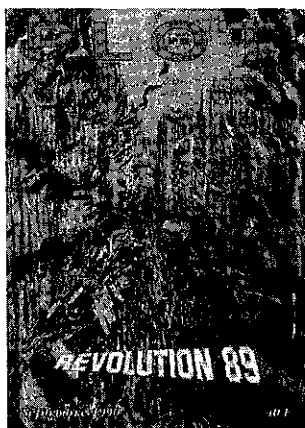




Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction

Jacques Borowczyk,
Daniel Boutté, Gérard Chauvat,
Jacqueline Collet, Roger Crépin,
Luce Dossat, René Gauthier,
Georges le Nezet, Ginette Mison,
Serge Parpay, Raymond Torrent,
Michel Mirault, René Metregiste.

Rédaction

Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat

Madeleine Schlienger

Ventes

Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité

Pascal Monsellier

Abonnements

PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement

100 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 80 F.
Abonnement étranger : 120 F.

**Photocomposition
et maquette**

Techniques Graphiques du Futur
Limoges

Photogravure et impression

Fabrègue - Limoges

Commission paritaire

63181 - ISSN 0397-7471

Editeur

Associations régionales
de l'APMEP de Poitiers,
Limoges, Orléans-Tours,
Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse
Brest, Caen, Clermont-Ferrand et
La Réunion

Diffusion

Adecum (Association pour le
développement de l'enseignement
et de la culture mathématique).

Publié avec le concours

du Centre National des Lettres et
du Ministère de la Coopération

SOMMAIRE

- Editorial	01
- La méridienne - M.F. Jozeau - Luzarches	02
- Voyage aux sources des mathématiques - Jean Sauvy - Meudon	07
- Des objets mentaux «Aire» et «Volume» au calcul des primitives - Maggy Schneider - Namur	09
- La machine peut-elle démontrer ? - Hervé Lehning - Paris	11
- Enseignement aux déficients visuels - Françoise Magna - Paris	13
- Faire des maths autrement - Mison, Guichard, Gauthier - Lyon	14
- Enchaînement dynamique de quelques situations didactiques - Annie Berté - Bordeaux	15
- Pour une éducation non sexiste	20
- La descriptive - Aimé Vogt - Dijon	25
- La naissance du mètre étalon - André Belet - Rodez	26
- Les références au concret dans les discours sur les mathématiques - Chantal Demonque - Versailles	29
- Pour un véritable statut du dessin en géométrie de l'espace - Bernard Parzysz - Paris VII	32
- Géométrie mathématique - Sylviane Gasquet - Grenoble	36
- Europe et enseignement des maths - Richard Cabassut - Saarbrücken	40
- Le «débat scientifique» en situation de coups - Legrand, Capponi, Dubreuil, Pintard - Grenoble	44
- Info - dernières	48

EDITORIAL

D'une révolution à l'autre

Ce numéro, ainsi qu'une partie du suivant, rend compte des journées nationales de l'APMEP qui se sont déroulées à Paris en octobre 89 sur le thème :

MATHEMATIQUES EN REVOLUTION.

Avec le recul, on constate qu'une large part y a été donnée aux aspects sociaux du métier d'enseignant et à «celui» d'élève en mathématique.

Ces préoccupations semblent recouper l'actualité : le métier d'enseignant change, surtout en sciences.

Trois raisons nouvelles à cela :

- Une formation continue gérée plus «globalement» par les MAFPEN,
- Une formation initiale définie dans chaque région par les futurs IUFM,
- Et surtout, comme le dit le rapport du CNRS que vous lirez dans le prochain numéro : une croissance exponentielle des savoirs scientifiques de base qui nécessite une révision des buts et des méthodes du système éducatif.

Les prochaines journées nationales de l'APMEP en avril 91 en Guadeloupe proposeront de réfléchir à l'une des voies de cette révision, le thème :

POPULARISATION DES MATHEMATIQUES.

LA MERIDIENNE

M.F JOZEAU - Luzarches .

FAIRE REVIVRE AUX ELEVES UNE GRANDE AVENTURE

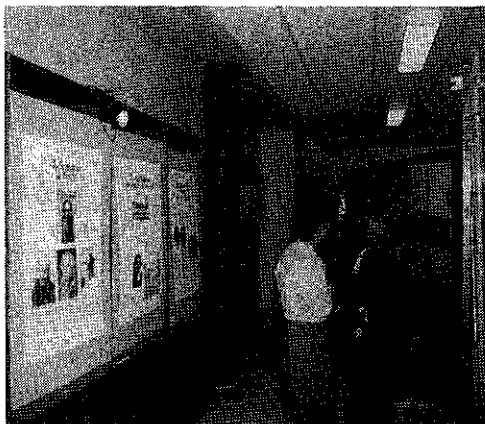
***Le 25 juin 1792,
DELAMBRE ET MECHAIN
partent chacun de leur côté,
l'un vers le Sud,
l'autre vers le Nord.***

***Le but de l'expédition est de mesurer un arc
de méridien afin de déterminer le METRE.***

Ce thème a jalonné le cours de trigonométrie, ainsi que l'étude de la sphère, dans une classe de 1° S.

On trouvera ci-dessous un aperçu de ce travail; il fut réalisé en demi-groupes sous forme de travaux dirigés; les activités proposées aux élèves sont construites à partir de documents originaux.

L'exposition «1789, VU SOUS UN AUTRE ANGLE», fruit du travail d'élèves du lycée de Luzarches fut montrée à la population



et aux scolaires de la région à l'occasion des fêtes du Bicentenaire de la Révolution à Luzarches.

Dans le cadre de cette étude, les élèves de 2E et de 1S du lycée Gérard de Nerval de Luzarches ont également participé à l'opération : «1 000 personnes sur les traces de Delambre et Méchain, avec l'IGN, entre Dunkerque et Barcelone», réalisée par Denis Guedj du 16 mai au 13 juin 1989.

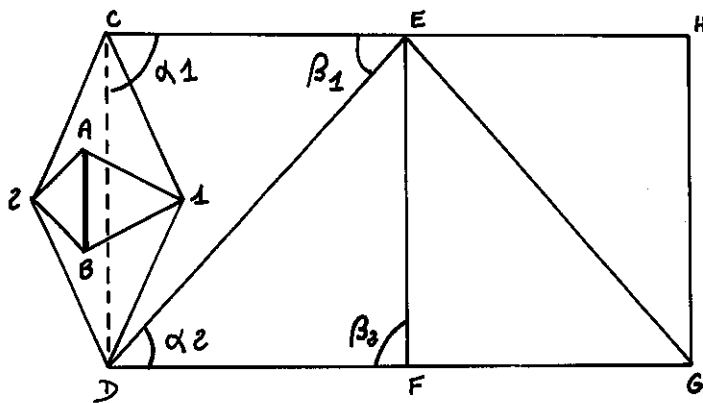
METHODE UTILISEE : PRINCIPE DE TRIANGULATION

Cette méthode est inventée et appliquée en 1617 par le savant hollandais SNELLIUS.

L'ossature d'un réseau est constituée par des chaînes de triangles. Une chaîne est formée par des triangles successifs accolés dont on mesure tous les angles. Les chaînes sont dirigées nord-sud ou est-ouest. Mais la mesure de tous les angles ne donne que la forme de la chaîne (2). Il faut de plus, pour obtenir les côtés des triangles, mesurer une longueur que l'on appelle la BASE.



Avant-première au lycée Gérard-de-Nerval, en avril, de l'exposition que le Syndicat d'Initiative présentera dans le cadre des fêtes du Bicentenaire : elle comporte une collection d'affiches didactiques sur les grands savants de la fin du XVIIIe siècle, des ouvrages de bibliophilie scientifique et des travaux d'élèves. Elle est due à l'initiative de Mme Jozeau, professeur de mathématiques. (Clichés Photo-Club de Luzarches).



AB est la base

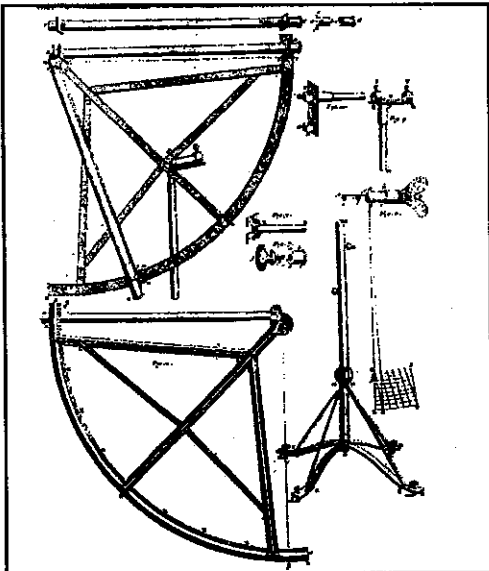
$$ED = CD \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1}$$

$$EF = \frac{ED \sin \alpha_2}{\sin \beta_2}$$

$$= CD \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2}{\sin \beta_1 \sin \beta_2}$$

$$GH = \frac{i = 1 \sin \alpha_1}{i = 1 \sin \beta_1}$$

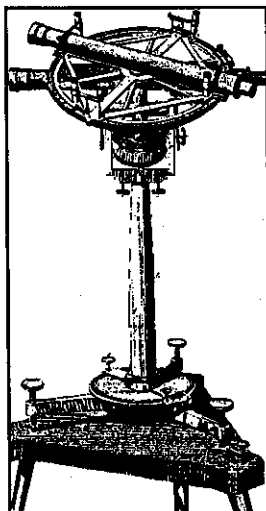
Les sommets des triangles sont des points élevés (tours, clochers, pics montagneux, repères géodésiques...).
Suivant les époques, les appareils de visée changent :



quart de cercle
Jacques Cassini, dit Cassini II, *De la Grandeur et de la Figure de la Terre* in HARS pour 1718, 1720. Planche I.

