

PLOT

BULLETIN DES REGIONALES A.P.M.E.P.

de POITIERS, LIMOGES et ORLEANS-TOURS

PLOT 31 ! Numéro estival du PLOT, paru avec retard et avec nos excuses.

Vous pourrez y lire, entre autres, un exemple de ce que l'outil informatique peut apporter à l'enseignement, libérant le maître de tâches contraignantes et le centrant sur les vrais problèmes d'apprentissage.

Faites-nous parvenir d'autres articles décrivant vos expériences d'utilisation de cet outil et son influence sur la pratique de la classe.

Le PLOT est aussi un moyen d'expression pour faire connaître toute idée d'activité pouvant susciter l'intérêt mathématique d'un plus grand nombre d'élèves.

Bonne lecture,

L'Equipe d'animation.

PLOT

Bulletin des régionales A.P.M.E.P. de Poitiers, Limoges et Orléans-Tours

Sommaire du n° 31

Elections ! Elections ! Le Paradoxe de Condorcet.	3
Mots croisés	6
Conférence Régionale des Associations de Professeurs Spécialistes	7
L'interdisciplinarité	10
Sécurité Sociale : La clé retrouvée	11
Le prix de revient du kilomètre	13
La difficile enfance de Parabella	19
Comment tracer la parallèle à une droite ?	22
Mots croisés (solution).	25
Géométrie de l'espace en 5ème	26
Présence d'Evariste Galois.	28
Réabonnez-vous pour 1985.	29
Les Régionales.	30

Equipe d'animation:

**Michel CLINARD, Roger CRESPIN, Michel DARCHE,
Marie-Laure DARCHE, Patrick MARTHE, Michel MIRAUT
Pascal MONSELLIER, Serge PARPAY**

Dactylographie : M. Schlienger
Contrôle ventes et publicité : P. Monsellier
Montage : M. Mirault
Fichier et routage : P. Marthe

**Adresse du journal : IREM Université 45046 ORLEANS Ceden Directrice de
publication : M-L Darche/Giorgi numéro CPPAP : 631B1 Imprimé par
le CRDP 55 rue N-D de Recouvrance ORLEANS ... Dépot légal: 2ème trim. 85 ..**

(Toutes les publicités contenues dans le PLOT le sont à titre gratuit)

Elections ! Elections !...

Le Paradoxe de CONDORCET.

Michel DARCHE - Orléans

Que vous soyez majoritairement proportionnaliste ou proportionnellement majoritaire, le Marquis de Condorcet et les mathématiques peuvent vous mettre d'accord à l'unanimité :

Il n'y a pas un système électoral (et plus généralement électif) qui soit meilleur que tous les autres, qui soit plus démocratique que tous les autres.

Cette situation paradoxale fut découverte par Condorcet (1785), redécouverte par Lewis Carroll et valut à Kenneth Arrow le prix Nobel ... d'économie en 1972.*



Première situation paradoxale bien connue : les élections triangulaires où un candidat peut être élu en étant rejeté par une majorité d'électeurs (par exemple avec 40% des voix pour 30% des voix à chacun des deux autres) voir l'élection municipale de Romorantin en mars 1985).

Pour sortir de ce paradoxe par la démocratie on peut instituer comme pour les présidentielles le vote majoritaire à 2 tours avec 2 candidats seulement au deuxième tour. Mais même là un troisième candidat peut encore se cacher sous le nom de "pêcheur à la ligne".

Pour éviter cette situation, on peut demander aux électeurs de ranger les candidats par ordre préférentiel. Mais là aussi le paradoxe montre son nez : On peut toujours trouver un système électoral permettant de faire élire le candidat de son choix ?

Exemple : pour 3 candidats A, B et C.

Le vote préférentiel donne A,B,C : 45 %
B,A,C : 7 %
C,B,A : 48 %

et 0 % pour les autres ordres.

Qui voulez-vous voir élu ?

Le candidat A ?

Choisissez le système majoritaire à 2 tours avec la barre à 12,5 % pour éliminer le candidat B au 2^e tour. Ses électeurs préfèrent A à C d'où, mathématiquement, au 2^e tour A recueillera 45 + 7 soit 52 % des voix. A est élu.

Le candidat C ?

Là c'est plus simple et plus clair. Il suffit de choisir le système majoritaire simple à un tour. C est élu.

Et le candidat B ?

Avec ses 7 % ? Et bien si ! le vote préférentiel permet contre toute attente de trouver un système lui permettant d'être élu : qui est préféré à qui ?

A est préféré à B à 45 %
A est préféré à C à (45+7)% = 52 %
B est préféré à A à (7+48)% = 55% !
B est préféré à C à (45+7)% = 52 %
C n'est préféré à A ou B qu'à 48 % -
Le tour est joué.

A est préféré à C mais c'est B qui est préféré à A (et C) ! B est élu.

* Nous vous rappelons, que pour des raisons n'ayant rien de scientifiques, il n'y a pas de prix Nobel en Mathématiques. Les mathématiciens se sont créés leur propre prix : la médaille Fields qui a couronné quelques français. (Pouvez-vous en citer 3 ?).

La situation devient encore plus paradoxale avec les résultats suivants : imaginez qu'un tiers des électeurs préfère A à B et B à C, un autre tiers préfère B à C et C à A, un dernier tiers préfère C à A et A à B. Qui peut l'emporter ? personne ! En effet, deux tiers des électeurs préfèrent A à B, deux tiers B à C et deux tiers C à ... A. Et oui, A l'emporte sur B, B l'emporte sur C et l'emporte sur A ! Comme le fait remarquer Martin Gardner (in Pour la Science n° 38 - Décembre 80) : Remplacez les hommes politiques par des propositions de lois et vous verrez combien il est facile pour un parti au pouvoir d'orienter une décision par le simple choix des deux premières propositions soumises au vote.



CONDORCET

Nous avons là des exemples de situations qui, non seulement ne sont pas transitives mais, qui plus est, heurtent le "bon sens logique". C'est le paradoxe intransitif de Condorcet :

On a $A < B$, $B < C$ et $C < A$

non seulement aucun ne l'emporte sur les autres mais, encore plus, chacun a un plus fort que lui.

Dans l'exposition "Horizons Mathématiques" qui circule en France un autre exemple de ce paradoxe est présenté :

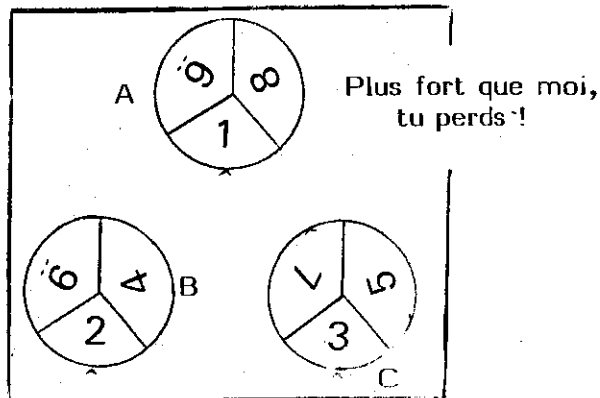
3 roulettes A, B, C
Chacune partagée en 3 parts égales portant un nombre compris entre 1 et 9.
Choisissez une roulette.
Tirez un nombre en la faisant tourner

Quelque soit la roulette que vous choisissiez, je pourrai toujours en trouver une qui me donne 25 % de chance de plus que vous de gagner !

A gagne plus souvent que B
B plus souvent que C
et C plus souvent que A.

Vous pouvez le démontrer de plusieurs façons, la plus simple étant de dresser la liste de tous les couples de nombres qui peuvent sortir quand on joue à 2.

(Vous pouvez vous donner comme règle du jeu de tirer le plus grand nombre ou le plus petit nombre).



Vous pouvez "habiller" ce jeu en considérant que chaque roulette représenté une équipe de 3 joueurs ; le nombre entre 1 et 9 représentent la force de chaque joueur. (Puisque les vacances sont proches, pensez à 3 triplettes de joueurs de pétanques).

Vous pouvez encore remplacer vos roulettes par des dés cubiques en portant 2 fois chaque nombre.

Les nombres sont-ils choisis de façon très particulière ?

Vous pouvez peut-être trouver d'autres façons de placer les 9 nombres sur les 3 fois 3 régions.

Revenons aux élections paradoxales.

Je vous propose l'alternative suivante

1. Vous tirez au sort un "didacteur" ou un "monarque éclairé" qui permettra de couper ce noeud gordien. On peut penser aussi à la voix prépondérante du PDG
2. Vous tirez à pile ou face pour savoir si vous garderez un régime avec un seul parti majoritaire ou une coalition à l'israélienne avec deux ou trois partis au gouvernement alternant la présidence à pile ou face (la cohabitation !?).

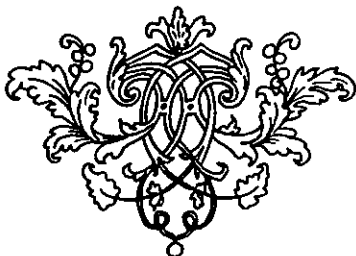
Et bien là encore, on peut avoir des surprises (autres que politiques).

Imaginez que nous jouions à pile ou face de la façon suivante : vous choisissez une série de trois résultats consécutifs (PPP ou FFP, FPF, ...) j'en choisis une autre parmi les 8, On tire à pile ou face jusqu'à ce que l'une des deux séries choisies apparaisse.

Et bien quelle que soit la série que vous choisissiez je pourrai toujours en trouver une qui a plus de chance **d'apparaître** avant la vôtre, **étonnant non ?**

Vous prenez FFF, je prends PFF.
Vous prenez PFF, je prends PPF, vous prenez PPF, je prends FPP etc... (continuez !)

Une première explication de bon sens : si vous choisissez PPP, ou il sort dans les 3 premiers jets ou il ne sort pas (le bon sens !) et dans ce cas un F est apparu. Si vous faites PPP par la suite, il sera toujours précédé d'un F donc FPP sortira alors toujours avant. Votre seule chance de gagner est bien de le sortir dans les 3 premiers jets.



Une seconde justification est de comparer la probabilité de sortie de chacun des triplets les uns par rapport aux autres.

Prenons d'abord les couples. PP et FF ont la même probabilité de sortie, par raison de symétrie, PF et FP aussi, PP et PF également puisque le premier P étant sorti, P et F ont autant de chances d'apparaître (les évènements Pile Face sont équiprobables), restent PF et FF. C'est la première explication qui donne la solution. FF ne peut sortir avant PF que s'il apparait dans les 2 premiers jets. FF a une chance sur quatre de sortir en premier ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$) donc PF a trois chances sur quatre.

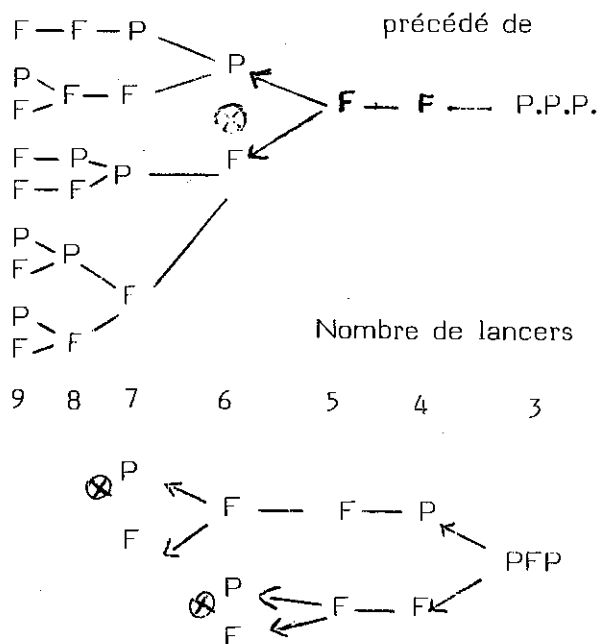
Passons aux triplets.

Comparons la probabilité de sortir PPP avant (ou après) les autres triplets. PPP et FFF ont la même probabilité de sortir l'un avant l'autre.

De même PPP et PPF.

Qu'en est-il de PPP et PFF ?

Construisons l'arbre aboutissant à la sortie de PPP et PFF.



On peut ainsi comparer les deux probabilités :

L'arbre donnant les sorties de (PPP) après n lancers se retrouve aux mêmes étapes dans la branche inférieure de (PFF) et dans la branche supérieure mais avec un lancer de plus (⊗).

On a donc $\text{prob.}(PFF) = \text{prob.}(PPP) + \frac{1}{2} \text{prob.}(PPP)$.

