisme* près, le rectangle est caractérisé par deux paramètres :

2 a brins dans le sens de la longueur et 2 b brins comptés dans le sens de la largeur. Ici, $2 \times a = 2 \times 9 = 18$ et $2 \times b = 2 \times 5 = 10$ pgdc (a,b)=1 et il y a bi-jection entre les rectangles tressés et $\mathbb{Q}^+ \cap]1, +\infty[$

Pour tresser le rectangle, on peut :

- tracer un quadrillage a X b ;
- partir d'un sommet avec une ganse (ficelle pliée en deux) ;
- suivre les diagonales du quadrillage en croisant les brins à chaque réflexion sur les côtés du rectangle et en alternant les brins successivement rencontrés jusqu'à ce qu'on arrive à un autre sommet du rectangle (voir figure et... tresser).

On peut aussi observer ce qui se passe (sur un dessin) si l'on coupe la ficelle dans un coin du rectangle et qu'on défait simultanément les deux extrémités :

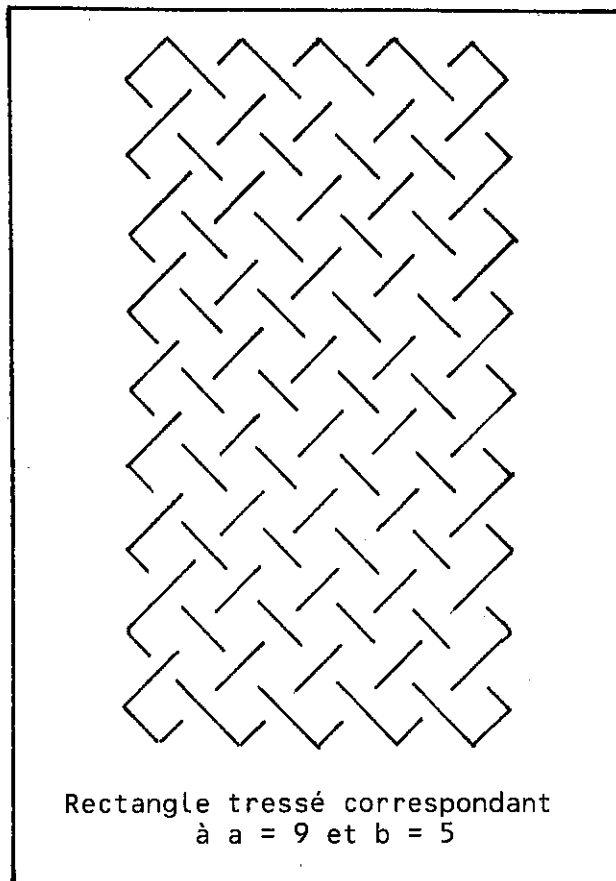
- le noeud reste alterné,
- certaines étapes correspondent à des rectangles tressés, mais déformés.

Exemples :

$$\frac{12}{5} \rightarrow \frac{7}{3} \rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow \frac{2}{1} \quad \frac{12}{7} \rightarrow \frac{7}{4} \rightarrow \frac{5}{3} \rightarrow \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{1}$$

$$\frac{9}{7} \rightarrow \frac{5}{4} \rightarrow \frac{4}{3} \rightarrow \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{1}$$

* Passer de main droite à main gauche.



$$\frac{27}{16} \rightarrow \frac{22}{13} \rightarrow \frac{17}{10} \rightarrow \frac{12}{7} \rightarrow \frac{7}{4} \rightarrow \frac{5}{3} \rightarrow \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{1}$$

La suite des fractions représente la suite des réduites ; il suffit de calculer cette suite. Le calcul utilise l'algorithme d'EUCLIDE.

Exemple.

Recherche des réduites de $\frac{35}{13}$ et disposition pratique des calculs.