Source : figure de la terre Lacombe et Castahel - Gauthier Villars

cercle répétiteur

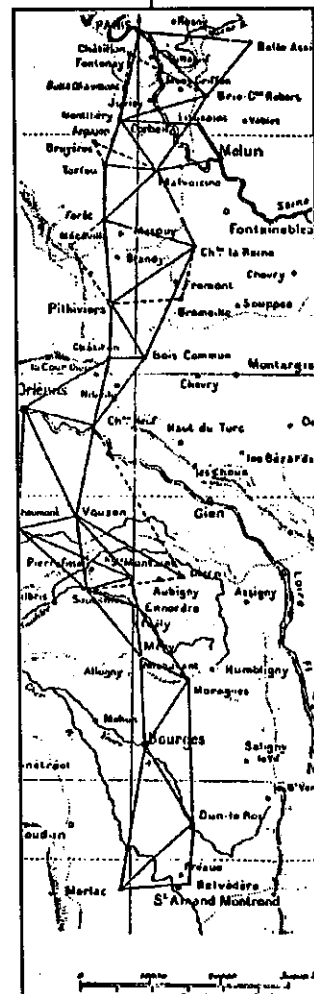
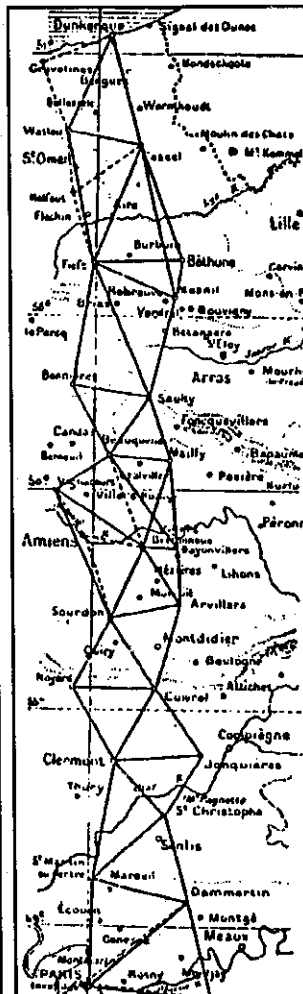


Source : une mesure révolutionnaire :
le mètre - Observatoire de Paris

Les mesures sont de plus en plus précises mais le principe permettant d'établir un réseau géodésique est resté le même. En 1957, le lancement de Spoutnik 1 ouvre l'ère de la géodésie spatiale.



théodolithe...

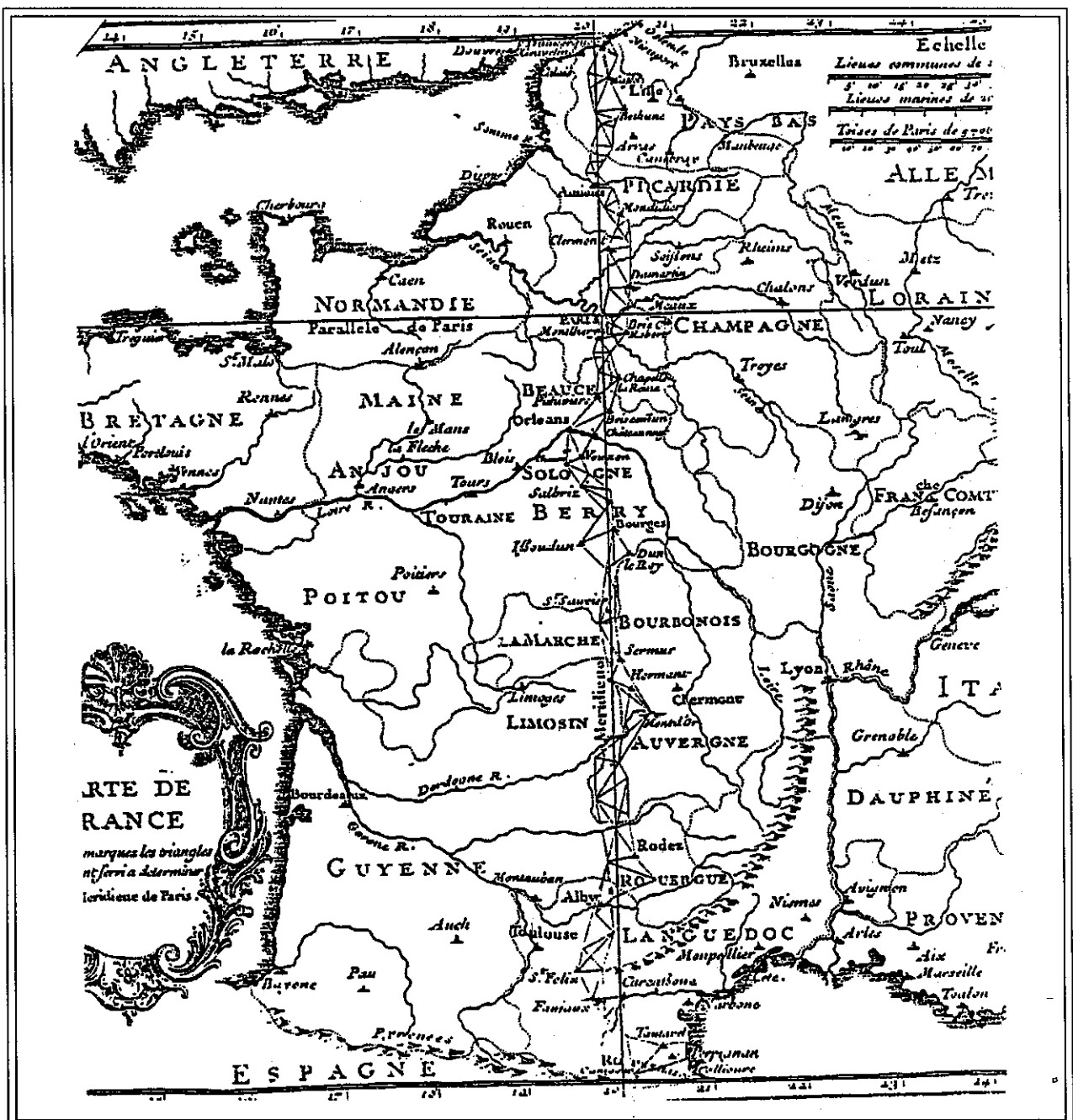


Mesure de l'arc de méridien entre Dunkerque et Barcelone : chaîne des triangles de Dunkerque à Morlac (Cher) et base de référence de Liou-saint-Melun. (Extrait de J.B. Delambre, *Grandeur et Figure de la Terre* (publié par G. Bigourdan), Gauthiers-Villars, Paris, 1912).

ETUDE D'UN DOCUMENT

«Mesure de la Terre» Abbé Picard

L'Abbé Picard (1620-1682) mesure en 1669-70 l'arc de méridien situé entre Amiens et Malvoisine. Le résultat obtenu sera utilisé pendant environ 60 ans. Delambre écrira plus tard : «Picard s'était trompé de quelques secondes dans l'arc céleste mais par un heureux hasard, sa toise était plus courte de quelques millimètres».



A partir de ce document, les élèves durent justifier la dernière phrase du texte et effectuer le calcul. (la toise de Paris est égale à 1,949 m ; il y a 6 pieds dans une toise et 12 pouces dans un pied).

Mesure de la Terre par M. l'Abbé Picard

I. TRIANGLE ABC.

Pour connoître le côté AC,

CAB..... $54^{\circ}...4'...35''$.

ABC.....95.....6.....55.

ACB.....30...48...30.

A B.....5663 Toises de mesure actuelle

Donc AC.....11012 Toises 5 pieds.

Et B C.....8954...Toiser.

II. TRIANGLE ADC.

Pour DC & AD.

D A C.....77°...25'..50".

ADC.....55.....0...10.

A C D.....47.....34.....0.

AC...11012-Toises 5 pieds.

Donc D C.....13121..Toises 3 piéds.

Et A D.....9922 Toises 2 pieds.

III. TRIANGLE DEC.

POUR DE & CE.

DEC.....74°...9'..30".