Soit $\text{prob.}(PFF) = \frac{3}{2} \text{prob.}(PPP)$

PFF sort avant PPP à 3 contre 2.

Qu'en est-il de PPP et.... ?

Si l'on construit les arbres de sortie on voit comme dans le cas précédent que PFF sort avant PPP à 3 contre 2.

Passons à FFP. L'arbre des sorties de FFP fait apparaître deux jolies séries, une série géométrique dont le terme général est une autre série, de type fibonacienne, où le terme général à un numérateur de la forme $u_{n+2} = u_n + u_{n-1}$ si l'on compare les sorties de PPP à FFP on trouve que FFP sort avant PPP à 7 contre 3.

Un travail analogue donne FPF sortant avant PPP à 7 contre 5

Reste le meilleur : FPP.

Si PPP ne sort pas dès les 3 premiers jets il ne peut sortir ultérieurement que s'il est précédé d'un F. D'où la sortie de FPP avant PPP à 7 contre ...1. Et voilà les résultats :

Probabilité de sortie avant PPP de FFF($\frac{1}{2}$), PPF ($\frac{1}{2}$), FPF ($\frac{7}{12}$), PFF ($\frac{3}{5}$), PFF ($\frac{3}{5}$), FFP ($\frac{7}{10}$), FPP ($\frac{7}{8}$).

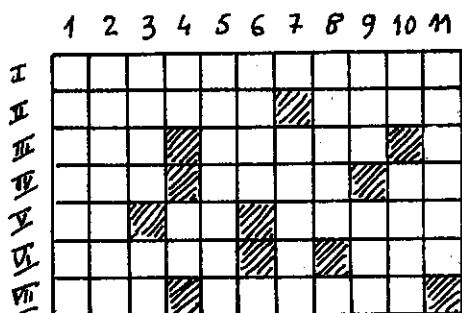
PPP fait au plus jeu égal avec deux des sept autres triplets. Vous pouvez faire les mêmes calculs avec chacun des autres triplets et vous constaterez que PPP est nettement battu par FPP (à 7 contre 1), FPP par FFP (à 2 contre 1), FFP par PFF (à 3 contre 1), PFF par PPF (à 2 contre 1), PPF par FPP (à 3 contre 1) (Tiens ! on a déjà bouclé : FPP → FFP → PFF → PPF → FPP)

Il reste FFF battu par PFF (à 7 contre 1) et PFF par PPF (à 2 contre 1)

Il existe diverses méthodes pour trouver le meilleur triplet battant un triplet donné. En voici une qui se retient facilement :

Le premier joueur ayant choisi un triplet ABC, vous choisissez le triplet BAB. B étant bien sûr l'évènement contraire à B.

Soit $ABC \rightarrow \bar{B}ABC \rightarrow \bar{B}AB.$



Pendant l'été, suivez le paradoxe :

Essayez de trouver d'autres situations intransitives, sous forme de jeu, de problème-choc en utilisant un habillage numérique, figuratif, pile-face, fille-garçon ou encore le codage binaire 0,1 de l'informatique.

A suivre
(dans le prochain numéro.)

Bibliographie.

- Jeux Mathématiques de M.Gardner, In Pour la Science n° 38 - Déc. 80.
- Simulations et jeux. PMM 5005 - Tél.Université Montréal. 1979.

MOTS - CROISES

Michel Labrousse

Horizontalement.

- I. Peuvent se rencontrer sur une droite.
- II. Solution - Réfutée.
- III. Indispensable à la transmission du code génétique - Même si ce n'est pas le rêve du mathématicien, on le trouve dans les anneaux.
- IV. Sa durée est une variable - Nombre - Début d'hypothèse.
- V. Quatre vingt dix neuf romain - Sert à calculer un périmètre ou une surface ou un volume - En mathématiques, on la trouve pour une matrice.
- VI. Auto certes, mais ne peut-être alors que vieille - Court.
- VII. Majoritaire à une élection - Fréquentent des classes.

Verticalement.

1. A son centre même dans un triangle.
2. S'utilise si la racine est carrée.
3. Sur un visage - Symbole du cuivre
4. Sur un jour, peut être préfixe ou suffixe - Fleuve italien.
5. Son problème va souvent de pair avec l'existence.
6. Tel le vieil Homère.
7. Précède souvent parenthèses.
8. Anagramme de train.
9. Langue du Nord - Unité d'aire.
10. Négation - A l'envers : s'ils sont à main, ont peu de chance d'être de toile.
11. Peuvent être entières ou alternées.

La Conférence Régionale des Associations de
Professeurs Spécialistes

A.P.A.M.E. - A.P.M.E.P. - A.P.B.G. - A.P.L.V. - A.P.H.G.
A.P.S.T.E. - A.F.E.F. - E.P.I.
U.D.P.

Invite tous les collègues aux

JOURNEES DE L'INTERDISCIPLINARITE
les mercredi 4 et jeudi 5 décembre 1985
à l'I.U.T. de Bourges.

Liste des ateliers envisagés :

(Cette liste n'est pas exhaustive, toutes les associations présenteront des ateliers).

sur le thème :

Quelles pratiques pour de nouveaux contenus ?

Comme l'an passé, les enseignants de toutes les spécialités auront l'occasion au cours de ces deux journées de

- se rencontrer
- s'informer
- se former
- et d'échanger pratiques et expériences.

La Conférence Régionale des Associations de Spécialistes vous propose :

- Une table ronde sur le thème :
Quelques éclairages sur l'évolution
actuelle de l'enseignement français.
- Des ateliers disciplinaires
- Des ateliers interdisciplinaires

- Presse à l'école
- Astronomie
- Contenu des programmes de Maths en 1ère S.
- Epreuves orales et écrites du BAC en langues vivantes
- Programmes de Maths au Collège
- Philosophie et Sciences Naturelles en 1ère S
- Introduction de l'électronique au Collège
- Organisation dans le temps des progressions de Maths et de Phys. en Seconde
- Programme tableur et gestion
- Informatique et biologie
- Groupe de Musique expérimentale de Bourges
- Prolog (étude de la structure d'un langage)
- Sahara (français et informatique)
- Papiers pliés
- Agriculture et informatique
- Banque de données et documentation
- Approche de la cellule en collège
- Alimentation et sous-développement.

Les présidents des associations de spécialistes réunis dans le cadre de la Conférence, s'élèvent contre l'absence de moyens accordés pour accueillir 40 000 élèves supplémentaires dans les lycées de l'enseignement public à la rentrée 1985-1986.

Ils refusent toutes solutions qui consisteraient à surcharger **davantage encore** les effectifs des classes,

A **diminuer le temps** des élèves en présence de leurs professeurs sans autre objectif que la réalisation d'économies et sans liaison avec une réflexion sur les contenus et les méthodes.

De telles mesures sont inacceptables car elles auraient pour effet essentiel une détérioration de la qualité de l'enseignement empêchant tout travail individualisé et compromettant la lutte contre l'échec scolaire.



COMPTE RENDU DE LA REUNION DU
13 MARS 1985

Une trentaine de collègues ont participé à cette rencontre, sous le toit du lycée de Rochefort qui a aimablement mis son matériel à notre disposition.

Première partie.

- La départementale, dont la structure devrait s'étoffer, appelle les collègues des lycées à répondre à l'enquête sur l'enseignement des statistiques (voir bulletin 347 de février 1985).
- Elle projette de se réunir au troisième trimestre pour étudier les nouveaux programmes (compte tenu des "10 problématiques" pour le premier cycle et des "nouveaux horaires" pour le second) et pour préparer les journées nationales de Port-Bacaréès, justement consacrées à l'évolution des programmes.
- Des bulletins d'abonnement à PLOT ont été distribués.
- Les adhérents réagissent contre les projets de diminution des horaires en second cycle : voir motion ci-jointe adressée au Ministre.

Deuxième partie.

- Etude de quelques logiciels de mathématiques.
Les logiciels du CNDP écrits en LSE, ne tournent que sur du matériel de type lycée. Certains sont utilisés avec profit, éventuellement après quelques retouches : LIM, REIDM, QUOT, NZDEQ, FACTO, DEVEL, PU10, BARY, RIELN ont été mentionnés.
Pour se les procurer, contacter le CDDP ou le CRDP qui diffusent la brochure descriptive et les disquettes.
Actuellement, ces produits ne tournent pas sur T07.
- La jeune table traçante du lycée de Rochefort nous a dévoilé la finesse de ses traits.
- Pour les Thomson, répandus dans les collèges, la CAMIF vend des logiciels d'éditeurs : certains ont été examinés.
- Les programmes très divers du CUEEP de Lille (signalés sur le dernier "BGV" de l'APM) et de VINCI se sont multipliés sous nos yeux (ils sont faits pour cela).
- Enfin (et surtout ?) des programmes "sans prétention", réalisés ou glanés par plusieurs d'entre nous ont été visionnés et échangés.
- Il a été souhaité que chacun ne craigne pas de faire connaître son travail et que le CRDP affirme et développe son rôle de collecteur et de diffuseur de logiciels.

Régionale APMEP de POITIERS.

Le Comité de la Régionale de Poitiers s'est déroulé le 20 Mars à Poitiers. Plusieurs points ont été abordés :

- Constitution du bureau :

Président : J. Borowczyk

Secrétaires : D.Gaude, M.H.Chausseau

Trésoriers : D.Porte, C.Bloch

Membres : M.Acher, J.Bellicaud, G.Bonnefond, L.M. Bonneval, G.Borion, R.Cases, P.Chevrier, D.Daviaud, M.Fournier, D.Giraud, J.Fromentin, J.M. Guignard, J.P. Guichard, L.Ménard, S.Parpay, J.L. Renault, C.Robin, J.P. Siere, Siriex.

- Le plan académique de formation et la formation des PEGC non titulaires du Deug.

- Informatique : le plan informatique pour tous

. le recrutement des stagiaires au CFIAP

. l'équipement des établissements scolaires.

- Programmes et horaires en mathématiques aux Collèges et Lycées.

- Les actions pour l'année 1985 :

. Un groupe de travail est chargé de réfléchir sur l'actualisation des sujets des concours administratifs (ou autres) après la troisième. (Collecte de sujets, démarches auprès des entreprises concernées).

. Le 29 mai 1985 à Niort se dérouleront deux réunions ayant pour thèmes :

* Point sur les travaux de la CCPREM sur le second cycle avec la participation de F.Colmez (membre de la CCFREM)

* Réflexions sur les programmes (et commentaires) du premier cycle.

. Conférence de M.Pensevy le 22 mai à Poitiers sur le thème :

"De l'interpolation des logarithmes à la définition de l'exponentielle".

APMEP

Association des Professeurs

de Mathématiques de

l'Enseignement Public.

Départementale de Charente Maritime.

Rochefort,
le 13 mars 1985.

Monsieur le Ministre,

Nous venons de prendre connaissance de vos projets d'horaires pour les classes de secondes et premières à partir de la prochaine rentrée.

Nous ne pouvons accepter une diminution des horaires prévue dans toutes les disciplines. En particulier les heures dédoublées de secondes sont les seules heures nous permettant de lutter contre l'échec scolaire, de faire un travail mieux adapté à l'hétérogénéité de nos classes.

En outre, cette diminution d'horaires va accroître le nombre de nos classes, amoindrissant d'autant notre efficacité pédagogique.

Enfin ces projets de diminution d'horaires vont à l'encontre de la nécessaire amélioration du niveau scientifique des élèves, en liaison avec la modernisation du tissu industriel du pays.

En conséquence, les adhérents de la départementale de l'APMEP de Charente Maritime protestent vivement contre cette diminution d'horaires dans toutes les disciplines.

En tant qu'association des professeurs de maths, ils vous demandent de conserver les horaires existant dans les classes de secondes et de premières.

Pour la départementale APMEP
Daniel DAVIAUD, secrétaire.

L' Interdisciplinarité

Conférence des Présidents
d'Associations de Professeurs
Spécialistes

L'interdisciplinarité existe : nous l'avons pratiquée.

Chacune de nos associations peut avancer des exemples précis d'activités interdisciplinaires variées, conduites dans le secteur d'enseignement qu'elle représente.

Force est de constater, néanmoins, que, jusqu'à présent, l'interdisciplinarité est très largement restée dans les marges du système scolaire : née le plus souvent de rencontres entre des enseignants motivés, elle semble vouée à la précarité par le hasard qui provoque ces rencontres.

Absente de la formation des enseignants, elle existe, non en fonction d'une volonté d'ensemble, ni de structures adéquates, mais au coup par coup, et de manière empirique.

Rien d'étonnant, dans ces conditions, que l'interdisciplinarité ne soit pas un concept homogène.

Au moins savons-nous ce qu'elle n'est pas.