Sens du calcul \longrightarrow

quotients		2	1	2	4
dividendes	35	13	9	4	1
diviseurs					
restes	9	4	1	0	

On divise 35 par 13 ; on écrit le quotient au-dessus du diviseur, puis le diviseur devant dividende et le reste devient diviseur on s'arrête lorsque le reste est nul.

← Sens du calcul

	2	1	2	3
27	10	7	3	1
7	3	1	0	

On recommence l'opération en sens inverse en remplaçant le dernier quotient q par $q - 1$; ici 4 par 3 et en conservant les autres quotients.

Les autres réduites peuvent être calculées en réitérant le procédé ou tout simplement en retranchant les numérateurs et les dénominateurs.

Exemple.

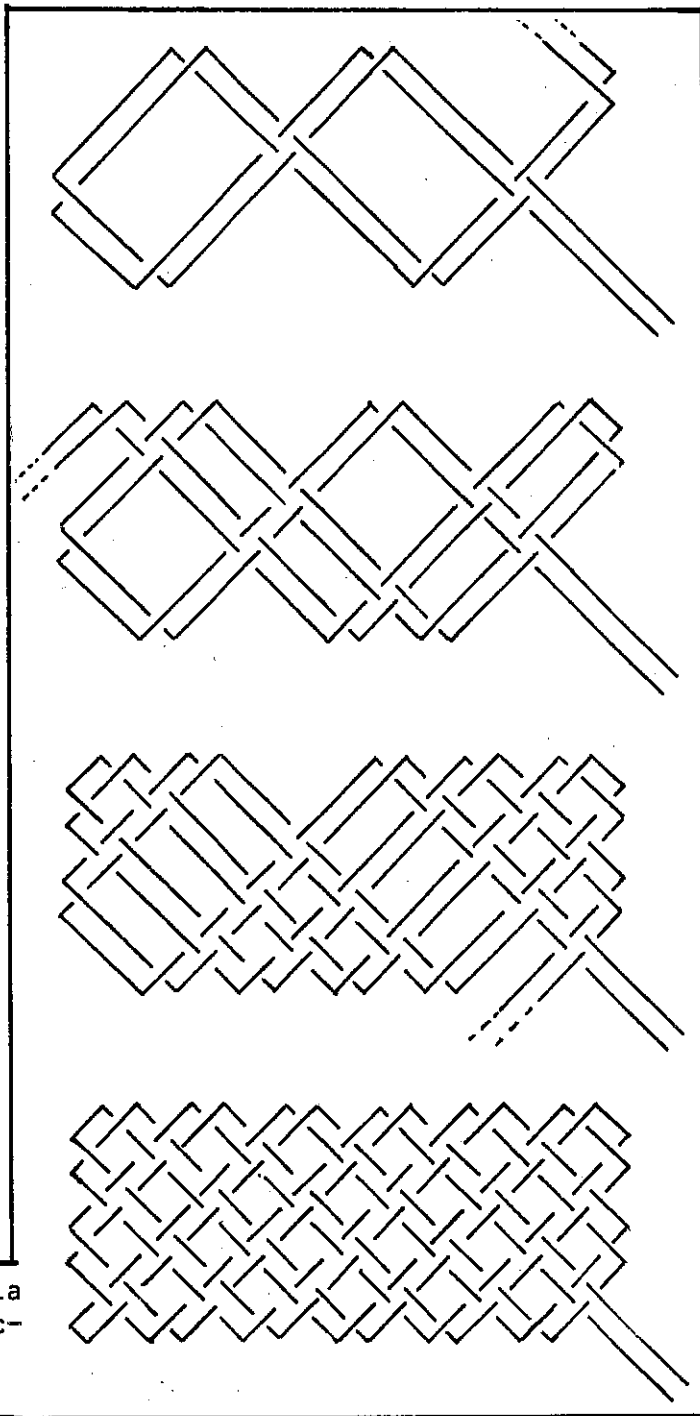
$$\frac{35 - 27}{13 - 10} < \frac{35}{13} < \frac{27}{10} \text{ ce qui donne}$$

$$\frac{2}{1} < \frac{5}{2} < \frac{8}{3} < \frac{35}{13} < \frac{27}{10} < \frac{19}{7} < \frac{11}{4} < \frac{3}{1}$$