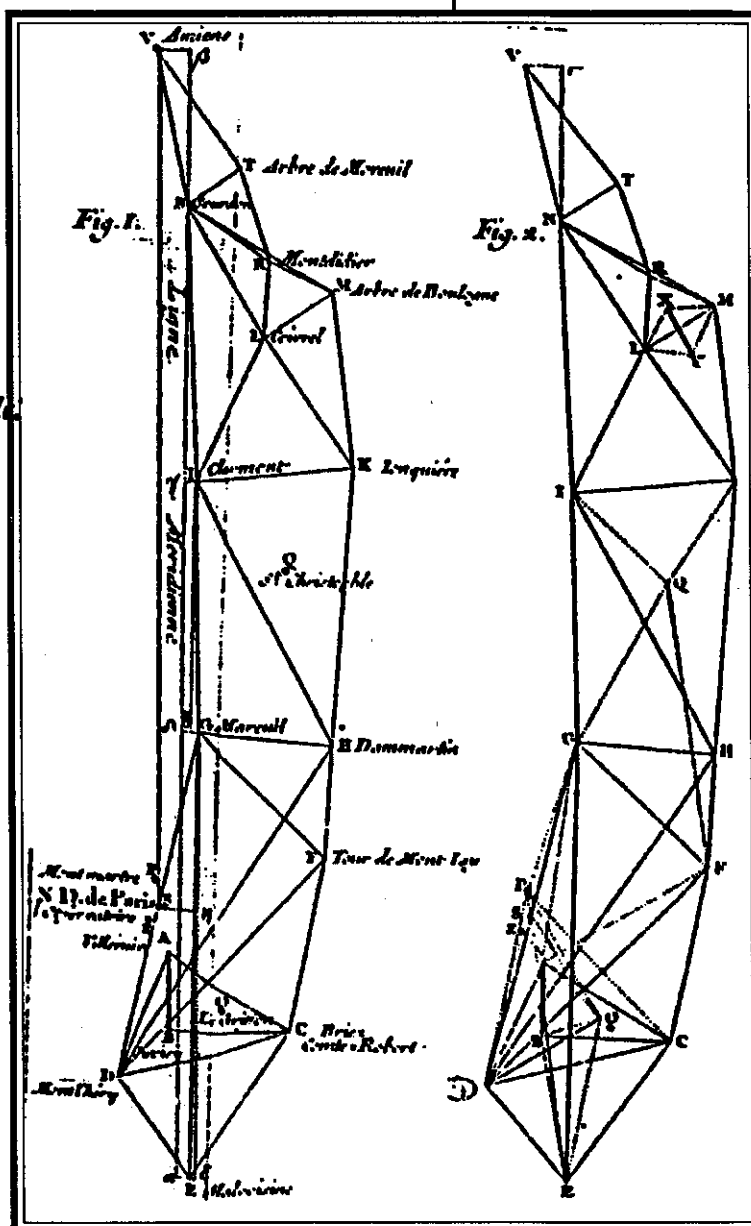
DCE.....40...34....0.

C D E.....65...16...30.

DC.....13121...Toises 3 pieds.

Donc D E.....8870...Toises 3 pieds.

Et CE... 12389... Toises 3 pieds.



ETUDE DE LA SPHERE

Les calculs de Picard ne tenaient pas compte de la rotondité de la terre.

Le cours sur la sphère fut introduit à cette occasion, avec entre autres la recherche du plus court chemin entre deux points A et B (le parcours s'effectuant sur la sphère).

Quelques dates relatives à la première partie de l'expédition (source : Base du Système Métrique Décimal rédigée par Mr Delambre Paris 1806).

1788 Vœu d'une mesure uniforme dans les cahiers de doléances

1790 Proposition de Mr Talleyrand à l'Assemblée Constituante

Création de la commission Borda, Lagrange, Condorcet, Monge...

La construction du cercle répétiteur demande 15 mois à Borda.

1792 24 juin : remise à Delambre d'une lettre du roi en vue de faciliter les opérations et leur protection.

25 juin : Méchain part avec les deux premiers cercles vers le sud (il sera à Barcelone le 29 octobre).

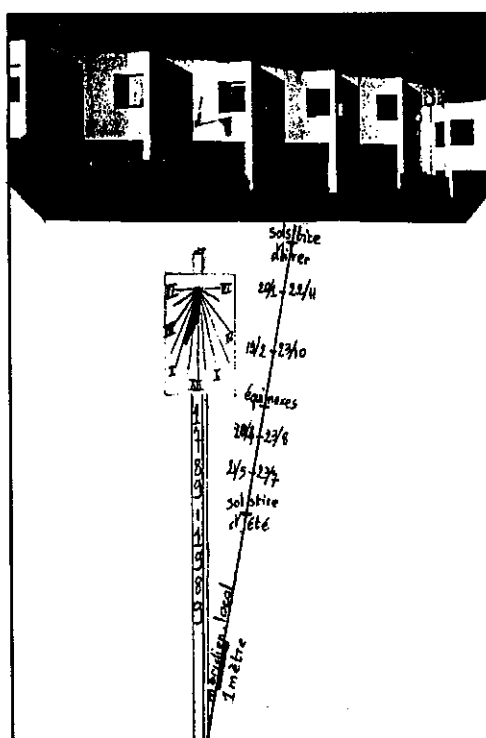
26 juin : Delambre visite deux stations : Montmartre et le Panthéon.

10 août : Lalande va à Paris pour allumer un réverbère à la demande de Delambre (qui ignorait la chute du roi...)

4 septembre : Delambre est prisonnier à St-Denis (il y faisait renouveler son passeport ; les instruments sont mis sous scellés).

1793 23 décembre : Le comité de Salut Public lui demande de ne plus être membre de la Commission des poids et mesures. Remises des calculs.

Projet de méridienne pour le lycée Gérard de Nerval de Luzarches



1794 4 janvier : Lagrange prévient par lettre Delambre de sa destitution.

31 janvier : retour de Delambre à Paris.

Les longueurs suivantes sont adoptées :

Base de Melun : 6075 t 900069

Base de Perpignan : 6006 t 247848

Ces mesures servent de fondement à tous les calculs. Elles sont réduites au niveau de la mer, et à la température de 16 1/4 du thermomètre centigrade.

Conclusion :

1) Le quart du méridien terrestre mesure 5130740 t

2) le mètre est de 443,295936 lignes (12 lignes font un pouce)

Réunion de savants étrangers en l'an VII. Rapport du 6 Floréal de l'an VII ; on établit le rapport avec la toise du Pérou.

Séance publique : le 16 messidor an VII.

Suit ensuite un compte-rendu de l'étude des élèves sur le travail de Delambre relatif aux visées faites depuis St Martin du Tertre en direction de St Christophe et Clermont. ■

Pour aller plus loin

- 1 — «Base du Système Métrique Décimal» rédigé par Delambre, Paris 1806
- 2 — «Eléments de Géométrie» Legendre, 1794
- 3 — «Notions de Géodésie» Eyrolles Testard
- 4 — «Une mesure révolutionnaire : le mètre» Observatoire de Paris, septembre 1988
- 5 — Catalogue de l'exposition «cartes et figures de la terre» du centre Georges Pompidou, 1980
- 6 — Catalogue de l'exposition J. Picard de l'observatoire de Paris, 1982
- 7 — «La Méridienne» Denis Guedj, Seghers, 1989
- 8 — «Figures de la terre» Lacombe et Costabel, Gauthier-Villars

Pour tout renseignement sur cette exposition itinérante, contacter Mme JOZEAU, 12 clos des gâtines, Luzarches 95270.

VOYAGE AUX SOURCES DES MATHEMATIQUES

CORPORELLES, SENSIBLES ET POETIQUES

Jean SAUVY - Meudon

Pour commémorer d'une façon non traditionnelle la pensée mathématique «révolutionnaire», j'ai proposé aux participants de vivre avec moi, pendant quelques heures, un enseignement ouvert, vivant, pluridisciplinaire, péripapéticien.

Je précise :

ouvert, parce que pouvant se déployer sur de multiples axes de recherche,

vivant, parce que demandant aux PARTICIPANTS de vivre une aventure pédagogique de recherche-découverte,

pluridisciplinaire, parce que s'adressant aussi bien à la réflexion et aux concepts mathématiques qu'à la réflexion culturelle et à l'expression poétique,

péripapéticien (à la manière d'Aristote, non de Pigalle), parce que se déroulant en plein air, sur les trottoirs parisiens, les participants déambulant par petits groupes, dans un climat convivial propice aux échanges d'idées, à la discussion, à l'élaboration collective.

De façon un peu plus explicite, voici en quoi a consisté ma proposition.

Elle a mis en jeu un **matériel pédagogique** spécialement conçu pour l'Atelier, du «sur mesure».

Quelques jours avant le Colloque, accompagné de mon fils Olivier, muni de son appareil photographique, je repère un **itinéraire** précis dans le Quartier de St-Germain des Prés, partant du Square Apollinaire (à droite du porche, en sortant de l'Abbaye) empruntant la rue de l'Abbaye, la rue Furstenberg, passant à l'entrée de l'Atelier Delacroix et se terminant au centre de la place Furstenberg, (voir carte jointe), un itinéraire qui peut être schématisé comme suit :



Les points A, B... indiquent les Stations où Olivier s'est arrêté et a pris une photo dans la direction indiquée par le vecteur correspondant (de C vers D, par exemple).

Ce parcours est eulérien : on ne passe pas deux fois par le même tronçon d'itinéraire.

Par ailleurs, j'ai préparé des plans du quartier et j'en ai photocopié suffisamment pour que chaque participant en ait un.

Le dimanche matin nous allons à pied du Lycée Henri IV (Place du Panthéon) à St-Germain des Prés et je prends contact avec les uns et les autres : 24 participants, profs de Collège ou de Lycée, venus des six points de l'Hexagone, tous « provinciaux ». (La liste des prénoms ci-jointe fait bien apparaître la prépondérance des femmes : Maryse, Geneviève, Nicole, Michel, Michel, Colette, Yvonne, Claudine, Christine, Pierre, Jacques, Marie-Claude, Catherine, Maryvonne, Danielle, Nicole, Michèle, Michèle, Brigitte, Madeleine, Odile, Annie, Claude, Isabelle, Marie-Laure).