L'interdisciplinarité n'est :

- ni un subterfuge pour masquer les problèmes de structure du second degré, un artifice pour tourner l'insuffisance des moyens ;
- ni une tentative pour valoriser artificiellement des disciplines considérées traditionnellement comme mineures, en les associant à des disciplines "porteuses",
- ni non plus un moyen de surévaluer telle autre ;
- ni une mode, ou un gadget ;
- ni l'imposition conjointe de plusieurs discours magistraux ;
- ni la dilution des savoirs spécifiques sur un sujet choisi, au profit de la seule "relation pédagogique" ;

L'interdisciplinarité doit tout autant se défier de l'empirisme immédiat de certains projets, où les savoir-faire attendus n'appellent plus que des détours théoriques artificiels, que de la juxtaposition de savoirs spécifiques encore plus élaborés, l'accroissement de réponses croisées aux questions que les élèves n'auraient pas posées.

*Extrait des actes des journées interdisciplinaires
de Décembre 84 -*

Sécurité Sociale : la clé retrouvée

par J-C LEBRETON (E.N. Blois)

Cette séquence s'est déroulée avec un groupe de 15 normaliens de première année (les non-scientifiques) dans le cadre de l'Unité de Formation de Mathématiques

Le contenu de cette U.F. est axé sur la numération, les opérations de base (addition, multiplication, soustraction, division) et les situations de problèmes.

Auparavant, les normaliens avaient vu comment utiliser la calculatrice pour obtenir le résultat exact d'un produit de 2 nombres de plus de huit chiffres.

Présentation de l'activité.

Chacun a un numéro de Sécurité Sociale composé de 13 chiffres. Depuis quelque temps, ce numéro est accompagné d'un nombre à 2 chiffres, appelé la Clé. Son apparition est liée à l'informatisation de la Sécurité Sociale : la clé est destinée à détacher les erreurs de saisie pour le numéro d'un assuré.

Voici comment est calculée cette clé : le numéro de la S.S. considéré comme un nombre donne un reste R dans la division par 97.

97 - R est la clé cherchée.

Consigne :

Utilisez la calculatrice pour déterminer R. Il s'agit de faire le moins de manipulations possibles et de trouver une façon judicieuse, de noter les résultats.

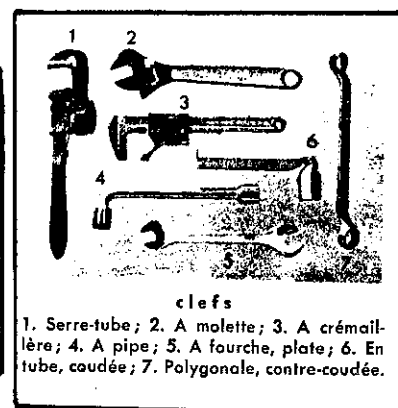
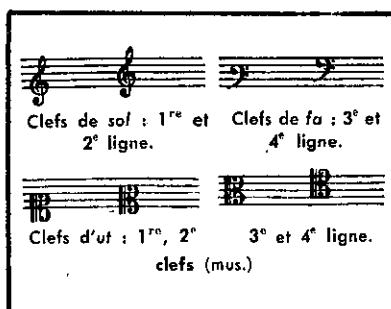
Ami lecteur, cherche à répondre à la question avant de lire la suite qui se trouve à la page

LA CLE (suite).

Déroulement :

Diverses façons de procéder apparaissent. Certains vérifient la véracité de mes dires en effectuant à la main la division.

La majorité pense à séparer le nombre en deux morceaux dont la division est directement passable par la calculatrice.



Par ex. : N = 1 47 10 45 082 065

est décomposé en $N_1 = 1471045$
en $N_2 = 82065$

Un sous-problème surgit : comment obtenir le reste d'une division euclidienne à l'aide d'une calculatrice ?

Ce problème est assez facilement résolu et on aboutit, pour notre exemple à :

$$N_1 = 97 Q_1 + 40$$

$$N_2 = 97 Q_2 + 3$$

d'où, pour une majorité de normaliens :

$$R = 40 + 3 = 43$$

$$\text{clé} = 97 - 43 = 54$$

Perplexité :

Cela ne correspond pas à la clé marquée sur la carte.

Un normalien me dit alors : "Ça ne marche pas, votre truc !"

Les autres se disent : "On s'est trompé !"

Et la recherche redémarre, aboutissant à l'étape suivante :

$$N = N_1 \times 10^6 + N_2$$

donc $R = 40 \times 10^6 + 3$ et nouveau blocage.

Certains pensent à chercher le reste de $(40 \times 10^6 + 3)$ dans la division par 97, trouvent que ça marche mais n'arrivent pas à expliquer pourquoi.

Je leur demande alors d'exprimer N sous la forme $N = 97 Q + R$

C'est le déclic pour certains.

L'un d'eux arrive alors à

$N = 97 Q + 16$ et ne sait que faire de 16.

Un temps de synthèse collective permet de calculer Q et R :

$$N = N_1 \times 10^6 + N_2$$

$$N_1 = 97 \times 15165 + 40$$

$$N_2 = 97 \times 846 + 3$$

$$\begin{aligned} \text{donc } N &= (97 \times 15165 + 40) \times 10^6 + 97 \times 846 + 3 \\ &= 97 \times 15165 \times 10^6 + 40 \times 10^6 + 97 \times 846 + 3 \\ &= 97 \times 15165000846 + 40000003 \\ &= 97 \times 15165000846 + 97 \times 412371 + 16 \\ &= 97 \times (15165000846 + 412371) + 16 \\ &= 97 \times 15165413217 + 16 \end{aligned}$$



Consigne suivante : la technique classique de la division en France utilise la présentation suivante

$$\begin{array}{r} - N \\ \dots R \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 97 \\ \hline Q \end{array} \right.$$

Quel est le lien entre cette présentation et l'activité précédente ? Pas de réponse : on connaît une technique, on l'applique mais on ignore pourquoi ça marche.

Petit détour : en utilisant uniquement la touche $\boxed{-}$ de la calculatrice, trouver quotient et reste dans la division de 143143 par 7. On utilisera judicieusement une feuille de papier pour les calculs intermédiaires.

Sans trop de difficultés, on arrive aux résultats demandés mais la formalisation n'est pas encore évidente. On retient la présentation suivante qui est une des plus économiques en place :

$$\begin{array}{r|l} 143\ 143 & \\ - 140\ 000 & 7 \times 20\ 000 \\ \hline 3\ 143 & \\ - 2\ 800 & 7 \times 400 \\ \hline 343 & \\ - 280 & 7 \times 40 \\ \hline 63 & \\ - 63 & 7 \times 9 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } 143143 &= 7 \times (2000 + 4000 + 40 + 9) \\ &= 7 \times 24449 \end{aligned}$$

On voit ainsi apparaître les diverses étapes de l'apprentissage de la technique de la division à l'école élémentaire.

On peut revenir au problème de départ :

$$\begin{array}{r|l} \overline{1\ 47\ 10\ 45\ 082\ 065} & 97 \\ - \quad ? & 15165 \times 10^6 \\ \hline 40 & \\ \quad - \quad ? & 846 \\ \hline \quad \quad 3 & \\ \text{puis } 40\ 000\ 003 & 412371 \\ \quad - \quad ? & \\ \hline \quad \quad 16 & \end{array}$$

Ce qui donne, avec notre présentation habituelle

$$\begin{array}{r|l} \overline{1\ 47\ 10\ 45\ 082\ 065} & 97 \\ & \hline 40\ 082\ 065 & 15165\ 413217 \\ & 16 \end{array}$$

Voilà, grossièrement résumée, une situation-problème, c'est-à-dire une situation qui pose véritablement problème aux normaliens. Il est intéressant de remarquer comment des bacheliers, qui ont toutes les connaissances requises pour résoudre le problème, mettent un certain temps à s'en apercevoir et à les utiliser. C'est d'ailleurs aussi ce qui nous arrive à nous, professeurs de maths, lorsqu'on veut résoudre un véritable problème.

Ceci doit nous interroger d'un double point de vue :

1. Combien de profs de maths continuent à résoudre des problèmes qui ne sont pas des "problèmes-élèves" ?
2. L'enseignement des maths ne vaut rien s'il se limite à la simple transmission des connaissances.

Il ne suffit pas de transmettre, encore faut-il, de la part de l'élève, acquérir, s'approprier les connaissances.



Le prix de revient du kilomètre

(En CPPN)

Bernard PLANQUETTE

Chateaurenault

Bernard Planquette a essayé d'intéresser ses élèves de C.P.P.N. aux Maths. Il leur a proposé d'étudier le prix de revient d'une automobile Insuccès !

Il a alors transformé le problème en l'étude du prix de revient d'un cyclomoteur.... Succès !

L'intérêt des élèves serait-il lié à l'enveloppe pédagogique proposée ?

Bernard Planquette vous propose en deux articles le contenu de son cours.

LE PRIX DE REVIENT DU KILOMETRE (Eléments du calcul)

Bien peu de cyclomotoristes connaissent, même très approximativement, le prix de revient de chaque kilomètre parcouru avec leur cyclomoteur. Posez la question autour de vous et vous serez probablement étonné de la diversité des réponses.

Cette ignorance est d'autant plus regrettable que le rôle économique joué par le cyclomoteur est de plus en plus important. Ces fiches vous fournissent un canevas qui vous permettra de calculer, vous-même, plusieurs prix de revient kilométriques. Peut-être, aurez-vous quelques surprises ?

LE CLASSEMENT DES DEPENSES.

Les dépenses ou frais occasionnés par la possession et par l'utilisation d'un cyclomoteur peuvent être classés en trois catégories :

- Les frais fixes sont liés à la possession du cyclomoteur. Ils existent même si le cyclomoteur roule peu... ou pas. Citons, par exemple, l'amortissement, c'est-à-dire la perte de valeur moyenne, par an, du véhicule.
- Les frais variables sont liés à l'utilisation du cyclomoteur. Ils dépendent directement du kilométrage parcouru. Citons, par exemple, les frais de station-service.
- Les frais imprévisibles sont, en quelque sorte, liés au hasard. Citons, par exemple, les réparations importantes

qui, normalement, n'auraient pas dû être nécessaires. Nous n'en tiendrons pas compte dans les calculs.

Les prix de revient kilométriques seront donc obtenus..... (par excès ou par défaut).

Classez, dans le tableau, les frais énumérés ci-dessous :

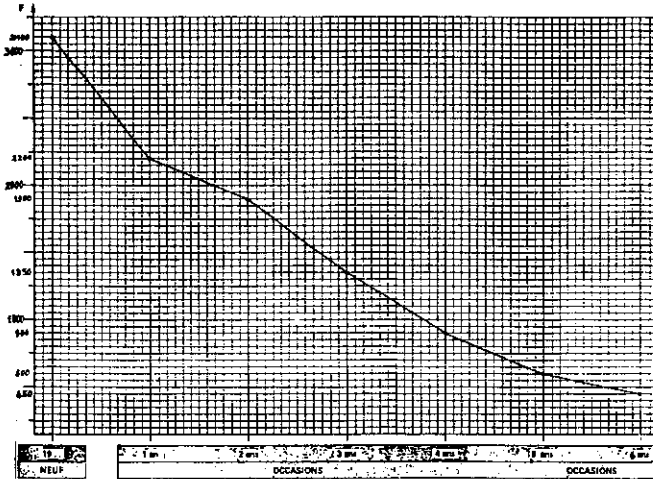
- Amortissement
- Pneumatiques
- Station-service
- Vidange
- Graissage
- Huile d'appoint
- Réparations importantes
- Casques
- Outillage de secours
- Chaîne
- Assurance
- Carburant
- Cablage
- Bougies
- Ampoules
- Réglage divers
- Accident
- Equipement vestimentaire
- Le permis.

Frais Fixes	Frais variables	Frais imprévisibles

LES FRAIS FIXES. L'AMORTISSEMENT.

UN EXEMPLE DE CALCUL.

a) Vous savez tous que la valeur d'un cyclomoteur diminue d'année en année: on dit que sa cote baisse. Le graphique ci-dessous illustre l'évolution de la cote d'un cyclomoteur qui, "clefs en mains", a été payée 3 100 francs.



Ce graphique permet de calculer facilement la diminution de la cote :

- pendant la 1^{ère} année : 3100-2200=900 F
- pendant la 2^e année :
- pendant la 3^e année :
- pendant la 4^e année :
- pendant la 5^e année :
- pendant la 6^e année :

Quelle est l'année de la plus forte décote ?