Il suffit dès lors de tresser successivement les rectangles :

$$\frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{2}, \frac{8}{3}, \frac{11}{4}, \frac{19}{7}, \frac{27}{10}, \frac{35}{13} \star$$

Ci-contre: Les différentes étapes de la construction du rectangle tressé caractérisé par $a = 12$ et $b = 5$



MOTS CROISES

Solutions:

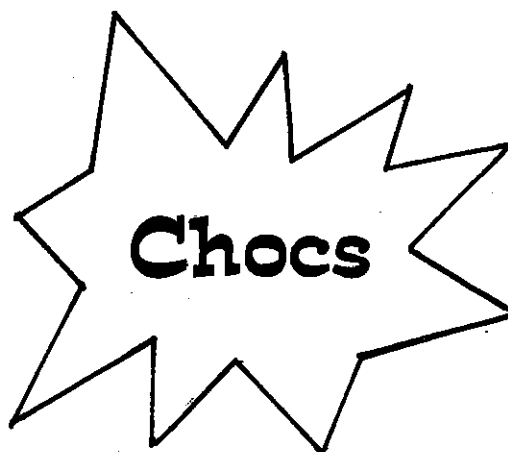
Horizontalement

- I. Bissectrice.
- II. Isocèle - Clé.
- III. Jour - Trois.
- IV. Empan - Sot.
- V. CEE - OEA.
- VI. TT. Mycènes.
- VII. Ireland - Die.
- VIII. Oir (Rio) - Arbres.
- IX. Négligèrent.

Verticalement

1. Bijection.
2. Isométrie.
3. Soupe - Erg.
4. Sera (Arcs) - ML.
5. EE - Noya.
6. CL -(Ecnag).
7. Tétraèdre.
8. Br.
9. Icosaèdre.
10. Clio - Sien.
11. Eesti - Est.

Problèmes



1984 arrive, pensez à vous réabonner
1984 sera une bonne année
1984, de nouveaux PLOT-MATERIEL
1984, de nouvelles rubriques.

En voici déjà une que nous ouvrons
en cette fin d'année :

LES PROBLEMES CHOCS

De quoi s'agit-il ?

De proposer aux lecteurs, mais aussi et surtout aux élèves des petits problèmes répondant à deux critères :

1. Etre de bons problèmes au sens de Hilbert c'est-à-dire des problèmes dont l'énoncé peut être expliqué à la première personne rencontrée dans la rue. Quant aux solutions
2. Etre des problèmes dont la solution paraît accessible intuitivement ou expérimentalement mais qui, en fait, mettent en défaut l'intuition ou nécessitent une expérimentation plus poussée.

Enfin si certains lecteurs du PLOT peuvent nous envoyer de tels problèmes avec leurs solutions, vous pourrez alors disposer d'un recueil de problèmes dont certains pourront être utilisés avec vos élèves pour aller plus avant dans les apprentissages.

Alors, en attendant vos propositions voici trois premiers "problèmes-chocs".

$\sqrt{0}$

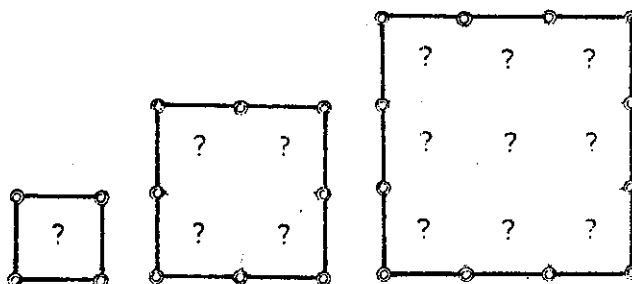
Le premier problème est d'ordre pédagogique :

Pourquoi choisir le symbole $\sqrt{\quad}$ pour cette nouvelle rubrique ?