Arrivés sur le site, nous formons 4 groupes de 6. Chaque groupe reçoit deux photographies. J'explique que le premier exercice consiste à trouver, à l'intérieur du



Apollinaire, poète précurseur du Surréalisme (1880-1918)
Delacroix, peintre romantique (1798-1863)

(*) Quant au troisième groupe, il était rayonnant. Je lui laisse la parole :

«Sur les chemins de St-Germain, d'Apollinaire à Delacroix, de l'errance topologique quelle était donc la logique ?

Depuis le Square Apollinaire il fallait voir le lampadaire. De porte cochère en porte cochère l'ovale devint rectangulaire. Le regard vers l'infini* se perdit puis rebondit. Vitrage, mirage, dedans, dehors. Apparence, transparence. La lumière réfléchit et le poète aussi assis.

Paris d'hier et d'aujourd'hui, Delacroix et graffiti...

périmètre que j'indique, la Station d'où a été prise chaque photo et la Direction dans laquelle elle a été prise, point et vecteur à reporter sur le plan.

Les groupes se dispersent «le nez au vent», avec pour consigne, une fois la mission accomplie, de se retrouver sur la Place de Furstenberg. Une fois réunis sur la place, une demi-heure plus tard, nous partons, entraînés par tel ou tel groupe, vers les points qu'il devait identifier comme station (de prise de vue). D'accord ? Pas d'accord ? On vérifie, on conteste, surtout quand la photo a été prise au téléobjectif. Discussion sur le problème des changements de focale (3 possibilités : focale normale, grand angulaire, téléobjectif)...

L'après-midi on se retrouve pour un deuxième exercice.

Il s'agit cette fois de relier les diverses photographies entre elles, de les placer dans l'ordre où elles ont été prises, de parcourir l'itinéraire fait par le photographe et de le reporter sur le plan du quartier...

Un exercice plus difficile qu'il n'y paraît, qui oblige à l'observation et à la réflexion, rendu plus difficile encore par une méchante pluie que je n'avais pas prévue. Mais ce sont là les aléas du péripatétisme : Paris n'est pas Athènes !

Lundi matin, troisième séance, troisième exercice, cette fois dans le cadre confortable (sic) d'une classe du Lycée H4.

Il s'agit maintenant, à partir du vécu de la veille, d'en tirer «quelque chose», une amorce de théorisation, un complément de réflexion, la mise sur pied d'un mimodrame ou d'un poème transposant le parcours eulérien de la veille en un enchaînement de vers, de strophes...

Trois groupes se forment au gré des affinités qui se sont révélées la veille et des dispositions d'esprit de chacun : 8 participants sont disposés à préciser le contenu mathématique du jeu des photos, 9 souhaitent reconstituer, dans la salle le parcours de la veille et de mettre les photos «en position» le long de cet itinéraire, 7 optent pour la transfiguration poétique.

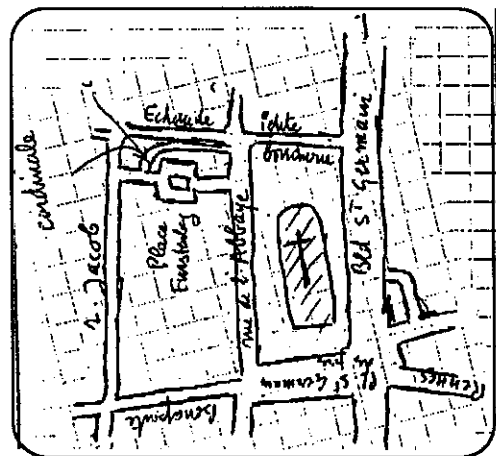
Au bout d'une heure, j'interromps l'activité de la ruche, au risque de me faire lyncher.

Chaque groupe expose aux autres les résultats de ses travaux.

Ces résultats dépassent mes espérances.

Le groupe «théoricien» a bien vu que les photos renvoient à un espace géométrique original. C'est un espace défini par des «vecteurs flous» (dont l'origine et la direction exactes ne se déterminent qu'avec l'aide du contexte). D'autre part, en raison des changements de focale, il est métriquement hétérogène, c'est un espace «maille», ayant peut-être quelque affinité (au sens non mathématique du terme !) avec les espaces de Riemann. D'autre part le groupe a tenté de découvrir la règle de succession des focales. Ce faisant, il a «investigué» dans une direction que je n'avais pas prévue. Mais cela me donne des idées pour «une autre fois», s'il y en a une !

Un bel exemple, en tout cas, de cet enseignement «socratique» qui m'est cher, où l'élève n'hésite pas à enseigner le maître. Il est vrai que, ce jour là, il n'y avait que des maîtres !



Je passe sur le second groupe car son travail topographique miniaturisé ne peut se comprendre qu'avec des manipulations (Ah ! si nous avions eu la vidéo, voilà qui eut été révolutionnaire).(*)

En écoutant ce poème issu d'une «poignée de photos», je pensais à l'ami Thom déclarant : «Il faut se mettre dans la peau des choses».

En le transcrivant, pour la rédaction du présent compte-rendu, il me fait regretter que ce genre de rencontre soit si fragile, si éphémère, si «sans lendemain» ou presque.

Ainsi va la vie ! ■

* La dernière photo pointait vers le ciel. Certains participants, se plaçant dans une perspective de «plan projectif» considérèrent que, «passant par le ciel», on pouvait revenir au point de départ. La boucle était bouclée !

DES OBJETS MENTAUX

«AIRE» ET «VOLUME»

AU CALCUL DES PRIMITIVES



Maggy SCHNEIDER - Namur

Dans ce travail nous avons tenté de cerner les objets mentaux «aire» et «volume» chez des élèves des deux dernières années de l'enseignement secondaire, et particulièrement les facettes de ces objets mentaux qui font obstacle à la définition des aires et des volumes en termes d'intégrales et à leur détermination par le biais d'une primitive.

Voici les hypothèses mises à l'épreuve :

1. Les élèves considèrent a priori qu'une surface curviligne (délimitée par des courbes) doit pouvoir être mesurée exactement au moyen d'un nombre réel, tout comme l'est une surface rectiligne (délimitée par des segments), (e.a.) parce que la première s'imposerait à leurs sens tout autant que la seconde. Toutefois certains trouveraient choquant qu'une aire calculée au moyen d'un processus infini (perçu comme une somme indéfiniment allongeable) soit un nombre décimal illimité.

2. Les découpages laminaires des surfaces et des solides ne sont pas privilégiés d'emblée, sans doute parce qu'ils ne débouchent pas sur une suite de termes spontanément perçus comme les sommes partielles d'une série approchant de mieux en mieux l'aire ou le volume cherché.

3. Certaines lois erronées sur les mesures (par exemple la proportionnalité fallacieuse entre les mesures de deux grandeurs, déduite de celle de leurs indivisibles respectifs) trahiraient l'intuition souvent implicite qu'une réunion d'indivisibles disjoints correspond toujours à une somme de mesures ou celle qu'un indivisible

qui se déplace engendre autant un volume qu'un solide.

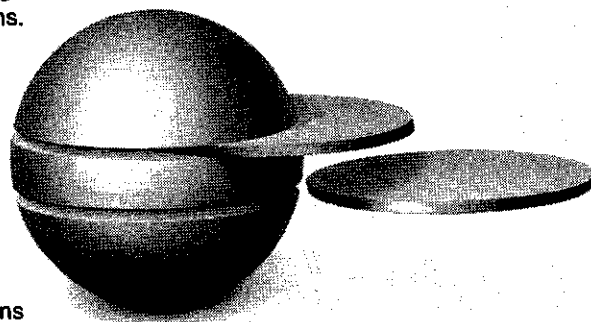
4. Les élèves ne percevraient pas comme telle la limite d'une suite de sommes d'aires de rectangles : ils percevraient une réunion de beaucoup de rectangles fins, que leur imagination transformerait progressivement en une réunion de plus en plus longue de rectangles de plus en plus fins.

Ils passeraient continûment «à vue» des rectangles aux segments avant de sommer les aires, ce qui les empêche ensuite de sommer, quelle que soit la mesure qu'ils affectent au segment : son aire nulle ou sa longueur. Leur imagination s'enfermerait ainsi dans un dilemme dont l'issue est une impasse : une aire curviligne n'est pas «réductible» à un polygone formé de rectangles, elle ne peut être obtenue en sommant des segments.

5. Le calcul de l'aire d'une surface par le truchement d'une aire sous une courbe définie par une fonction serait compromise par le fait que la fonction renvoie moins aux indivisibles de longueur $y = f(x)$ ($f > 0$) qu'à son graphe (ou à un point de son graphe). A fortiori un calcul de volume s'apparenterait difficilement à une aire sous la courbe représentative d'une fonction f , car $y = f(x)$ évoquerait encore moins l'aire d'une section indivisible du solide en question.

6. N'étant pas des fonctions du temps, les aires et les volumes suggéreraient peu l'idée commune de variation ; ils ne se prêteraient pas spontanément à une étude locale.

7. L'apparition de l'idée de variation dans le contexte des aires et des volumes s'accompagnerait de références indues et inconscientes au temps de déroulement de la pensée. Ainsi un segment dont la longueur (en fait l'ordonnée d'un point d'une fonction) est le **taux de croissance instantané** de l'aire sous le graphe de cette fonction, serait perçu en lui-même (et non à travers sa longueur) comme l'élément minimal qu'on doit rajouter, à la vitesse de la pen-



sée, pour constituer la surface en allant de gauche à droite. Des confusions analogues s'observent à propos d'autres surfaces et solides.

Vitesse • tangente • limite

Ces hypothèses ont été corroborées par des observations portant sur d'autres objets mentaux : ceux associés aux concepts de vitesse instantanée, de tangente et de limite.