Quelle est l'année de la plus faible décote ?

b) La cote des cyclomoteurs neufs et d'occasion est publiée régulièrement par des revues spécialisées. Remplissez le tableau ci-dessous pour un cyclomoteur de votre choix, par catégorie.

- Prendre les prix "clefs en mains" pour les véhicules neufs.
- Arrondir tous les prix à 50 F près, par défaut.

Catégories	Types	NEUF	OCCASIONS			
		19..	1 an	2 ans	3 ans	4 ans
49,8 cm ³
80 cm ³
125 cm ³

c) La cote indique des cours moyens pour des véhicules munis de leur équipement de série, en bon état de marche et d'entretien et présentant une usure normale.

La cote est donc un cours moyen qui sert de base aux transactions. Nous distinguerons le cas des transactions effectuées entre deux particuliers et celles réalisées entre particulier et un professionnel du cyclomoteur qui achète le véhicule pour le revendre.

Transactions entre particuliers.

Dans ce genre de transaction, le cours moyen peut être majoré ou minoré selon :

- la date de mise en circulation :
- l'état général du véhicule
- les équipements optionnels : roue-bâton, compteur, amortisseur électrique ... etc.

Transactions entre particulier et revendeur.

Les transactions entre particulier et revendeur s'effectuent toujours au-dessous de la cote. Le prix de reprise est obtenu en faisant subir au cours moyen un certain nombre de diminutions :

- d'abord, une somme forfaitaire égale à 15 % du cours moyen pour permettre au commerçant de couvrir ses charges et ses frais professionnels ;
- ensuite, le montant des frais de remise à l'état-standard :

- . de la mécanique : freins, embrayage, direction, etc.

- . de la carrosserie : bosses, rouille, garnitures, etc.

Nota : Pour simplifier la suite de notre étude, nous admettrons que le prix de reprise sera inférieur de 15 % à la cote. Autrement dit, le prix de reprise représentera 85 % (100 % - 15 %) de la cote. Bien entendu, en négligeant ainsi les autres diminutions, nous nous montrons résolument optimistes !

Calculez, à 50 F, par défaut, les prix de reprise d'un véhicule d'occasion dont la cote évolue selon le graphique ci-dessous :

- véhicule motorisé d'un an :

$$\frac{2200 \times 85}{100} = 1870 \text{ F arrondi à } 1850 \text{ F}$$

- véhicule motorisé de deux ans :

.....arrondi à 1600 F

- véhicule motorisé de trois ans :

.....

- véhicule motorisé de quatre ans :

.....

- véhicule motorisé de cinq ans :

.....

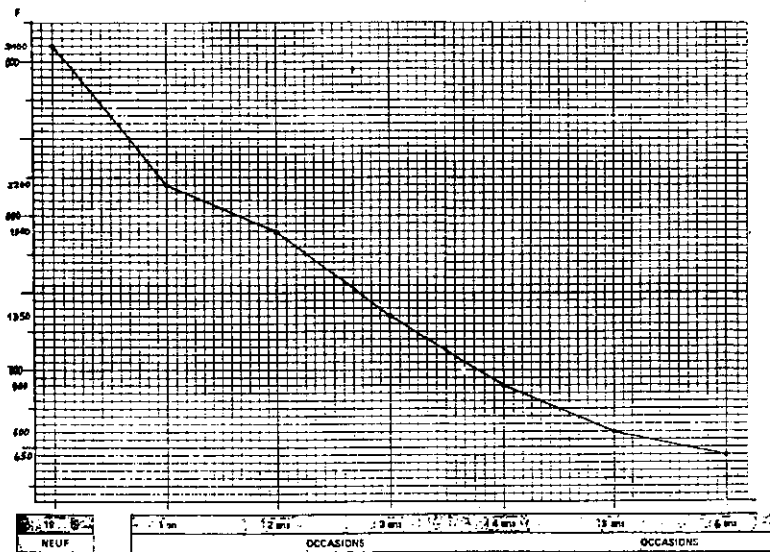
- véhicule motorisé de six ans :

.....

Sur le graphique, tracez la courbe correspondant à l'évolution du prix de reprise.

d) Calculez maintenant la dépréciation totale du cyclomoteur au bout de :

- la 1ère année : $3100 - 1850 = 1250 = A$
- la 2ème année : = B
- la 3ème année : = C
- la 4ème année : = D
- la 5ème année : = E
- la 6ème année : = F



1 an : $\frac{1250}{3000} = 0,417 F$

2 ans :

3 ans :

4 ans :

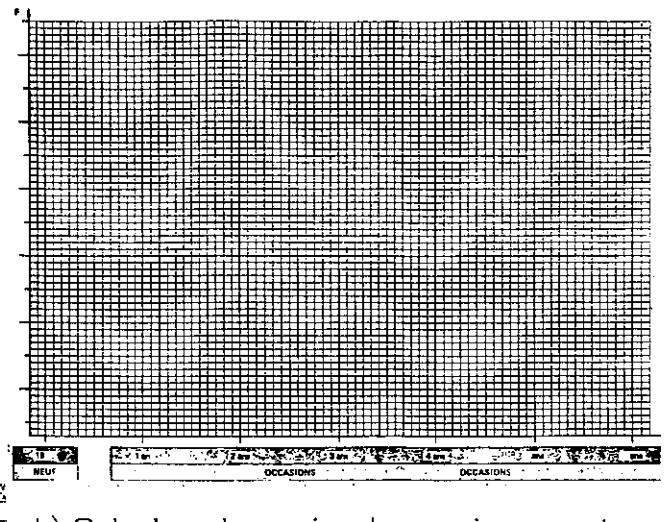
5 ans :

6 ans :

Vous allez maintenant procéder au calcul de l'amortissement pour les trois types de cyclomoteurs que vous avez choisis précédemment.

CAS DU 49,9 cm³

a) Tracez la courbe d'évolution de la cote de ce modèle



e) L'amortissement est la dépréciation moyenne annuelle du cyclomoteur, calculée en tenant compte de son âge. Calculez, à 100 F près, par excès, cet amortissement.

Cyclo de 1 ans : $\frac{1250}{1} = 1250 F$

Cyclo de 2 ans : $\frac{1500}{2} = \dots F$

Cyclo de 3 ans : $\frac{\dots}{3} = \dots F$

Cyclo de 4 ans : $\frac{\dots}{4} = \dots F$

Cyclo de 5 ans : $\frac{\dots}{5} = \dots F$

Cyclo de 6 ans : $\frac{\dots}{6} = \dots F$

f) Pour tenir compte des différentes conditions d'utilisations, on pourrait calculer l'amortissement au kilomètre. A titre d'exemple, calculez l'amortissement au kilomètre, dans le cas d'un cyclomoteur qui parcourt 3000 km par an et garde son cyclomoteur :

b) Calculez les prix de reprise ; puis tracez la courbe correspondante.

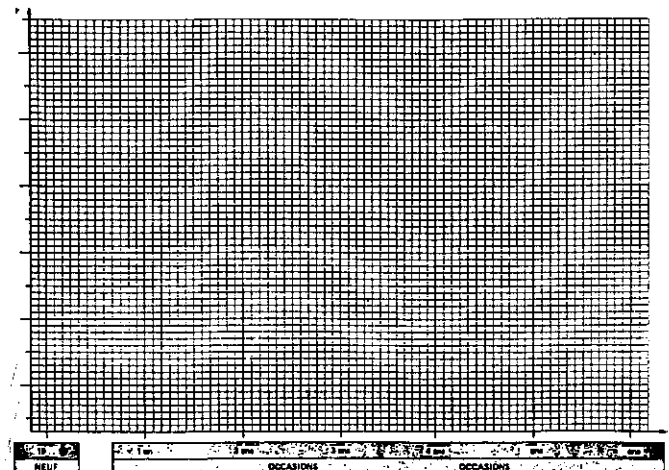
.....

c) Calculez l'amortissement moyen annuel, selon l'âge de ce modèle.

L'AMORTISSEMENT.

CAS DE LA 80 C.C.

a) Tracez la courbe d'évolution de la cote de ce modèle.



b) Calculez les prix de reprise ; puis tracez la courbe correspondante.

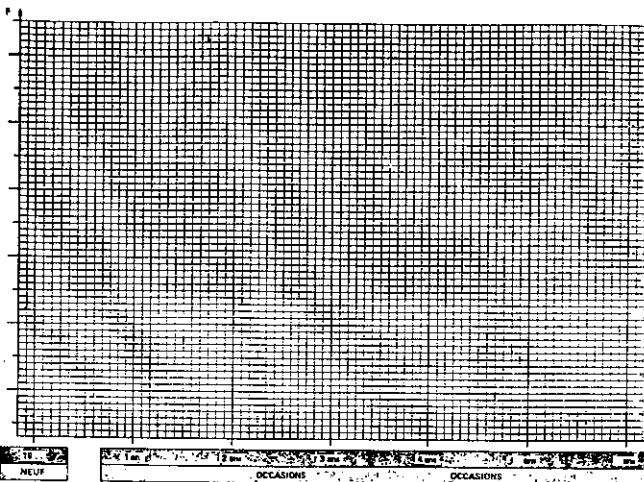
.....

c) Calculez l'amortissement moyen annuel, selon l'âge de ce modèle.

.....

CAS DE 125 C.C.

a) Tracez la courbe d'évolution de la cote de ce modèle.



b) Calculez les prix de reprise ; puis tracez la courbe correspondante.

.....

c) Calculez l'amortissement moyen annuel, selon l'âge de ce modèle.

.....

TABLEAU RÉCAPITULATIF

- Fiche 2 p. 4
- Fiche 3 p. 1
- Fiche 3 p. 2

a) Reportez les résultats dans le tableau d'amortissement ci-dessous.

Catégories	Types	NEUF	AMORTISSEMENT			
			1 an	2 ans	3 ans	4 ans
49,9 cm ³						
80 cm ³						
125 cm ³						

b) Calculez l'amortissement au kilomètre pour chacun des trois types de motocycles, dans le cas d'un cyclomoteuriste qui parcourt 3500 km par an et garde son cyclomoteur 3 ans.

.....

c) Comment varie l'amortissement moyen annuel, en fonction de l'âge du véhicule ?

.....

Catégories	Types	Assurance
49,9 cm ³		
80 cm ³		
125 cm ³		

L'ASSURANCE.

Tout véhicule 2 roues doit obligatoirement être assuré. La loi impose à tous propriétaire d'assurer sa responsabilité civile vis-à-vis des tiers. Compte tenu du coût élevé des accidents, la garantie de responsabilité doit être illimitée.

Des garanties complémentaires facultatives peuvent être assurées par les compagnies :

- Dommages au véhicule : Vol - incendie
Dégâts propres du véhicule assuré.
- Défense et recours : Par cette garantie, la société d'assurance s'engage à défendre elle-même l'assuré auprès des tribunaux et à exercer tout recours à sa place.
- Personnes transportées : Cette garantie couvre les dégâts causés, au cours d'un accident, à toutes les personnes transportées : conducteur et membre de la famille compris.
- Marchandises transportées.

Les tarifs des assurances ne dépendent pas seulement des garanties accordées, mais aussi de l'usage du véhicule : Promenade et trajet - Moto verte.

a) Définissez, avec vos camarades, un type de contrat unique valable pour tous véhicules étudiés. Par exemples :

Assurance promenade : Responsabilité civile - Défense et recours Vol - Incendie.

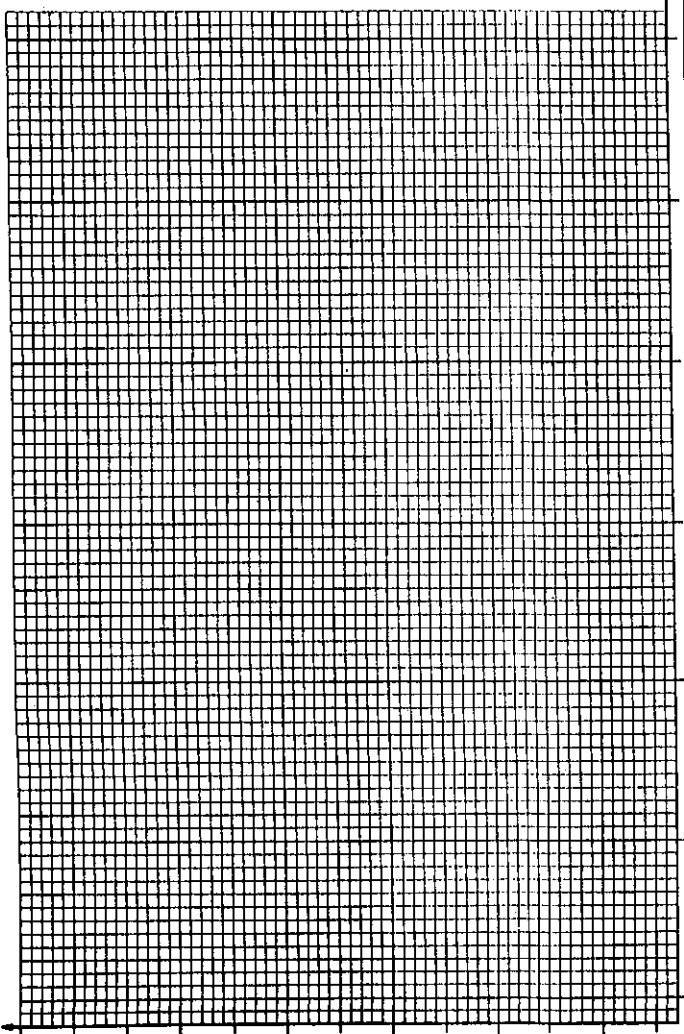
b) Dans la colonne Assurance du tableau ci-dessus, inscrivez le montant annuel des cotisations, TVA comprise.