$\sqrt{1}$

De quoi perdre la boule.

Dessinez une succession de carrés de côté a , $2a$, $3a$, $10a$. Combien peut-on placer de carrés de côté a



sans qu'ils se chevauchent dans chacun des carrés de côté a , $2a$, $3a$ $10a$?

Munissez-vous maintenant de jetons circulaires de même diamètre a . Combien peut-on placer de ces jetons dans chacun des carrés de côté a , $2a$, $10a$, ??

Encore plus :

Remplacez les carrés par des cubes de côté a , $2a$, ...

Combien peut-on placer de cubes de côté a dans ces carrés ?

Combien peut-on placer de sphères de côté a ??

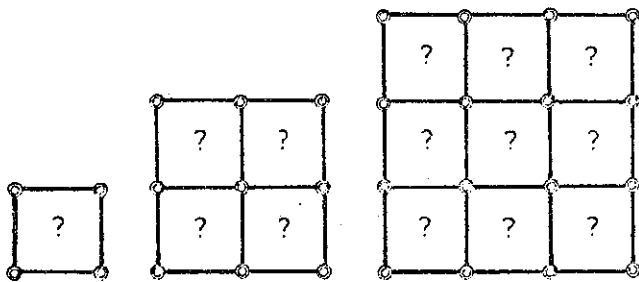
Ce problème fera l'objet d'un article sur les empilements de sphères dans l'un de nos prochains numéros.

$\sqrt{2}$ Rigides les structures ?

Prenez un lot (au moins 24) de barres perforées à leurs extrémités à une distance a (8 cm par exemple) et une dizaine de barres perforées à une distance de $a\sqrt{2}$ (8 $\sqrt{2}$ pour l'ex.)

Avec 4 barres de "longueur" a formez un carré articulé aux sommets et donc déformable en un losange quelconque (même croisé) de côté a .

- Combien faut-il placer de diagonales pour le rigidifier en un carré ?
 - Combien y a-t-il de solutions ?
 - Y a-t-il une relation entre elles ?
- . et si l'on passe à un treillis de 2x2 carrés ?
 . et si l'on passe à un treillis de 3x3 carrés ?
 . et si l'on passe à



Montage :

Vous pouvez prendre des barres meccano ou des réglettes en carton ou en plastique que l'on perforera à l'aide d'une perforatrice de classeur, les jonctions seront faites à l'aide d'oeillets ou d'attaches parisiennes.

Vous pouvez aussi utiliser le matériel du ... PLOT-Matériel n°3 sur les transformateurs de figures dans lequel ce problème est proposé en guise de conclusion. Si vous ne pouvez utiliser l'un de ces matériaux vous pouvez découper des bandes de papier et faire des jonctions à l'aide de punaises à tête plate. Mais attention ! un nouveau problème risque d'apparaître. ★

Conte Vénusien

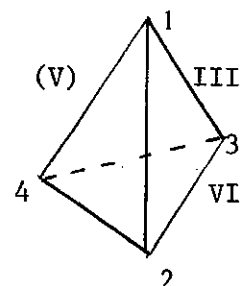
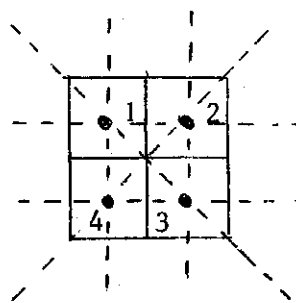
Jean SAUVY A.R.P. · Meudon

La Régionale vient de recevoir, ramené par un camarade cosmonaute revenant de la planète Vénus, un document énigmatique qui semble extrait d'un livre de géométrie. Enigmatique parce que ne comportant aucun texte mais seulement une table (que l'on suppose être une matrice d'incidence) et deux chaises, une chaise cannée et une chaise pliante, que l'on suppose être des schémas géométriques racontant la même histoire que la table.