Les élèves ressentiraient, ne fût-ce qu'inconsciemment, qu'ils appréhendent moins aisément, par les sens et la mesure, les vitesse et débit instantanés que les vitesse et débit moyens. Sans doute est-ce pour cela que, comparativement aux concepts cités en second, les premiers pâtissent d'un a priori négatif : on nie leur existence. Ceci expliquerait, a contrario, les raisons données plus haut pour justifier que, par rapport aux aires rectilignes, les aires curvilignes ne souffrent a priori d'aucun discrédit supplémentaire.

L'hypothèse 2 possède une sorte de pendant dans le cas de la vitesse instantanée : celle-ci est définie comme la limite d'une « suite » de vitesses moyennes qui ne se pense nullement en termes de série, ce qui rend la progression des vitesses moyennes et son aboutissement difficiles à cerner.

Les lois erronées sur les mesures mentionnées en 3 sont, parmi bien d'autres, des manifestations particulières de l'obstacle de l'hétérogénéité des dimensions (propre, lui, au contexte des aires et volumes), qui se caractérise par des glissements subreptices et indus entre le monde des grandeurs et celui de leurs mesures.

L'hypothèse 4 a son équivalent dans le contexte des tangentes où le passage à la limite s'effectuerait « à vue », au niveau des objets géométriques, ce qui fait que dx serait rendu nul (et dy aussi), avant même que l'on envisage le rapport dy/dx . Quelque chose d'analogue se produit pour la vitesse instantanée. Le passage à la limite se ferait au niveau du temps et de l'espace, qui seraient égalés à 0 avant que l'on ne revienne à leur rapport et donc, indépendamment de lui. Les « infinitésimaux » auraient donc une place première dans l'imagination des élèves. Ils relèveraient plus de l'infini actuel que de l'infini potentiel : rien n'empêche « dx » d'atteindre 0.

L'hypothèse 7 et, en partie, l'hypothèse 6 sont confortées par l'intervention inéluctable du temps dans toute idée de variation et par d'autres références implicites et inconscientes au temps du déroulement de la pensée (e.a à

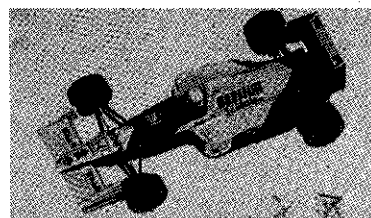
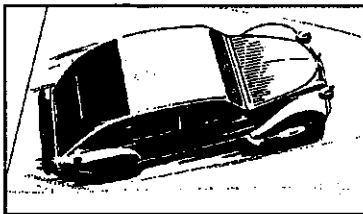
propos de la « limite d'une variable »); aussi par l'absence du temps dans certains calculs (celui du débit par exemple), comme si le temps mesuré du physicien était remplacé par celui du déroulement de la pensée qui s'écoule à un rythme propre à chacun et de manière si inéluctable qu'on ne pense même pas à le faire intervenir dans le calcul.

La plupart des hypothèses mises à l'épreuve dans ce travail peuvent s'expliquer par une attitude épistémologique particulière des élèves vis-à-vis des mathématiques et des sciences en général : les objets mentaux étudiés ici correspondent à des grandeurs physico-géométriques, c'est-à-dire à des grandeurs qui, pour les élèves, font partie d'un monde sensible, à savoir un monde qu'ils croient pouvoir appréhender partiellement, d'une manière objective, par leurs seuls sens. Et nombreux sont ceux qui s'attendent à ce que les concepts mathématiques et leurs propriétés prolongent en quelque sorte leur perception première de ces objets issus du monde sensible, comme si les mathématiques étaient une copie quasi-conforme de ces objets. Dans une telle perspective les mathématiques préexistent à toute activité humaine : plutôt qu'à être création de l'esprit elles se laisseraient découvrir par celui qui observe les objets concrets du « monde naturel ». C'est sans doute dans la mesure où ils croient en l'existence d'un monde sensible, en celle de faits observables, donné absolu et incontournable, que les élèves s'attendent à ce que les mathématiques traduisent ce donné presque terme à terme. S'ils se rendaient compte du caractère illusoire de ce monde sensible, c'est-à-dire s'ils étaient conscients que leur perception est en fait une structuration mentale, le fruit d'une décision de l'esprit, conditionnée par un environnement socio-culturel, peut-être auraient-ils moins de réticence, de difficultés à remplacer cette structuration première par une autre qui s'articule autour de concepts mathématiques.

Une suite de problèmes proposés aux élèves constituent notre principal matériau de recherche. Ils sont relatifs aux intégrales et aux dérivées et débouchent sur le théorème fondamental du calcul intégral ; en particulier ils conduisent à explorer les limites des principes de Cavalieri.

Nous avons aussi analysé la portée didactique de ces problèmes. ■

(1) Ce travail a fait l'objet d'une thèse portant le même titre et disponible à l'adresse suivante : G.E.M. Département de Mathématique, 2, Chemin du cyclotron, B. 1348, Louvain-la-Neuve, Belgique.



LA MACHINE PEUT-ELLE DEMONSTRER ?

Hervé LEHNING - Paris

Cet atelier a pour origine l'article paru dans *Tangente* numéro 8 sous le même titre (voir [1]). Bien entendu, si nous prenons la question au pied de la lettre, la réponse ne peut être que non ! Dans tous les cas, la machine n'est qu'un auxiliaire de son utilisateur. Si nous nous limitons à ce qui concerne directement l'enseignement, une meilleure question est : «Dolt-on accepter une démonstration aidée par ordinateur dans une copie d'élève ?»

De façon plus générale, que doit-on accepter comme usage d'ordinateurs (par exemple, résultats donnés par un logiciel de calcul formel) dans les questions de raisonnement ? Les réponses exprimées étant toutes à peu de choses près «Tout, si le raisonnement est correct», nous n'insisterons pas sur cette question. Je pense cependant qu'elle reste ouverte. Cet atelier excluait volontairement la question de l'aide à l'intuition (voir [2] par exemple) ainsi que les questions de calculs terminaux pourtant encore plus importantes. Nous verrons cependant qu'il est difficile de complètement dissocier ces sujets.

Enfin pour conclure cette introduction, nous tenons à souligner que nous ne prétendons pas faire de cette méthode une panacée universelle. Elle convient bien à certains problèmes mais est soit maladroite soit inadaptée dans d'autres cas.

Exemples niveau collège.

Nous avons repris l'exemple de *Tangente* en le commentant (en ce qui concerne l'apport de l'outil et non en ce qui concerne l'énoncé et la mise en équation). La «Confiserie Assistée par Ordinateur» se met en équation sous la forme :

«résoudre l'équation $8x + 5y = 100$, x et y étant des entiers positifs».

La méthode usuelle consiste à y voir un problème de divisibilité dans $\mathbb{Z}$. En utilisant un ordinateur, la méthode consiste à voir que les solutions éventuelles vérifient $0 \leq x \leq 12$ et $0 \leq y \leq 20$ et à les essayer toutes ; le problème mathématique devient une question de recherche d'inégalités. Du point de vue de la rigueur, les deux

méthodes peuvent être rendues correctes.

D'autres critères de jugement peuvent être retenus :

- * l'élémentarité (une preuve est plus élémentaire qu'une autre si elle met moins de connaissances en jeu),
- * l'élégance,
- * l'intérêt pour l'enseignement.

Les deux premiers points de vue ne sont pas ceux qui ont le plus passionné, de plus ils sont déjà discutés dans *Tangente*. Sur le dernier, les avis sont partagés. Les raisons invoquées étant très proches : l'importance des notions utilisées pour la formation. En effet, les questions de divisibilité sont certes importantes mais les questions d'inégalités sont fondamentales et souvent mal perçues.

D'autres exemples, trouvés dans les annales des Championnats de France, ont été présentés et discutés tels que «le grand père», «l'addition tournante» et «la fraction du bicentenaire» (voir [3]).

Exemples niveau lycée.

Nous avons d'abord présenté puis généralisé les «Sommes de cubes» de *Tangente* :

«Trouver les nombres égaux à la somme des cubes de leurs chiffres dans le système décimal».

Nous trouvons ainsi d'autres nombres remarquables dignes, nous semble-t-il, de figurer dans le livre de Le Lionnais (voir 153 dans [4]) tels 1634, 4150, 548834, 1741725, 24678050 suivant que l'on remplace les cubes par les puissances 4, 5, 6, 7 et 8. Nous débouchons également sur une conjecture :

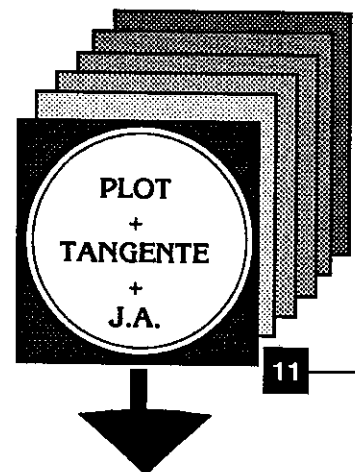
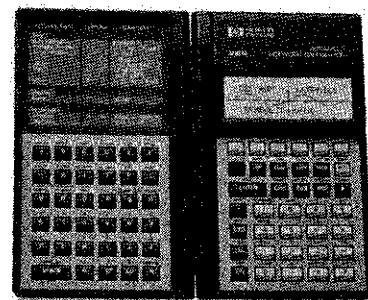
«pour tout $n \geq 3$, il existe au moins un nombre strictement supérieur à 1 égal à la somme des puissances n -ièmes de ses chiffres», et quelques questions, si $N(n)$ est le plus petit nombre convenable, N est-elle strictement croissante ? Peut-on en trouver un équivalent ?