LES AUTRES FRAIS FIXES

Catégories	Types	Assurance
49,9 cm ³		
80 cm ³		
125 cm ³		

Catégories	Types	NEUF	AMORTISSEMENT			
49,9 cm ³		19..	1 an	2 ans	3 ans	4 ans
80 cm ³						
125 cm ³						

Catégories	Types	NEUF				OCCASIONS			
		1 an	2 ans	3 ans	4 ans	1 an	2 ans	3 ans	4 ans
49,9 cm ³									
80 cm ³									
125 cm ³									



1 an	2 ans	3 ans	4 ans
NEUF	OCCASIONS	OCCASIONS	OCCASIONS

Kilométrage annuel	Durée d'utilisation			
	1 an	2 ans	3 ans	Jusqu'au bout
Moins de 2 000				
De 2 000 à 3 000				
De 3 000 à 5 000				
De 5 000 à 75 00				
Plus de 7 500				

La difficile enfance de PARABELLA

Rifinio FLORES
Centre d'Investigations Mathématiques
MEHIQUE

Un conte de fée traduit et adapté par Marie-Laure et Michel Darche-Giorgi
d'après *Mathematics Teachers* - Volume 78 - Janvier 1985.

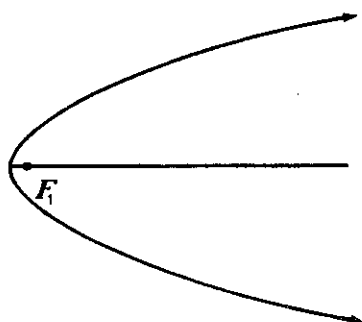
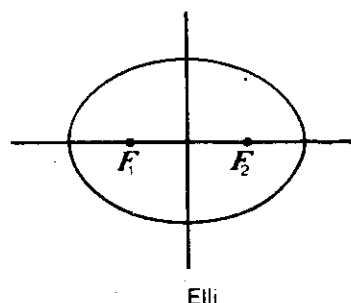
La Mère Quadratique fut très heureuse de la naissance de sa nouvelle fille, Parabella. Le médecin fut très heureux aussi (!NDLR). Il avait craint un cas anormal, mais heureusement Parabella était une enfant ronde et en bonne santé.

"Qu'elle est belle !" s'exclama la Mère Quadratique. Mais quel enfant n'est pas beau aux yeux de sa mère ?

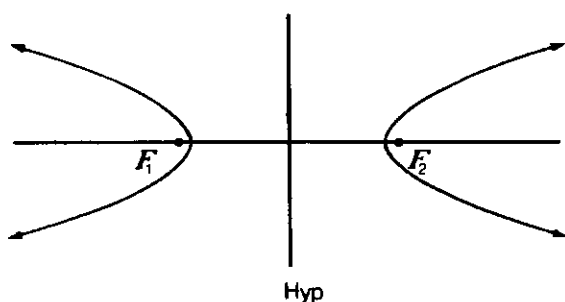
Les soeurs aînées de Parabella, Hyp et Elli, pensaient autrement.

"Regarde comme elle est vilaine !. Elle a seulement un axe de symétrie" s'exclama Hyp.

"Elle a seulement un foyer" ajoute Elli. "Elle n'est certainement pas comme nous !"



Parabella



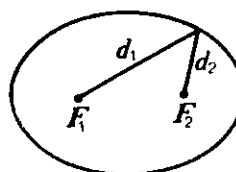
Quand Elli et Hyp portaient leurs habits cartésiens, chacun pouvait dire qu'elles étaient soeurs :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Mais Parabella semblait différente :
 $y^2 = 4px$

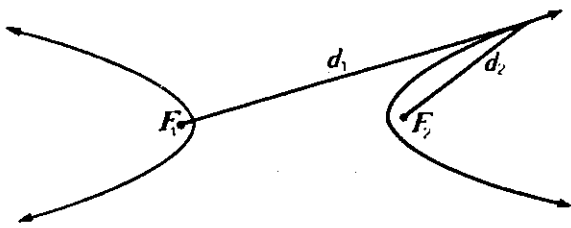
Intelligente, Parabella découvrit bientôt que ses deux soeurs avaient bien d'autres ressemblances.

Chez Elli la somme des distances de chacun de ses points aux foyers était constante : $d_1 + d_2 = c$

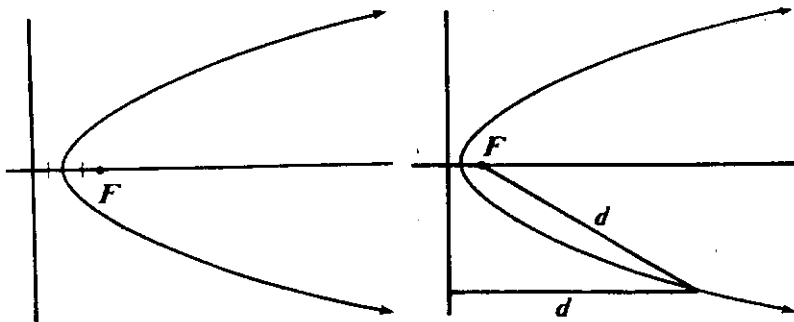


Chez Hyp c'était la différence des distances qui était constante

$$d_1 - d_2 = c$$



Parabella était triste de ne pas pouvoir trouver une propriété semblable chez elle. Elle avait seulement un foyer. Un jour en jouant avec une droite elle fit une étonnante découverte : En plaçant la droite perpendiculairement à son axe de telle sorte que son sommet soit équidistant de la droite et de son foyer elle s'aperçut que ceci était vrai pour tous ses points.

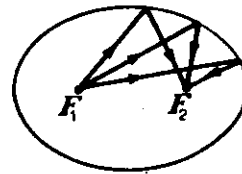
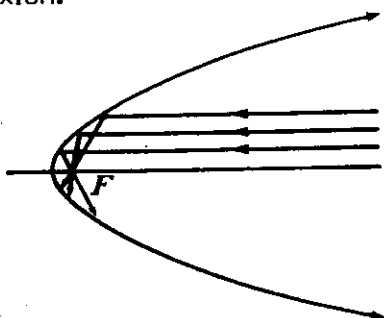


Parabella courut annoncer la nouvelle à ses soeurs.

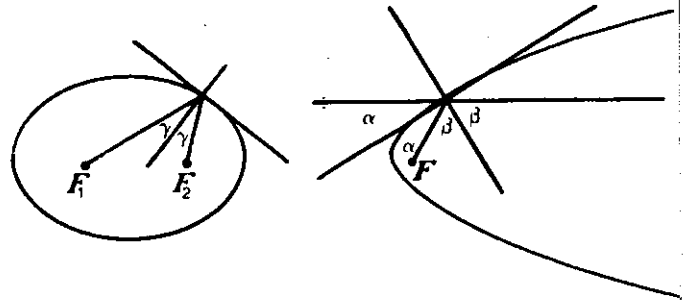
"Regardez, avec mon amie Directrix, j'ai une propriété semblable aux vôtres !"

Les deux soeurs aînées répondirent froidement : "Qui a besoin d'une droite stupide ? Nous n'avons besoin de rien d'autre que de nos deux foyers".

Parabella était un peu furieuse. Elle voulait tant convaincre ses soeurs qu'elle était comme elles. Le jour suivant Parabella découvrit qu'elle pouvait voir des objets très éloignés. Elle en était capable car elle pouvait concentrer des rayons parallèles dans son foyer. Elle avait remarqué qu'Elli avait une propriété semblable : Elli pouvait concentrer les rayons émis d'un foyer dans l'autre foyer après réflexion.



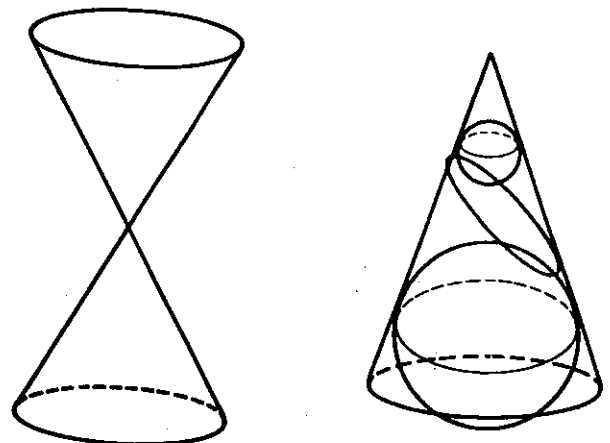
Cette fois, cependant, Parabella ne dit rien de sa découverte à ses soeurs. Parabella découvrit aussi que cette propriété de réflexion des rayons l'empêchait de se rappeler comment obtenir une droite tangente, ce qu'elle oubliait toujours. C'était la même chose pour Elli.



Dans l'après-midi, Parabella lut le livre que son camarade Hexagon, lui avait prêté. Il racontait l'étrange histoire du grand-père de son ami, un carré. Le soir, Parabella mangea quelques parts de gâteau et une glace. Elle alla dormir et fit un rêve étrange.

LE REVE DE PARABELLA.

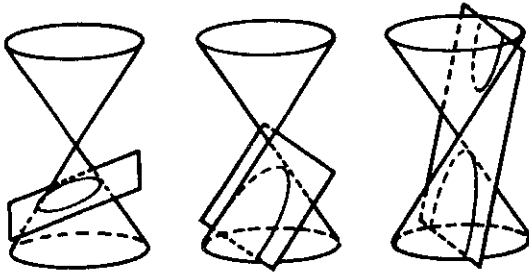
Parabella et ses soeurs étaient prisonnières dans le chateau de Dandelin. Il ressemblait à un double cornet de glace. Le chateau était gardé par les sphères de Dandelin. Parabella pouvait entendre ses soeurs, mais elle savait qu'elles n'étaient pas dans le même plan parce que leurs voix semblaient venir d'ailleurs. L'une des sphères retenait Parabella par le foyer alors que deux sphères maintenaient Elli bien serrée et deux autres retenaient Hyp.



Le chateau de Dandelin.

Parabella arriva à s'échapper en coupant le cône par l'un des plans d'Apollonius. Une autre coupe libéra Elli et bientôt Hyp fut libre aussi.

Parabella se réveilla très excitée. Elle réalisa qu'elle ressemblait plus à ses soeurs qu'elle ne le pensait. En quelque sorte elle était entre ses soeurs. Le plan "coupeur" qui avait libéré Parabella était entre le plan qui avait libéré Elli et celui qui avait libéré Hyp.



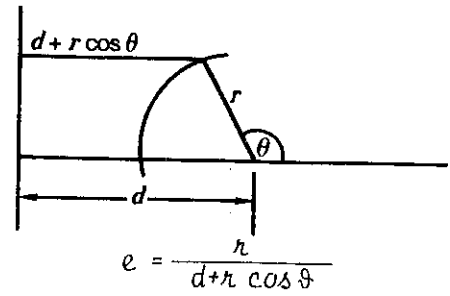
La grande évasion.

Elle courut raconter son rêve à ses soeurs. Mais dès qu'elle commença à décrire le château, ce cône de la troisième dimension, ses soeurs se moquèrent d'elle. "C'est parce que tu as trop mangé hier soir et lu une bêtise comme Flatland"

Cette fois, Parabella sortit de ses gonds. "Vous et votre pensée planaire !" cria-t-elle, et elle fondit en larmes. Pendant qu'elle pleurait, la Fée Polaire apparut.

"Sèche tes larmes, Parabella, je viens te donner quelques habits polaires et ainsi tu ressembleras à tes soeurs. Tu verras aussi que tu es bien entre elles comme dans ton rêve. Je vais aussi vous donner une Directrix à chacune".