Vous trouverez ci-dessous une reproduction de ce document.

Pouvez-vous nous aider à le déchiffrer ?

		1	2	3	4
I	(1,2)	x	x		
II	(3,4)			x	x
III	(1,3)	x		x	
IV	(2,4)		x		x
V	(1,4)	x			x
VI	(2,3)		x	x	



Réponse page 32

1984 = 26 x 31
TOUJOURS PLUS, TOUJOURS MIEUX !

Le **plot**, c'est

- une revue trimestrielle
- un supplément semestriel
- des pochettes de matériel (le PLOT-MATERIEL).

En 1984, deux nouveaux numéros du

SUPPLEMENT DU **plot**

consacrés aux **PLIAGES**

Deux numéros permettant de réaliser et faire réaliser divers objets liés aux mathématiques avec du papier et des ciseaux.

Des pliages et des mathématiques pour vous et pour les jeunes.... de la maternelle à l'Université.

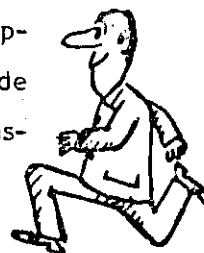
PLIAGES N° 1 : papiers accrochés



Ce numéro conçu par Raoul RABA permet, en découpant et en pliant de façon appropriée et simple des éléments de papier Canson, de les accrocher les uns aux autres et de constituer un véritable jeu de construction dans le plan ou dans l'espace.

Avec des éléments de couleurs différentes, la géométrie des structures est mise en évidence.

En plus des textes d'explication, vous trouverez dans ce supplément un lot d'éléments prédécoupés qui vous serviront de modèles et vous permettront de réaliser vos premières constructions.



PLIAGES N° 2 : Pliages en tout genre

Ce numéro, conçu par une équipe de la régionale APMEP d'Orléans-Tours, vous apprendra comment faire les premiers pas de plieur de papier, puis, pli à pli, vous irez aux confins des mathématiques pliables en passant par les angles, les nombres, la géométrie des formes, les suites ...

TOUS A VOS PLIAGES

plot Index 1983

N.B: L'index 1976 - 1982 se trouve dans Le PLOT n°22 (premier Trimestre 1983)

- | | |
|--|--|
| BELLICAUD J.
- Numération au C.P. (23 ,24) | SAUVY J.
- Mathématiques et corps humain (22)
- Le moulin doré (suite) (22)
- La trame dorée (23)
- Le bras doré (24)
- Conte vénusien (25) |
| BERGER M.
- Un mathématicien parle (24) | THIENARD J-C.
- Log story (25) |
| BLANCHARD M.
- L'effet miroir (22)
-Activité pour changer de repère (25) | TOUILLET J.
- Découpages (24) |
| BRETTE M.
- Excursion mathématique (24) | COLLEGE JEAN ROSTAND - THOUARS -
- Apprendre à démontrer en 4° (25) |
| CANNIZZARO L.
- Une transformation non linéaire (co-auteur) (23) | PROBLEMES CHOCS (25) |
| CAROSI M.
- Une transformation non linéaire (co-auteur) (23) | |
| COURTOIS J.
- Programmation structurée (23) | |
| DARCHE M.
- La géométrie des transformateurs(25) | |
| DOFAL M.
- Sur la géométrie de l'espace (24) | |
| KANTOR J-M.
- Modèles de polyèdres (22) | |
| LABROUSSE M.
- Mots croisés (22,23,24,25) | |
| LESIEUR L.
- Présence d'Evariste Galois (24) | |
| MARTZLOFF J-C.
- Les bâtonnets chinois (22) | |
| PAGANO C.
- Noeuds en rectangle (25) | |
| RABARDEL P.
- Dessin technique, mathématiques et qualification professionnelle (23) | |



REPONSE AU CONTE VENUSIEN :

Pour ceux qui n'auraient pas déchiffré le message, il s'agit du plan affine minimal .

1 , 2 , 3 , 4 sont des points .