Ici, nous rejoignons un domaine que nous nous étions promis de ne pas toucher et que nous pourrions appeler soit l'aide à l'intuition soit l'aide à la conjecture.

Comme autres exemples, nous avons présenté entre autres :

«Résoudre en nombres entiers positifs : $1/a + 1/b + 1/c = 1/2$ ».

Ce dernier posant un petit problème supplémentaire au niveau de l'algorithme de résolution. En effet, il est facile de se tromper si on



VOUS RÉ-ABONNER,
C'EST BIEN!

VOUS CO-RÉABONNER
C'EST MIEUX!

FAITES-LE DÈS MAINTENANT
POUR 1991 ...
...AU TARIF 1990 !

effectue les calculs sur des réels. Il pose effectivement le problème de la correction de ce type de preuves.

Exemples au niveau supérieur.

Nous n'insisterons pas sur les exemples du même type que les précédents (on pourra retrouver «Des suites qui se racontent» de Tangente avec plusieurs démonstrations complètes, des applications et une généralisation dans [5]).

Un exemple où le souci est différent (plus fondamentaliste pourrions nous dire) se rencontre dans le livre de J.M. Arnaudis (voir [6]) et m'a été communiqué par mon collègue Vidiani, professeur à Dijon, qui l'a expérimenté en classe avec succès :

«E est un espace topologique et X une partie de E. On applique à X les opérations : prise de complémentaire, prise de l'adhérence, prise de l'intérieur. Combien de parties distinctes obtient-on ? Quelles sont-elles ?»

Si on note CX, AX et IX les parties en question, on remarque les règles suivantes :

$$CC = Id, CA = IC, CI = AC, AA = A, II = I, \\ IAIA = IA, AIAI = AI.$$

Il est bien entendu possible de fabriquer un programme créant toutes les parties possibles puis les réduisant avec les règles ci-dessus et listant enfin les parties distinctes.

On peut aussi remarquer que la prise de complémentaire peut toujours être mise en première place et ceci en un seul exemplaire. L'avantage du programme est de formaliser complètement cette démonstration, la démonstration «humaine» directe étant considérée comme trop floue. Les membres de l'atelier ont été divisés sur l'intérêt d'une telle démonstration. Comme souvent, cela semble dépendre de la façon dont la question est présentée aux élèves.

Utilisation d'un logiciel de calcul formel.

Un problème tout à fait analogue se pose en ce qui concerne l'utilisation des logiciels de calcul formel. Bien des calculs peuvent être maintenant effectués à l'aide d'un logiciel adapté. Faut-il accepter qu'un élève pratique ainsi ? Si oui, que doit-on enseigner ? La réponse n'est pas si évidente car l'utilisation de tels logiciels demande de bien savoir diriger ces mêmes calculs. Il semble qu'il faille donc considérer deux temps dans l'enseignement de ce genre de questions. Un premier temps où les calculs sont accomplis entièrement à la main, puis un second où l'usage de la machine est autorisé. Cela demande de bien délimiter ces deux temps, ne serait-ce que pour les examens. En effet, un élève habitué à utiliser un tel logiciel peut être incapable d'effectuer certains calculs trop techniques à la main.

Voici un petit exemple pour lequel j'utilise le

logiciel Derive (Soft Warehouse) :

«Etudier la suite (u_n) définie par

$$u_0 = a \text{ et } u_{n+1} = 2/(1 + u_n^2).»$$

Nous traçons d'abord la première bissectrice et le graphe de la fonction f associée, puis celui de $f \circ f$ (sans aucun calcul de notre part, voir la liste des commandes effectuées plus loin). Visuellement, nous dégagons les propriétés suivantes : $f([0,1]) \subset [1,+\infty]$, $f([1,+\infty]) \subset [0,1]$, propriétés faciles alors à démontrer sans calcul (monotonie et continuité). Elles impliquent $f \circ f([0,1]) \subset [0,1]$ ce qui limite l'étude aux cas où $a \in [0,1]$. Nous étudions alors, toujours visuellement, la position du graphe de $f \circ f$ par rapport à la première bissectrice pour $x \in [0,1]$. Celle-ci permet de finir l'étude. La démonstration de ce résultat se fait au moyen d'un calcul formel. Pour être plus précis, voici la liste des commandes à faire avec un tel logiciel :

1 : x

2 : $f(x) := 2/(1 + x^2)$

3 : $f(f(x))$

4 : $f(f(x)) - x$

Il donne alors sur demande (au moyen d'un menu situé au bas de l'écran) les graphes de 1, 2 et 3 puis la factorisation de 4 :

$$-(x-1)^3 (x^2+x+2) / (x^4+2x^2+5).$$

Le reste est une affaire de raisonnement sur lequel nous pouvons insister davantage, les difficultés techniques étant mises de côté.

Bien que cela ne soit pas le sujet de cet atelier, chacun a pu remarquer que l'utilisation de possibilités graphiques change le rapport des élèves aux fonctions (leur graphe devenant un objet directement accessible et non le fruit de calculs longs et hasardeux, il devient possible d'en tracer rien que pour se donner des idées, voir [7]). J'ai déjà pu fréquemment constater cela lors de ce type d'études en classe en faisant utiliser des calculatrices graphiques.

Pour aller plus loin :

- [1] La machine peut-elle démontrer ?, Tangente numéro 8.
- [2] From experimentation to proof, Hervé Lehning, The American Mathematical Monthly, Volume 96, Number 7, August-September 1989.
- [3] Jeux Mathématiques et Logiques, Fédération Française de Jeux Mathématiques, Hatier.
- [4] Les nombres remarquables, François Le Lionnais, Hermann.
- [5] Computer-Aided or Analytic Proof ?, The College Mathematics Journal, March 1990.
- [6] Cours de Mathématiques, Analyse, exercice 11, page 542, J.M. Arnaudis et H. Fraysse, Dunod Université.
- [7] An approach of the basis of calculus, Hervé Lehning, dans Teaching Calculus as a Laboratory Course, L. Carl Leinbach, Note de la Mathematical Association of America, à paraître en 1990.

ENSEIGNEMENT AUX DEFICIENTS VISUELS

Françoise MAGNA - Paris

Cet atelier a regroupé une douzaine de participants.

Tous les collègues qui ont participé à cet atelier étaient venus car ils étaient concernés par ce problème : enseigner aux déficients visuels. Les uns avaient eu des camarades dans ce cas, étant lycéens ou étudiants, les autres avaient été ou étaient confrontés directement à ce problème.

Pour animer l'atelier avec moi, j'ai eu la chance qu'un de mes collègues de l'Institut national des jeunes aveugles, lui-même non voyant, fût là. Il a ainsi pu donner le point de vue du professeur et aussi de l'«utilisateur», en tant qu'ancien élève de l'INJA et élève intégré. (Il était d'ailleurs un camarade de classe de Dominique Guy, Présidente de la Régionale Ile de France). Tout d'abord, j'ai donné des généralités sur le braille et différents matériels permettant de compenser le handicap d'un déficient visuel :

- planche Dycem : elle permet de dessiner en relief des figures simples,
- cubarithm : il permet de «visualiser» des figures (carré, médiatrice, ...),
- etc...

En fait, tout dépend de la personne concernée : ses possibilités visuelles et sa façon de pouvoir concevoir des notions abstraites (figures dans l'espace, par exemple).

Cet atelier a permis à certains collègues désarmés face à leurs élèves de constater qu'un élève déficient peut faire des tas de choses, à condition de savoir adapter un peu le travail, et que l'élève y mette aussi du sien, bien sûr !

Nous avons comparé les moyens matériels et (ou) financiers dont chacun disposait. Conclusion : aucun cas n'est identique, certains établissements étant moins pauvres que d'autres. Il faut continuellement se battre pour obtenir un petit quelque chose : par exemple, une heure de soutien à l'élève intégré pour l'aider en lui expliquant ce qu'il n'a pas pu bien comprendre en classe : explications trop visuelles parfois...

Pour conclure, je crois que l'ensemble des

collègues a été satisfait, car il a pu constater qu'il n'était pas tout seul. Mon collègue de l'INJA a bien insisté sur le fait que tous les déficients visuels ne pouvaient pas être intégrés. Cela suppose des aides dans l'établissement d'accueil, et, surtout, à l'extérieur, qui ne sont pas toujours possibles.

Voir présentation de cet atelier dans la brochure «Un trésor est caché dedans», pages 102, 103.

HISTORIQUE sur l'INSTITUTION NATIONALE des JEUNES AVEUGLES

1784 - Société philanthropique s'occupant de 30 jeunes aveugles.

Elle est installée : rue de la Coquillière.

Le 21 juillet 1791 un décret décide la fondation d'un Etablissement Public.

Le 28 septembre de la même année, l'Assemblée Nationale vote une subvention au nouvel Etablissement dont la direction est confiée à Valentin HAUY.

Le 10 Thermidor de l'An III un décret de la Convention organise l'Etablissement des Jeunes Aveugles, les réunit aux Sourds-Muets dans les bâtiments des Célestins. L'Institution des Jeunes Aveugles a des débuts très pénibles.

1784 - Elle est transférée dans la Maison des Filles Sainte-Catherine, rue des Lombards.