La Fée Polaire tint parole et bientôt les trois soeurs furent vêtues de leurs habits polaires.



La seule différence entre elles était que :

- pour Elli : $e < 1$
- pour Parabella : $e = 1$
- pour Hyp : $e > 1$

Les soeurs aînées finirent par reconnaître qu'elles partageaient toutes des propriétés semblables.

Parabella fut ravie, et elle vécut heureuse pour toujours.

FIN.

BIBLIOGRAPHIE.

- Edwin ABBOTT. Flatland. 2ème édition. (Le livre qui provoque le rêve de Parabella).
- Donald ESBENSHADE Jr. "Adding Dimensions to Flatland : A novel approach to Geometry". Mathem.Teacher 73. Février 1983.
- Richard GALBRAITH "Mr.Normal Parabola". Mathem.Teacher. Vol. 71 n°1, Janvier 1978.
- C. Stanley OGILVY, Excursions in Geometry. N.Y. : Oxford University Press 1969.
- A. BOUVIER et M. GEORGE, "Appolonius de Perge", In : Dictionnaire des Mathématiques. PUF 1979.
- L'audio-visuel interactif "Planivers". Actes du colloque audio-visuel et informatique. IREM d'Orléans 1984.



Comment tracer la parallèle à une droite ?

J-P GUICHARD * Parthenay

Dans le *PLOT-matériel systèmes articulés*, vous avez pu lire combien il était difficile de tracer un segment de droite qui soit réellement "droit" ou de s'assurer qu'une règle était droite. Jean-Paul Guichard décrit ici différentes méthodes pour appliquer le 5^e postulat d'Euclide : dans le plan, par un point, passé et une seule droite parallèle à une droite donnée.

I. LA SITUATION SCOLAIRE.

Cette question peut paraître impertinente puisque sa réponse figure dans tous les manuels de 6^e. La construction classique est celle que l'on trouve par exemple à la page 131 du Delagrave de 6^e (1977) :

III. Tracé de parallèles.

1. Tracer une parallèle quelconque à une droite donnée.

Principe essentiel : "Place toujours ton équerre avant la règle".

2. Tracer une parallèle à une droite donnée par un point A donné.

Le principe est le même : tu places ton équerre comme dans la figure 8, tu places ensuite ta règle comme dans la figure 9 mais tu fais glisser ton équerre jusqu'à ce que le point A soit sur le bon côté (a si c'est le choix de la figure 8). Il est possible que plusieurs essais soient nécessaires si le point A ne se trouve pas sur le côté a. Il te faudra peut-être tout recommencer avec un autre côté de l'équerre ou même prolonger le tracé de la droite (D) avant de manipuler les instruments afin de placer l'équerre sur une autre partie du tracé de la droite.

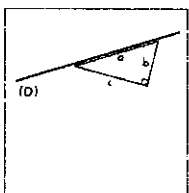


Fig. 8.

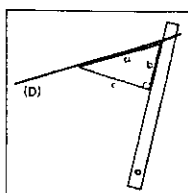


Fig. 9.

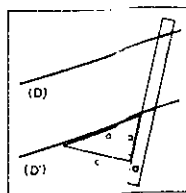


Fig. 10.

Figure 8 : Prends ton équerre et place l'un de ses côtés le long de la droite (D) : le côté a par exemple.

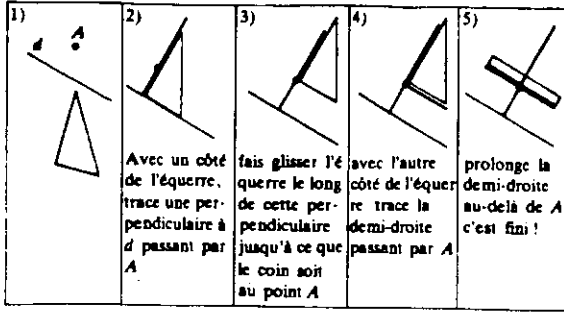
Figure 9 : Prends ta règle et place-la le long d'un autre côté de l'équerre. Si tu avais choisi le côté a, prends le côté b par exemple.

Figure 10 : Fais glisser ton équerre le long de la règle qui doit rester immobile. Trace alors une partie de la droite (D') le long du côté a de l'équerre. Attention, ne prends pas un côté de l'équerre autre que a choisi à la figure 8.

Tu peux ensuite prolonger le tracé de la droite (D') à l'aide d'une règle.

Cette construction, basée sur le lien intuitif parallèle-translation est loin d'être commode. Maintenir fixe une règle, faire glisser une équerre, maintenir le tout fixe d'une main et de l'autre tracer un trait, tout cela n'est pas toujours facile pour l'élève (et pour le professeur non plus lorsqu'il est au tableau avec ses instruments !). En plus s'il faut faire passer la parallèle par un point donné, il faut souvent recommencer. Fait rare, le manuel cité à l'honnêteté de le dire. C'est peut être ce qui a amené certains manuels à simplifier cette construction en n'utilisant plus qu'un instrument à la fois. Voici la construction proposée dans le Cedec de 6^e (1981) à la page 113 :

• SAVOIR dessiner la droite parallèle à une droite d donnée et contenant un point A donné



Evidemment les deux bords d'une règle sont parallèles. Mais tu n'as pas alors le choix de l'écartement entre les deux parallèles.



Il en existe aussi ayant la forme d'une équerre $30^\circ - 60^\circ$ et donc plus grands. Quels sont les avantages de cet instrument ?

II. DU NOUVEAU : UN INSTRUMENT UNIVERSEL.

Pourquoi tout ce matériel et tant de complications alors qu'il existe un instrument ingénieux, mais bien méconnu, que m'a fait découvrir, il y a quelques années déjà, mon collègue James Touillet bien connu des lecteurs du PLOT. Si cette sorte d'équerre en plastique transparent est un outil universel, son nom en français ne l'est pas : nous l'appelons un tracé-parallèle. Il est commercialisé par plusieurs marques, la plupart allemandes ; son nom germanique est : Geodreieck ou Géométrie-Dreieck. Voici la copie de l'un d'eux en grandeur réelle :

1. Il est économique : il ne coûte pas cher (moins de 10 F) et remplace l'équerre, le rapporteur et la règle. Le modèle présenté est vendu dans une pochette qui peut être collée à l'intérieur d'un cahier et donc il a ainsi plus de chance de n'être pas oublié.
2. Il est robuste : presque inusable de par sa conception même. En effet les seuls points faibles, les trois angles, peuvent être cassés, sans que cela entrave les tracés, ce qui se comprendra grâce au paragraphe suivant.
3. Il est polyvalent.
 - a) Tracé des parallèles directement grâce aux parallèles et graduations matérialisées dans son corps. (Fig.1)

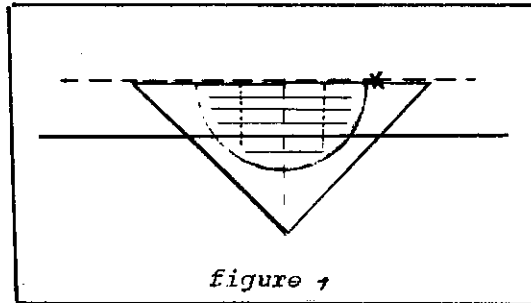
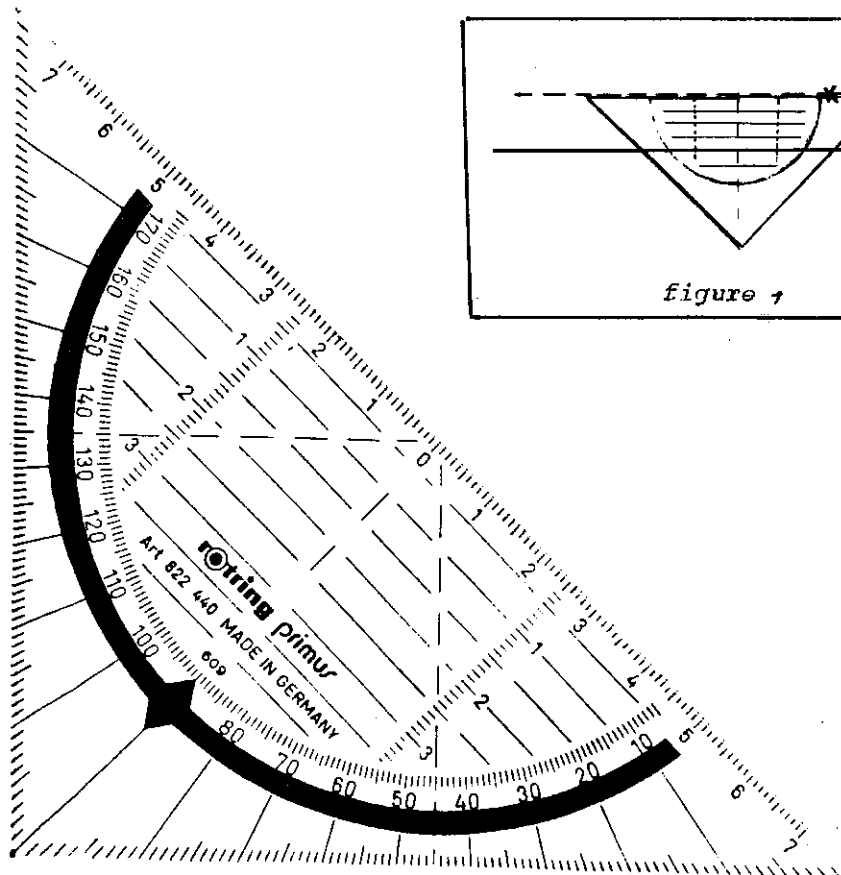


figure 1

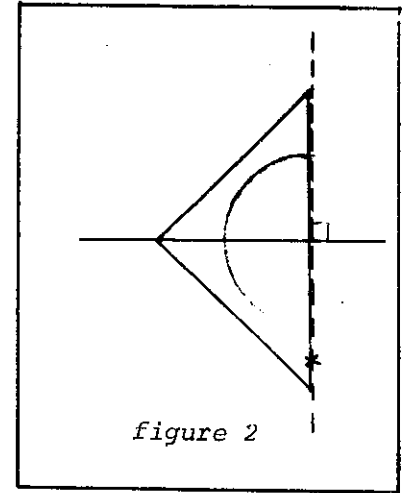


figure 2

- b) Trace des perpendiculaires grâce à son axe (ou à une perpendiculaire à son hypoténuse) matérialisé, et non pas en utilisant l'angle droit de l'équerre. Cela a l'avantage de tracer la perpendiculaire d'un seul trait, et d'avoir un tracé "franc" de l'angle droit (Fig.2)

c) Permet de mesurer des longueurs et de tracer la symétrie d'un point (ou de déterminer métriquement le milieu d'un segment) grâce à sa graduation symétrique le long de l'hypoténuse.

d) Permet de tracer (ou de mesurer) des angles grâce à son rapporteur incorporé. Sur le modèle reproduit, les graduations sont reportées sur le bord (bel exemple de graduation non "régulière"), mais ce n'est pas le cas sur tous les modèles car en fait on l'utilise de façon à tracer directement le deuxième côté de l'angle (Fig. 3) et non en deux temps comme avec un rapporteur usuel. De plus, plus de problème avec le centre du rapporteur.

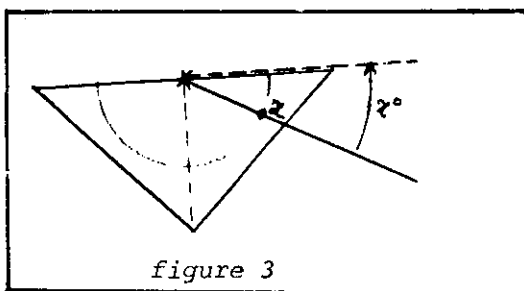


figure 3

e) Et peut être d'autres usages que vous découvrirez...

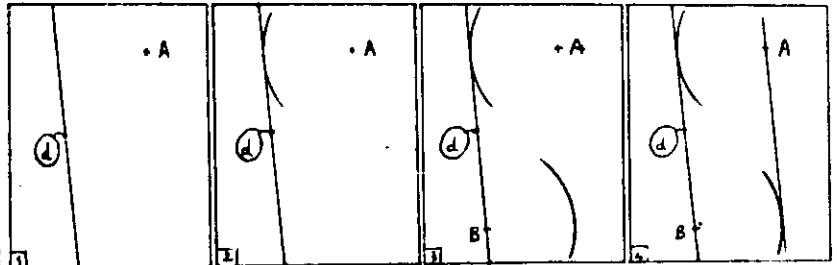
Pour finir disons que dans notre collège nous en avons une dizaine dans l'armoire de maths ; ce qui permet le cas échéant, de pallier quelques oublis. Donc pour moi, fini tout le matériel de géométrie dont il manque toujours un morceau ; il suffit juste d'avoir toujours avec soi deux instruments seulement : son Compas et tracé parallèles. Deux instruments merveilleux à posséder et à utiliser.