I , II , ... , IV sont des "droites" .

I et II sont parallèles ... etc ...



REGIONALE DE LIMOGES

CCP : LIMOGES 177 66 R

- Secrétariat : IREM. 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES Cedex (79.24.12)
Président d'honneur : Mr ROGERIE 22, rue L. Codet 87200 St JUNIEN (02.15.69)
Présidente : Mme ROUGIER 35, av. de la Vienne 87170 ISLE (50.25.00)
Vice-Présidents :
-Corrèze : Mr BOUTEILLER 7bis, av. du Pdt Roosevelt 19100 BRIVE (74.20.11)
-Creuse : Mr BOURCY Peyrat la Nonière 23130 CHENERAILLES (62.35.19)
-Hte Vienne : Mr NICOLAS 29, rue A. Tixier 87100 LIMOGES (77.07.76)
Secrétaire : Mr FELDMAN 59, rue de Beaupuy 87100 LIMOGES (77.47.50)
Secrétaire-adjoint : Mme PESTEL 53, rue du 4 Septembre 87100 LIMOGES (37.96.58)
Trésorier : Mr DUVEAU 4, rue E. Leroy 87500 St VRIEIX (75.07.32)
Brochures : Mr CATHALIFAUD 20, allée Villagory 87100 LIMOGES (30.58.56)
Enseignement Primaire : Mme ROUGIER. Mr CATHALIFAUD
Liaison CM2-6è : Mr CREPIN 94, av. de Locarno 87100 LIMOGES (33.46.68)
1er Cycle : Mr LACOTTE 6, av. René Coty 87100 LIMOGES (01.31.61)
2è Cycle : Mme TOULET 37, rue A. Tixier 87100 LIMOGES (77.68.77)
L.E.P. : Mme PESTEL
-Mr ROUGIER 35, av. de la Vienne 87170 ISLE (50.25.00)
Post-Baccalauréat : Mr MORIN 18, domaine de la Garde 87100 LIMOGES
Mr NICOLAS
Liaisons interdisciplinaires : Mr ROUGIER
Formation des maîtres : Mr EZGEURRA La Roche. St Vrieix sur Aixe 87700 AIXE sur VIENNE
(09.84.58)
PLOT : Mr CREPIN
Représentant de l'APM au Conseil d'Administration de l'Irem : Mr ROUGIER

REGIONALE DE POITIERS

CCP : BORDEAUX 3852 59 D

- Siège Social : CRDP 6, rue Sainte Catherine 86034 POITIERS
Président : J. BOROWCZYK 3, rue de Provence 86000 POITIERS (49).47.71.27
Secrétaire : M-H CHAUSSEAU 14, rue Maurice Bedel 86100 CHATELLERAULT (49).21.84.51
Trésoriers : Jocky COURTOIS 13, rue des Chardonnerets 86000 POITIERS (49).58.16.92
Dominique PORTE 10, rue des Grands Chênes 86280 St BENOIT (49).88.43.87
Secrétaires des Départementales :
16 : R. CASES Le Bourg Montjeau 16240 VILLEGAGNAN
17 : M. FOURNIER 10, av. de Terrefort 17100 SAINTES (46).93.28.74
79 : J-P GUICHARD Le Chemin Vert. Boisvert. Le Tallud 79200 PARTHENAV (49).64.21.32
86 : L-M BONNEVAL 12, bd Solferino 86000 POITIERS (49).41.42.19
Elémentaire : J. BELLICARD 28, la Dinière 86180 BUXEROLLES (49).61.00.44
1er Cycle : D. GAUD 26, rue Pierre Verlaine 86000 POITIERS
2è Cycle : Serge PARPAY 22, rue Rougier 79000 NIORT (49).24.31.76
J-L RENAUD 39, allée des Mimosas 86200 LOUDUN
Technique : M. FOURNIER