1800 - Elle est réunie à l'Hospice des Quinze-Vingts et elle y occupe un quartier distinct.

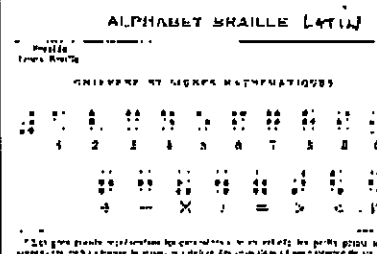
1814 - L'Ecole des Aveugles est transférée au Collège des Bons Enfants, rue Saint-Victor. L'Etablissement est régi et gouverné sous l'autorité du Ministre de l'Intérieur par une Commission Administrative composée de 5 membres dont le Directeur. Il comprend à cette époque 90 places gratuites : 60 garçons - 30 filles.

1840 - La dite Commission Administrative devient un Conseil Consultatif.

1845 - L'Institution comporte 180 élèves, et la durée des études est fixée à 8 ans.

Le 18 juillet 1838, une loi décide la création d'un bâtiment spécial dont l'achèvement a lieu en 1843.

C'est le bâtiment actuel.



«FAIRE DES MATHS AUTREMENT»

MISON, GUICHARD, GAUTHIER - Lyon

COMMENTAIRE :

Après le succès de l'Expo «HORIZONS MATHÉMATIQUES» à Lyon et à Saint-Etienne, ainsi que l'exposition de travaux d'élèves réalisée au Lycée Juliette Récamier à la même époque, la Régionale de Lyon a décidé d'organiser sa propre exposition.

Elle fut conçue et fabriquée dans des collèges et des lycées de l'Académie et d'établissements de Villefontaine et l'Isle d'Abeau (Isère) : 6 Lycées, 6 Collèges, l'Ecole Normale et l'IREM de Lyon. Plus de 22 collègues participèrent à la conception et à la réalisation.

Chaque équipe a choisi un thème, a travaillé dans son établissement sur ce thème, souvent avec des collègues d'autres disciplines.

Cette exposition comporte :

- 130 panneaux environ
- du matériel divers de manipulation.

Afin de donner à cette exposition un caractère plus esthétique les panneaux ont été réalisés, pour la plupart, par les élèves d'une section «Arts graphiques» du Lycée La Martinière de Lyon. Certains objets ont été fabriqués par des professionnels.

Nous avons écrit une BROCHURE de 112 pages tirée à 1 500 exemplaires et vendue 10 F sur place.

Nous avons organisé des ATELIERS pour les collègues sur certains des thèmes abordés.

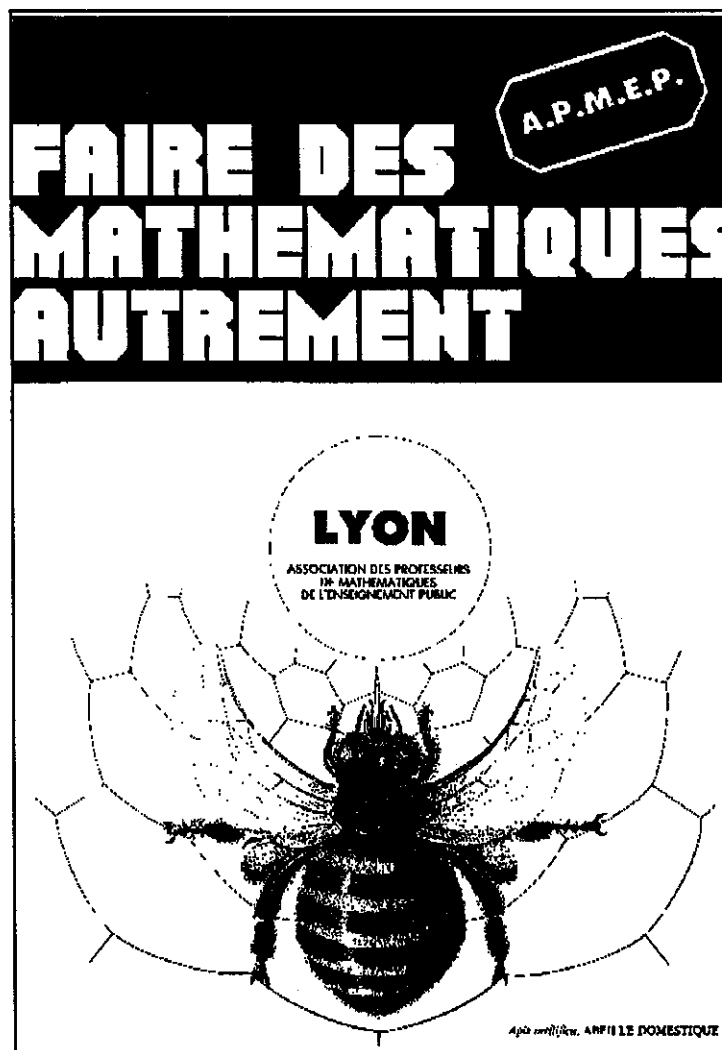
Deux conférences se sont tenues durant la période de l'expo (La mesure du méridien avec Denis GUEDJ - Les nombres premiers avec J.L. NICOLAS).

Un concours journalier était organisé pour les élèves visitant l'expo (questions sur les stands avec possibilité de gagner une calculatrice).

Le budget : 60 000 F environ. Les aides : Mission Académique Culturelle, Mairie de Lyon, Crédit Agricole du Sud-Est, IREM de Lyon, P.A.E. dans chaque établissement concerné, etc...

Liste des thèmes de l'exposition :

Le mètre, mesure révolutionnaire
A la découverte du globe terrestre
Cartographie
Le calendrier
Maxima et minima
Mathématiques et nature
Le nombre d'Or
Polyèdres
Maths, chimie et vidéo
Mathématiques et hasard
Vous avez dit logique ?
Equilibre
BIBLIOGRAPHIE :
Voir notre brochure : (Faire des Maths



ENCHAINEMENT DYNAMIQUE DE QUELQUES SITUATIONS DIDACTIQUES

Annie BERTÉ - Bordeaux

En France, depuis 1969, il y a eu de nombreux changements de programmes de mathématiques dans le secondaire. Comme on a le sentiment d'aller d'échec en échec, on change les programmes en espérant que si on supprime ceci et si on rajoute cela, tout ira mieux. En fait, l'échec des élèves reste le même. Ces changements, dont certains paraissent un peu inutiles, révèlent une difficulté profonde : comment transmettre le savoir ?

Deux séries d'échec :

1. La transmission du savoir par un cours magistral
2. La transmission du savoir par une série d'activités proposées à l'élève (quelques professeurs ont tenté ceci sous l'influence bénéfique des IREM).

Dans les deux cas, on constate l'échec du fait que seul le maître voit les sens de ce qu'il enseigne.

Actuellement, arrive une nouvelle mode : des objectifs de savoir faire sont donnés à l'élève, ainsi :

- l'élève se sent plus responsable ;
- les résultats sont plus faciles à évaluer.

Mais on constate toujours à la fin que le sens échappe à l'élève, car les objectifs sont trop petits, atomisés. C'est toujours ce qui arrive dès qu'on tente de cerner des objectifs. On fractionne et on perd le sens.

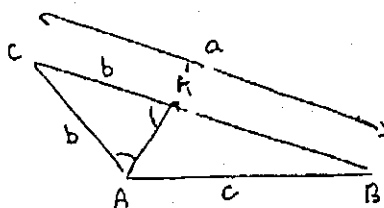
Il faut donc revenir au point 2 (activités et problèmes proposés à l'élève) qui était la bonne direction et réfléchir pourquoi il peut y avoir échec : c'est parce que les activités sont construites un peu au hasard, pour le plaisir de rendre l'élève actif. Mais elles ne sont pas enchaînées selon les questions et obstacles des élèves. L'enchaînement est fait en fonction d'un contenu mathématique connu du professeur seul. Au mieux, l'élève perçoit le sens local de ce qu'il fait au jour le jour, mais il n'a pas les moyens de s'appropriier la cohérence de la théorie mathématique qu'il étudie, cohérence qui est la seule garantie du sens. Cette appropriation du sens par l'élève devrait être la seule justification du libellé des programmes selon les années.

Je vais illustrer ceci par un exemple : l'inégalité triangulaire.

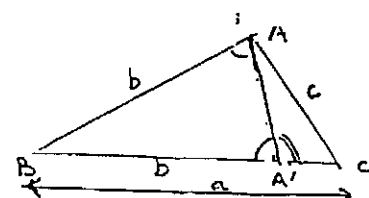
Aperçu historique

Avant 1970 : Axiomatique d'Euclide :
On admet l'axiome suivant :

Les angles égaux d'un triangle isocèle sont aigus

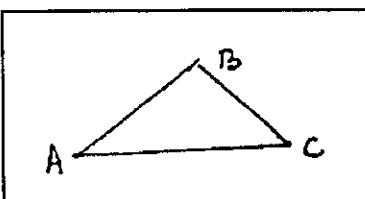
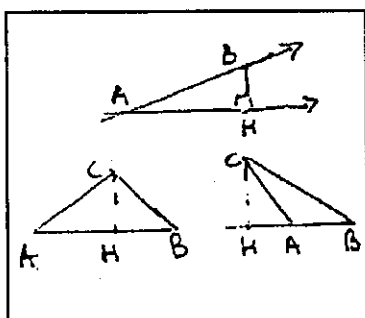


A obtus. On place A' avec $AC = CA'$
 CAA' aigu, donc A' est entre B et C
donc $b < a$. De même $c < a$
Donc s'il y a un angle obtus, le côté opposé à cet angle est le plus grand.