3. Des réponses venues d'ailleurs.

Si le tracé des parallèles est grandement simplifié par le "Geodreieck", comment faire en utilisant seulement le compas, et une règle ?

1) Les lecteurs assidus des brochures de l'APM se rappellent sans doute une construction approchée ; celle qu'utilisent les chaudronniers et qui figure dans la brochure n° 22 : Géométrie au premier cycle. Tome II. p.296 :

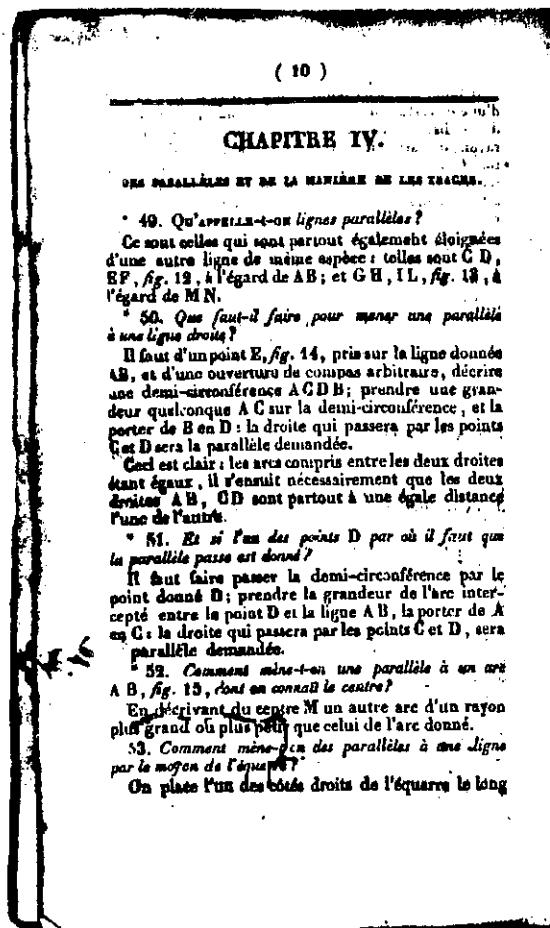
ils piquent leur compas sur A et tracent le cercle de centre A tangent à la droite d ; puis, sans changer l'ouverture du compas, ils le piquent en un point B de d , le plus loin possible du point de contact du cercle et de la droite, et tracent le cercle de centre B (et de même rayon que le précédent) ; enfin, ils tracent à l'aide d'un réglet et d'une pointe traçante "la" tangente (*) du point A à ce dernier cercle.



(*) Les guillemets sont mis pour faire plaisir aux rigoristes qui feront remarquer qu'il existe deux tangentes de A au cercle de centre B. On ne m'a jamais signalé le cas d'un chaudronnier qui se serait trompé de tangente !

La suite de l'article de Gagnaire est très intéressante est fort instructive !

2) Voici maintenant une construction exacte donnée au chapitre IV (§ 50-51) d'un Abrégé de Géométrie Pratique appliquée au Dessin linéaire, au Toisé et au Lever des Plans. (21è édit. 1852), livre qui m'a été aimablement prêté par J.P.BEGUIER du Lycée de Parthenay.



CHAPITRE IV

Des parallèles et de la manière de les tracer.

49. Qu'appelle-t-on parallèles ?

Ce sont celles qui sont partout également éloignées d'une autre ligne de même espèce : telles sont CD, EF, fig.12, à l'égard de AB ; et GH, IL, Fig.13, à l'égard de MN.

50. Que faut-il faire pour mener une parallèle à une ligne droite ?

Il faut d'un point E, fig.14, pris sur la ligne donnée AB, et d'une ouverture de compas arbitraire, décrire une demi-circonférence ACDB ; prendre une grandeur quelconque AC sur la demi-circonférence, et la porter de B en D : la droite qui passera par les points C et D sera la parallèle demandée.

Ceci est clair : les arcs compris entre les deux droites étant égaux, il s'ensuit nécessairement que les deux droites AB, CD sont partout à une égale distance l'une de l'autre.

51. Et si l'un des points D par où il faut que la parallèle passe est donné ?

Il faut faire passer la demi-circonférence par le point donné D ; prendre la grandeur de l'arc intercepté entre le point D ; prendre la grandeur de l'arc intercepté entre le point D et la ligne AB, la porter de A en C : la droite qui passera par les points C et D, sera la parallèle demandée.

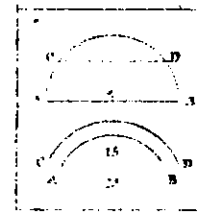
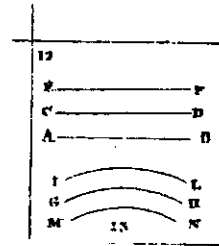
52. Comment mène-t-on une parallèle à un arc AB, fig. 15, dont on connaît le centre ?

En décrivant du centre M un autre arc d'un rayon plus grand ou plus petit que celui de l'arc donné.

53. Comment mène-t-on des parallèles à une ligne par le moyen de l'équerre ?

On place l'un des côtés droits de l'équerre le long

figures extraites de la fin de l'ouvrage



L'ouvrage entier est présenté sous forme de 436 questions. Celles marquées d'un astérisque sont celles qui devront être sues des élèves. On peut remarquer que la construction des parallèles avec l'équerre, dernière question du chapitre IV, ne comporte pas d'astérisque. Aussi je pose la question : quelle(s) construction(s) apprendre à nos élèves et pourquoi ?

Pour finir je propose à ceux qui connaissent d'autres constructions d'une parallèle à une droite de rédiger une suite à cet article.

Mots croisés - Solution

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I	G	R	A	D	U	A	T	I	O	N	S
II	R	A	C	I	N	E	/	N	I	E	E
III	A	D	N	/	I	D	E	A	L	/	R
IV	V	I	E	/	C	E	N	T	/	S	I
V	i	C	/	P	I	/	T	R	A	C	E
VI	T	A	C	O	T	/	R	/	R	A	S
VII	E	L	U	/	E	L	E	V	E	S	/

GEOMETRIE de l'espace en 5^e

Michel LABROUSSE - Limoges

En règle générale, il n'y a pas ou peu d'intermédiaire entre un vif intérêt ou un ennui profond, de la part des élèves, pour la géométrie dans l'espace. Certains élèves, par ailleurs faibles en mathématiques, peuvent "accrocher", soit parce qu'il n'y a besoin d'aucun prérequis, soit parce qu'ils ont une bonne perception de l'espace, soit ...

Pour les élèves, à priori, la géométrie de l'espace reste un peu mystérieuse et "c'est dur", en particulier le calcul des volumes.

Dans ce qui suit je précise que je ne prétends à aucune originalité.

Pour une plus grande clarté, j'ai partagé le contenu en trois parties, mais il y a des interférences continuelles entre ces parties et on peut permuter la première et la deuxième :

- 1) Plans-droites-points
- 2) Solides
- 3) Volumes.

J'ai consacré cette année tout le troisième trimestre, à raison de 2 heures par semaine, à la géométrie dans l'espace, ce qui donne un total d'une vingtaine d'heures, avec le découpage approximatif suivant :

- 8 heures pour le 1
- 4 heures pour le 2
- 8 heures pour le 3.

Il est impossible de traiter entièrement et en détail tout ce que contient (ou peut contenir) le programme à moins d'introduire un déséquilibre par rapport au reste du programme de géométrie.

Selon les années, l'humeur du professeur et les réactions des classes, j'insiste plus particulièrement sur l'une des parties.

Par exemple, cette année, la classe ayant eu des difficultés à digérer la première partie, j'ai consacré plus de temps aux solides et surtout aux volumes et ont été approfondis les deux points suivants :



- Notion de plan horizontal.

(Relativité de cette notion, plan tangent à la "sphère" terrestre, variation du plan horizontal selon la latitude verticale...). Plan vertical, droites horizontales et verticales.

Travail de réflexion à partir de petites questions sur le modèle suivant :

"Par un point donné, combien passe-t-il de droites horizontales ? de plans horizontaux ? Même question avec deux, puis trois points", etc....

Chaque situation doit être décrite par un ou plusieurs dessins.

- Dessins, en perspective, des solides usuels, vus sous plusieurs angles ou faces.

Voici le détail du plan suivi, mais je répète que l'exposé n'est pas entièrement linéaire.



Chapitre 1.

PLANS ET DROITES.

1. Introduction.

- 1) Présentation de l'espace dans lequel on vit, objets usuels
- 2) Fabrication d'un patron de cube qui va servir de référence pour toute la suite.

Vocabulaire et correspondance :

points → sommets
droites → arêtes
plans → faces.

2. Plans.

- 1) Comment définir un plan (analogie avec une droite en dimension 2, exemple de trépiéd)
- 2) Plans sécants, parallèles - Intersection de deux plans,
- 3) Plans perpendiculaires
- 4) Plans horizontaux et verticaux.

Pour chaque situation, on se sert du cube référence. D'autre part, je distribue une fiche contenant des modèles de patrons de solides (voir par exemple, livre de 5^e Cedic). On se sert de ces solides également pour matérialiser les situations.

3. Droites.

1) Droites sécantes, parallèles.

Deux droites parallèles doivent être coplanaires : "justification" ou "démonstration" à l'aide d'un contre-exemple ne conservant pas la transitivité de la relation "est parallèle à".

2) Droites horizontales, verticales.

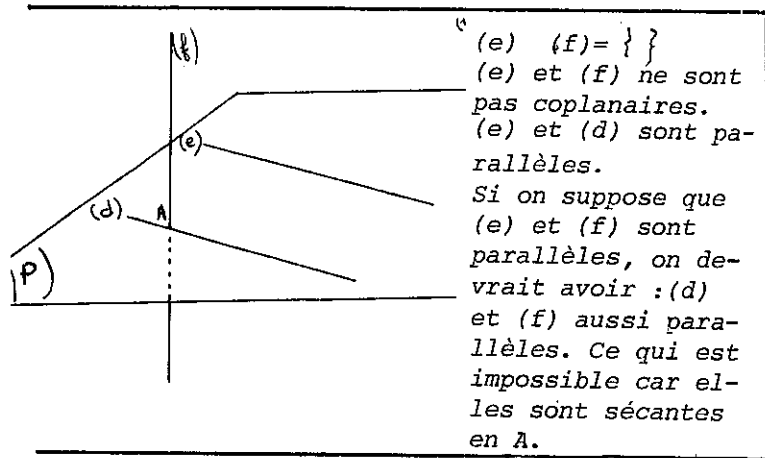
4. Plans et droites.

1) Positions relatives.

(Tri selon le nombre de points communs)

2) Droite et plan perpendiculaires

Si une droite est perpendiculaire à un plan, la droite est perpendiculaire à toutes les droites du plan passant par le point d'intersection.



Chapitre 2.

SOLIDES.

1. Construction de solides à partir de patrons, représentation en perspective de ces solides

Solides usuels, solides de révolutions, solides et/ou polyèdres "moins connus" selon la demande ou les trouvailles de chacun.

2. Sphère.

- Sphère terrestre et repérage (non abordé cette année)
- Plan tangent à une sphère (plan de l'horizon par exemple, ...)
- Grands cercles, petits cercles.

Chapitre 3.

VOLUMES

1. Unités de volume, conversions, unités de capacité.

2. Volumes classiques - Exercices.

Les applications (masses volumiques, débit) n'ont pas été prises en compte dans l'horaire de la géométrie.