Informatique : G. DESENFANT St Gelais 79410 ECHIRE (49).75.01.38
 D. DAVIAUD 12, rue des Acacias 17500 JONZAC ET et Le Studel 487 86000
 Jeux : J. FROMENTIN 17, rue de la Roussille 79000 NIORT (49).28.39.77 POITIERS
 Publications Régionales : S. PARPAY Gestion du Fichier : D. PORTE
 Gestion du Fichier : D. PORTE
 Sujets d'examen : G. BORION 12, rue E. Grimaud 86000 POITIERS (49).01.77.84
 Supérieur & Formation Continue :
 C. BLOCH 138, rue de la Mèrigotte 86000 POITIERS (49).01.15.27
 Représentant de l'APM au Conseil de Gestion de l'IREM : G. BORION (suppléant : BONNEVAL)
 Autres membres du Comité Régional : J-L DURPAIRE 9, rue du Chêne Vert 86240 LIGUGE
 M. PUYGRENIER La Folie 86500 MONTMORILLON

REGIONALE D'ORLEANS - TOURS

CCP : LA SOURCE 1440 09 X

Siège social : IREM - Université - 45046 ORLEANS CEDEX

Président : Gérard CHAUVAT 31, rue Albert Camus 37300 JOUE LES TOURS (47)28.15.18

Vice-Présidents:

Pascal MONSELLIER 153, rue du Fbg St Vincent 45000 ORLEANS (38)54.42.69

Jacques PINAUD 4 rue de la tuilerie, Chambléan-Garnay 28500 VERNOUILLET
(37)46.82.82

Trésorier: André DUTHILLEUL 13, rue du domaine 37300 JOUE LES TOURS (47)27.75.74

Sécrétaires:

Geneviève MARGOT 2, rue reculée Cidex 571 41350 VINEUIL (54)20.53.77

Patrick MARTHE 15, rue Berthollet 45100 ORLEANS (38)63.12.83

Autres membres du Comité Régional:

Michel DARCHE 1, rue Albert Laville 45000 ORLEANS (38)62.22.85

Dominique DESNOYER 10, rue du 19 Mars 1962 36200 St MARCEL (54)24.39.99

André GAGNEUX 14, rue de la Tour de Bau 18400 St FLORENT (48)55.22.36

André GAVOIS Les Girardières 37300 JOUE LES TOURS (47)53.40.67

Daniel MARCHAND Fonfurat 36200 ARGENTON SUR CREUSE (54)24.19.85

Michel MIRAULT 5, rue Michel de Montaigne 45100 ORLEANS (38)69.19.17

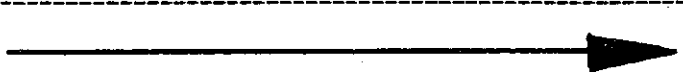
Pierre NURY "Ville Greuil" Saint Roch 37390 LA MEMBROLLE (47)41.07.88

Joëlle PROVOST 12 bis, rue des Coupances 18230 SAINT DOULCHARD (48)70.14.97

Jean-Claude SACHET 2, route du Vallon St Gemme Moronval
28500 VERNOUILLET (37)43.72.15

Pour vous abonner au PLOT et à ses SUPPLEMENTS ou pour commander des PLOT-MATERIEL, utilisez les fiches ci-dessous, SVP.

984



ABONNEMENT AU

plot

A n'utiliser que par les NOUVEAUX abonnés

NOM, PRENOM :
 Adresse complète :
 Code postal et ville :

Chèque à l'ordre de : Régionale APMEP
 Envoyer le chèque et cette fiche à :
 APMEP D'Orléans-Tours
 Université - IREM
 45046 ORLEANS Cedex

Je m'abonne à :

- 4 numéros 1984 du PLOT seuls →
- 4 numéros 1984 du PLOT +
- 2 numéros du supplément (Les Pliages))

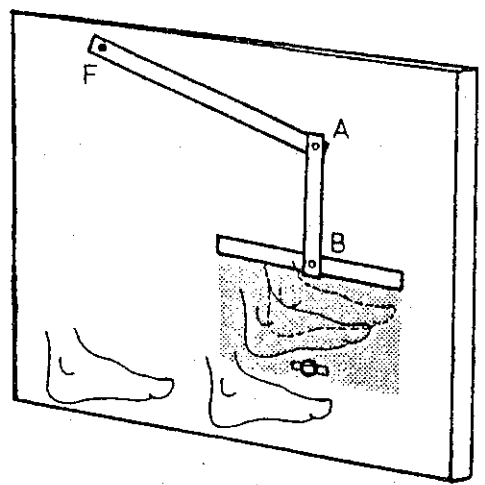
Tarif normal Membres de l'APM résidant en France

50 F	40 F
90 F	70 F

Montant du règlement : →

plot MATÉRIEL

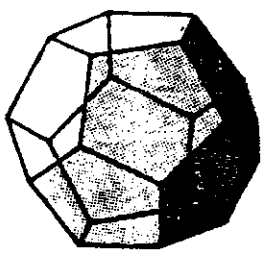
Envoyer cette fiche accompagnée du règlement au nom de :
 Régionale A.P.M.E.P. d'Orléans-Tours - CCP La Source 1440 09 X
 à A.P.M.E.P. - IREM - Université d'Orléans - 45046 Orléans Cedex



FICHE DE COMMANDE

NOM, PRENOM
 Adresse complète
 Code postal et Ville

Je commande :



- POLYEDRES 1
- POLYEDRES 2
- POLYEDRES 3
- SYSTEMES ARTICULES 1 et 2

Nombre d'exemplaires	Prix Unitaire Franco	Total
x	30 F.	
x	30 F.	
x	30 F.	
x	30 F.	

Total du chèque joint. →

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

Ces brochures peuvent être obtenues auprès des Régionales APMEP (voir leur adresse et leur CCP à l'Agenda).

Numéro de collection	Titre	Prix en francs port compris (1/12/1982)
20	Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques, 1977, 280 p.	33,50
21	Géométrie au premier cycle, tome 1, 1977, 208 p.	33,50
22	Géométrie au premier cycle, tome 2, 1978, 328 p.	38,50
23	Pavés et bulles par Françoise Pécaut, 1978, 288 p.	38,50
24	Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM), 1978, 120 p.	26
25	Mots IV, 1978, 152 p.	18
26	Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire, 1978, 64 p.	15
27	Pour une mathématique vivante en Seconde, 1979, 128 p.	21
28	Analyse des données, tome 1, 1980, 248 p.	38,50
29	Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Élémentaires, 1979, 192 p.	24

30	Les manuels scolaires de mathématiques, 1979, 280 p.	38,50
31	Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle), 1979, 176 p. ...	21
33	Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1, 1979, 248 p.	33,50
34	Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de Quatrième-Troisième, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation, 1979, 160 p.	Epuisé
35	Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes, 1979, 104 p.	26
36	Elem-Math VI, Le triangle à l'École Élémentaire, 1980, 64 p.	12
37	Mots V, 1980, 114 p.	20
38	Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2, 1981, 140 p.	33
40	Analyse des données, tome 2, 1980, 296 p.	41,50
41	Fragments d'histoire des mathématiques, 1981, 176 p.	45
42	"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques, 1981, 56 p.	18
43	Mathématique active en Seconde, 1981, 220 p. environ.	46,50
44	Jeux 1. Les jeux et les mathématiques, 1982, 184 p. et 13 fiches.	59,50
45	Mathématiques et Sciences Physiques en Lycée d'Enseignement Professionnel, brochure U.d.P.-A.P.M.E.P., 1981, 48 p.	gratuit
46	Mots VI : Grandeur - Mesure, 1982, 134 p.	29
47	Obstacles et déblocages en mathématiques par M. Bruston et C. Rouxel, 1982, 130 p.	51
48	Evariste Galois (1811-1832), format 21 x 29,7, 1982, 72 p.	51