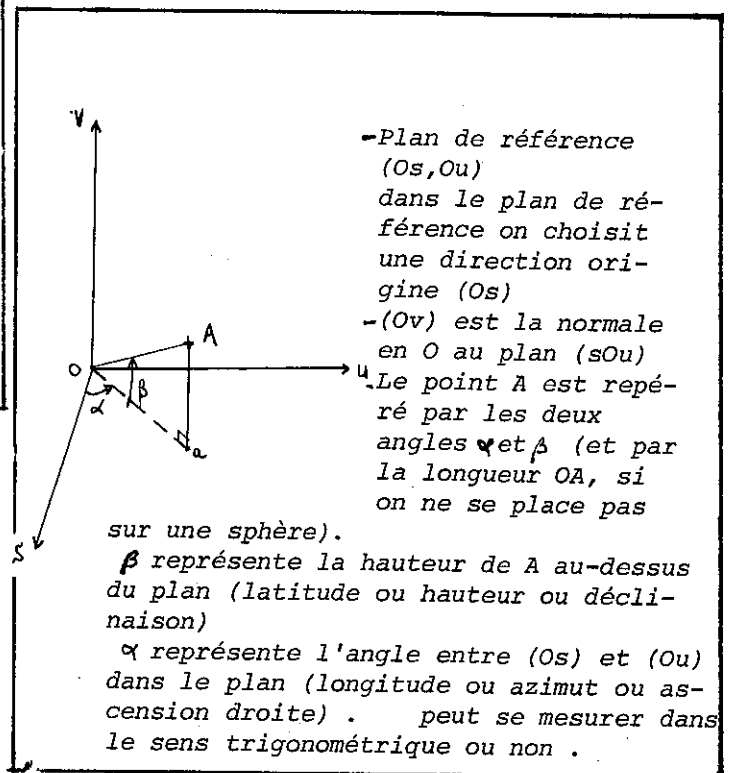
Annexe.

Repérage dans l'espace.

L'activité que je propose ci-après n'a pas été expérimentée en classe de 5^e mais avec des élèves de début de 4^e et dans le cadre d'un club d'astronomie⁽¹⁾. Le matériel requis est une boîte parallélépipédique sans couvercle (boîtes d'allumettes, chaussures, etc...) dans laquelle on pique des épingles. Le but est de repérer la tête de l'épingle, considérée comme point, par rapport à un sommet de la boîte pris comme origine.

Cela mène à deux types de coordonnées :

- Coordonnées cartésiennes
- Coordonnées sphériques.



Lors de l'expérimentation dans le cadre du club d'astronomie, nous avons tout de suite abandonné les coordonnées cartésiennes qui n'ont pas d'intérêt pour le repérage astronomique.

L'application d'un tel exercice, si l'on ne veut pas arriver aux coordonnées astronomiques, est le repérage sur la Terre (latitude, longitude).

- (1) Les élèves étaient volontaires donc motivés et il y en avait une vingtaine.

NB. Il va de soi que l'utilisation des "Polyèdres, numérotés spéciaux un et deux de PLOT" rend les plus grands services pour les solides !

PRÉSENCE D'ÉVARISTE GALOIS 1811 - 1832

Une publication A.P.M.E.P.
consacrée à l'un des mathématiciens le plus incompris de son époque
et dont les idées ont pourtant profondément marqué
l'évolution de la science

56 pages

dans un format exceptionnel : 21 × 29,7
illustrées de reproductions photographiques de pages manuscrites
d'Evariste Galois.



Prix : 45 F

Prix port compris : 51 F

Adressez-vous à une
Régionale APM

Né le 25 octobre 1811 à Bourg-la-Reine, Evariste Galois mourut des
suites d'un duel le 31 mai 1832, il y a donc tout juste cent cinquante ans...

SOMMAIRE

- G. WALUSINSKI — *Evariste Galois et nous.*
- R. TATON — *Evariste Galois et ses contemporains*, suivi d'une bibliographie complète et de 16 documents.
- A. DAHAN — *L'œuvre algébrique d'Evariste Galois.*
- J. DIEUDONNÉ — *L'influence de Galois.*
- D. GUY — *"Mathématiques en fête"* au Collège et Lycée R. Rolland d'Argenteuil.

REABONNEZ - VOUS pour 1985

et faites réabonner votre C.D.I.

Pour vous réabonner au journal **plot** et souscrire à ses 2 suppléments, utilisez la fiche ci-dessous :

Abonnement 1985 et Souscription au journal **PLOT**

Nom et Prénom :

Adresse complète :

Code Postal et Ville

Numéro d'abonné :

Première formule

Je m'abonne aux 4 numéros du PLOT pour 1985.

Deuxième formule

Je m'abonne aux 4 numéros du PLOT ET je souscris aux 2 suppléments-matériels de l'année sur SYMETRIES et PAVAGES

Tarif normal

Membres de l'APM résidant en France

55 F	OU	45 F
+		+
45 F		35 F

Seuls les abonnés au journal peuvent souscrire aux 2 suppléments.

Montant du règlement :

OU

Si vous êtes des académies de Poitiers et Limoges réabonnez-vous auprès de votre régionale APMEP.

Sinon envoyez le chèque et la fiche à l'ordre de : CCP La Source n° 14 4009 X

APMEP D'Orléans-Tours
Université - IREM
45046 ORLEANS Cedex

REGIONALE D'ORLEANS-TOURS

CCP : LA SOURCE 1440 09 X

Siège Social : IREM, Université - 45046 ORLEANS Cedex (38) 63.22.16
Président : André GAGNEUX, 14 rue de la Tour de Bau - 18400 ST.FLORENT (48) 55.22.36
Vice Présidents : Jacques PINAUD, 4, rue de la Tuilerie, Chambléan-Garnay - 28500 VERNOUILLET (37) 46.82.82
: Jean-Claude SACHET, 2 route du Vallon, St.Gemme Mononval - 28500 VERNOUILLET (37) 43.72.15
Relations avec le National : Pascal MONSELLIER, 153 rue du faubourg St.Vincent - 45000 ORLEANS (38) 54.42.69
Trésorier : Joëlle PROVOST, 12bis rue des Coupances - 18230 ST.DOULCHARD (48) 70.14.97
Trésorier adjoint : André DUTHILLEUL, 13, rue du Domaine - 37300 JOUE LES TOURS (47) 27.75.74
Secrétaire : Patrick MARTHE, 15 rue Berthollet - 45100 ORLEANS (38) 63.12.83
Secrétaire 1er cycle : Henri ARACIL, IREM, Université d'Orléans, 45046 ORLEANS Cedex
Secrétaire 2nd cycle : Jacques PINAUD
Secrétaire LEP : Annie GAVOIS, "Les Girardières" - 37300 JOUE LES TOURS (47) 53.40.67
Secrétaire Formation Continue : Geneviève MARGOT, 2 rue Reculée, Cidex 571 - 41350 VINEUIL (54) 20.53.77

Autres membres du Comité Régional.

Gérard CHAUVAT : 31, rue Albert Camus - 37300 JOUE LES TOURS (47) 28.15.18
Michel DARCHÉ : 1, rue Albert Laville - 45000 ORLEANS (38) 62.22.85
Dominique DESNOYER : 10, rue du 19 mars 1962 - 36200 ST. MARCEL (54) 24.39.99
Daniel MARCHAND : Fonfurat - 36200 ARGENTON S/CREUSE (54) 24.19.85
Michel MIRAULT : 5, rue Michel de Montaigne - 45100 ORLEANS (38) 69.19.17
Pierre NURY : "Ville Greuil", St. Roch - 37390 LA MEMBROLLE (47) 41.07.88
Dominique PION : 45, rue du Bourdon Blanc, 45000 ORLEANS (38) 53.56.59

Siège Social : IREM, 123, rue Albert-Thomas, 87060 LIMOGES Cedex (55) 79.46.22
Présidente : Jeanne ROUGIER, 35, avenue de la Vienne, 87170 ISLE (55) 50.25.00
Vice-Présidents :
 Corrèze : Marcel BOUTEILLER, 7bis, avenue du Prés. Roosevelt, 19100 BRIVE (55) 74.20.11
 Creuse : Jean-Denis BOURCY, Peyrat la Nonière, 23130 CHENERAILLES (55) 62.35.19
 Hte-Vienne : Jean-Louis NICOLAS, 8bis, Cours Jean Pénicaud, 87000 LIMOGES (55) 34.29.37
Secrétaire : Bernard FELDMAN, 59, rue de Beaupuy, 87100 LIMOGES (55) 77.47.50
Secrétaire Adjointe : Marie-José PESTEL, 53, rue du 4 septembre, 87100 LIMOGES (55) 37.96.58
Trésorière : Noëlle VIGIER, 29, rue du Puy Las Rodas, 87000 LIMOGES (55) 01.84.47
Brochures : Marie-Joseph ROBIN, rue Marx Dormoy, 87350 PANAZOL (55) 30.12.71

Responsable des Commissions

Elémentaire : Robert CATHALFAUD, 20 allée Villagory, 87000 LIMOGES (55) 30.58.56
Liaison CM, 6ème : Roger CREPIN, 94, avenue Locarno, 87000 LIMOGES (55) 33.46.68
1er cycle : Michel LACOTTE, 6, avenue René Coty, 87100 LIMOGES (55) 01.31.61
2ème cycle : Simone TOULET, 37, rue A. Tixier, 87100 LIMOGES (55) 77.68.77
LEP : Marie-José PESTEL
 : Jean-Claude ROUGIER, 35, avenue de la Vienne, 87170 ISLE (55) 50.25.00
Liaison secondaire-Post : Claude MORIN, 18, Domaine de la Garde, 87100 LIMOGES
Baccalauréat : Jean-Claude NICOLAS
Liaison Interdisciplinaire : Jean-Claude ROUGIER
Formation des Adultes et format. des Maîtres : Jésus EZQUERRA, La Roche, 87700 ST.VRIETX S/AIXE (55) 03.84.58
 : Noëlle VIGIER
Informatique : Bernard DUVEAU, 4, rue E. Leroy, 87500 ST.VRIETX (55) 75.07.32
PLOT : Roger CREPIN
C.A. de l'IREM : Jean-Claude ROUGIER.

REGIONALE DE POITIERS

CCP : BORDEAUX 3852 59 D

Siège Social : CRDP, 6, rue Ste.Catherine, 86034 POITIERS
Président : J.BOROWCZYK, 3, rue de Provence, 86000 POITIERS (49) 47.71.27
Secrétaire : M.H. CHAUSSEAU, 14, rue Maurice Bedel, 86100 CHATELLERAULT (49) 21.84.51
Trésorier : Dominique PORTE, 10, rue des Grands Chènes, 86280 ST.BENOIT (49) 88.43.87
Brochures : Colette BLOCH, 138, rue de la Mérigotte, 86000 POITIERS (49) 01.15.27

Secrétaires des Départementales

16 : R.CASES, Le Bourg de Monjeau, 16240 VILLEFAGNAN
 17 : D. DAVIAUD, 12, rue des Acacias, 17500 JONZAC (46) 48.27.01
 79 : J.P. GUICHARD, Le Chemin vert, Boisvert, Le Tallud, 79200 PARTHENAY (49) 64.21.32
 Adjoint : J.P. SICRE, 7bis, rue Rougier, 79000 NIORT.
 86 : L.M. BONNEVAL, 12, Bld Solferino, 86000 POITIERS (49) 41.42.19

Responsables des Commissions

Elémentaire : J. BELLICAUD, 28, La Dinière, 86180 BUXEROLLES (49) 61.00.44
1er cycle : D. GAUD, rue des Lourdines, 86440 MIGNE-AUXANCES (49) 54.45.43
2è cycle : Y. JOVEUX, 23, rue de l'Estuaire, Semussac 17120 COZES
 J.L. RENAUD, 39, allée des mimosas, 86200 LOUDUN
 P. CHEVRIER, 23, rue Valentin Haiiy, 79000 NIORT (49) 28-14-11
Technique : M. FOURNIER, 10, avenue de Terrefort, 17100 SAINTES (46) 93.28.74
Informatique : G.BONNEFOND, MANDEGALT, MELLERAN, 79190 SAUZE VAUSSALS (49) 29.81.65
 D. DAVIAUD, 12, rue des Acacias, 17500 JONZAC / et Le Studel 487, 86000 POITIERS
Jeux : G. BORTON, 12, rue Edouard Grimaud, 86000 POITIERS
Publications Régionales : S.PARPAY - Comité de lecture : C.BLOCH, D.DAVIAUD
 J.P. SICRE, 7bis, rue Rougier, 79000 NIORT
Gestion du fichier : D. PORTE
Sujets d'examen : G. BORTON, 12, rue E.Grimaud, 86000 POITIERS (49) 01.77.84
Supérieur et Formation Continue :
 : C. BLOCH, 138, rue de la Merigotte, 86000 POITIERS (49) 01.15.27
 : S. PARPAY, 12, rue Rougier, 79000 NIORT (49) 24.51.70
Représentant de l'APM au Conseil de Gestion de l'IREM : G. BORTON (suppléant : BONNEVAL)
Autres membres du Comité Régional :
 : J. FROMENTIN, 17, rue de la Rousille, 79000 NIORT (49) 73.43.48
 : G.DESINFANT, St.Gelais, 79410 ECHIRE (49) 75.01.38.