On prend un triangle quelconque avec
 $a > b$ et $a > c$
On place A' tel que $BA' = b$
 $BA'A$ aigu donc $AA'C$ obtus
d'après ce qui précède $c > a - b$ donc $a < b + c$





Entre 1970 et 1980 : On démontre l'inégalité triangulaire aux élèves, mais avec une autre axiomatique.

- $\vec{AH} = k \vec{AB}$ axiome :
 $|k| < 1$ donc $AH < AB$
 (2) $|x + y| \leq |x| + |y|$
 (3) $AB = \vec{AH} + \vec{HB}$ (relation de Chasles)
 (4) donc $|AB| < |AH| + |HB|$
 donc $AB < AC + BC$

Après 1980 : On ne démontre plus l'inégalité triangulaire. On l'admet comme un axiome, ce qui a priori semble plus raisonnable puisque toutes ces démonstrations étaient magistrales et peu motivantes pour les élèves. Mais...

Le problème de fond subsiste

Etant donné un triangle ABC, on rencontre très souvent l'erreur suivante :
 $AC = \vec{AB} + \vec{BC}$ devient $AC = AB + BC$
 De plus, si $AB \perp BC$ alors $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 devient aussi $AC = AB + BC$ parce que le modèle linéaire est très fort.

Ceci révèle un problème grave car les élèves ne se contentent pas de l'écriture erronée mais aussi ils calculent AC de cette façon (avec la somme) de sorte qu'on voit que l'inégalité triangulaire admise semble-t-il sans problème n'a pas pris assez de sens pour assurer le contrôle du formalisme.

Expérience en classe

Cette expérience a été réalisée plusieurs fois dans une classe de seconde (élèves de 15 ans) en France. Le professeur demande :

1. Choisir trois (ou quatre) triplets de nombres entre 2 et 10. Les élèves choisissent en général des nombres entiers, ce qui est sans importance.
 2. Essayer de construire trois (ou quatre) triangles dont les côtés mesurent en cm ces trois nombres.
- Les élèves tracent toujours un premier côté [AB] horizontal (en général le plus grand) puis il y a deux catégories d'élèves :

- ceux qui utilisent la règle graduée seule, et par approximations successives, en faisant pivoter la règle, le zéro de la règle étant tour à tour en A puis en B, c'est-à-dire en utilisant inconsciemment la règle comme un compas, ils déterminent le point C cherché.

- ceux qui utilisent le compas pour reporter les longueurs et déterminent le troisième point consciemment comme l'intersection de deux cercles. Mais quelle que soit la méthode utilisée par le jeu des petites erreurs de manipulation, 50 % des élèves tracent un vrai triangle, simplement un peu aplati, alors qu'ils ont choisi des nombres comme 5, 3 et 2.

Il y a deux partis très convaincus dans la classe :

- le parti de ceux qui pensent qu'un tel triangle existe, puisqu'ils l'ont construit et les mesures qu'ils peuvent faire, à un mm près ne leur prouvent rien.
- le parti de ceux qui sont sûrs intellectuellement que ce genre de triangle est nécessairement plat, mais ils sont impuissants à convaincre leurs camarades.

On peut organiser en classe, avec des élèves plus jeunes, une autre activité : On leur demande de couper des spaghettis, chacun en trois morceaux au hasard, puis d'essayer de faire un triangle avec les trois morceaux. Discuter. Je ne pense pas que, même avec ce matériel, le cas limite apparaisse de façon évidente.

Explication et solution

Il y a une forte gêne des maîtres devant ce résultat d'expérience. Certains même vont jusqu'à dire qu'il est impossible que des élèves de 15 ans fassent une erreur aussi grossière, et pourtant l'expérience est reproductible à volonté, en France, dans les conditions actuelles, et même avec de «bons» élèves en maths. Trois niveaux d'explication :

1. Les élèves veulent respecter un contrat implicite qui dit que tout problème posé par le maître a une solution. Ils essaient donc de tracer un triangle autant que faire se peut... Cette explication est faible car dans le cas de nombres comme 7, 3, 2, ils reconnaissent vite que le triangle n'existe pas. D'ailleurs, c'est pour cette raison que ce sont eux qui doivent choisir les nombres et pas le maître. Cette explication par le contrat est donc très insuffisante.

2. Tous les élèves savent à l'échelle des déplacements de leur corps, que pour aller d'un lieu A à un lieu C, il est plus court de suivre la ligne droite, plutôt que de faire un détour par un lieu B. L'inégalité triangulaire est une règle d'action dans l'espace usuel, mais nous devons reconnaître qu'il n'y a pas de transfert automatique sur la

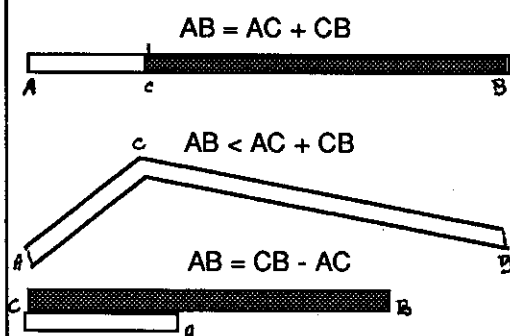
feuille de papier. La difficulté réside dans les rapports entre la maîtrise de l'espace usuel, l'usage des figures sur la feuille de papier, et la théorie de la géométrie.

3. Certains élèves auraient envie de dire: "quand le triangle est presque plat que $AB + BC$ est «presque égal» à AC ". Mais le mot «presque égal» n'est pas reçu par le maître car en mathématique, il n'y a que deux possibilités = ou <. Le langage naturel «presque égal» se transforme alors en «égal».

Que faire ?

(1) Les professeurs utilisent toujours l'évocation en se référant à l'espace de déplacements à grande échelle. Les élèves disent : «Ah oui !» mais oublient aussitôt car ils ne transfèrent pas vraiment leur expérience de l'espace aux dessins sur la feuille de papier.

(2) Le professeur peut montrer deux baguettes formant les deux côtés d'un triangle, et par transformations continues on obtient les deux cas limites.



En partant de (1) pour passer à (2), il faut rapprocher les deux points A et B (si on utilise un élastique, on remarque la tension de l'élastique).

Ce procédé est très intéressant pour permettre aux élèves de former une image mentale du triangle. Imaginer des déformations continues des figures est primordial pour l'intuition mathématique, ce procédé doit donc être utilisé mais je pense qu'il ne règle pas totalement le problème qui était posé ici.

Il est très important, pour des élèves de 15 ans, de comprendre que la géométrie est une théorie qui tire sa valeur de sa cohérence. Ce qu'on voit sur un dessin relève de la contingence alors que ce que l'on affirme en géométrie relève de la nécessité.

Pour le problème qui nous occupe - existence d'un triangle 2-3-5 non plat - le maître peut amener à ceci :

On a $AB = 5$. S'il existe un point C, hors de AB tel que $AC = 2$ et $CB = 3$, alors par symétrie il existe C' tel que $AC' = 2$ et $C'B = 3$.

D'autre part, il existe C_0 sur AB tel que $AC_0 = 2$ et $C_0B = 3$ puisque $AB = 5$.

Donc il existe un cercle de centre A de rayon 2 passant par les points C, C' et C_0 et aussi un cercle de centre B de rayon 3 passant par les trois mêmes points. Ceci est en contradiction avec le fait que par trois points distincts passe au plus un cercle. Tous les élèves doivent voir que la recherche d'un tel triangle revient à tracer deux cercles dont la distance des centres est égale à la somme des rayons, et que de tels cercles ont seulement un point commun. J'ai pu observer des élèves du même âge qui, pour des cercles tangents intérieurement, disaient la chose suivante : on part de deux cercles de même centre $O = O'$ et de même rayon $R = R'$. Ils ont une infinité de points communs. Je déplace O' un tout petit peu et je modifie R' en conséquence, de sorte que $OO' = R - R'$. Les deux cercles obtenus ont sûrement beaucoup de points communs, car on ne peut pas passer d'un seul coup d'une infinité à un seul ! Contrairement à ce qu'on pense, la figure formée par deux cercles tangents n'a elle non plus rien d'évident !

En conclusion, si on veut traiter l'inégalité triangulaire, il est effectivement inutile d'en donner une démonstration magistrale. Par contre, il faut éclaircir avec soin le cas limite, source d'erreurs et, pour cela, certains prérequis sont nécessaires :

- bonne connaissance du cercle et de la médiatrice. Par trois points, au plus un cercle

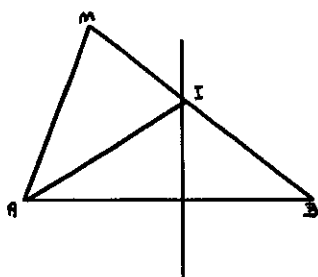
- tracé de triangles - discussion - cas limite. Conclusion :

$$a < b + c \text{ et } b < c + a \text{ et } c < a + b$$

- obtention avec les baguettes pour renforcer l'image mentale

- bonne maîtrise des inégalités pour retrouver ce que donnent les baguettes :

$$\begin{array}{ll} a < b + c & a < b + c \\ b < a + c & \Leftrightarrow a > b - c \\ c < a + b & a > c - b \\ \Leftrightarrow |b - c| < a < b + c \end{array}$$



$$MB = MI + IB = MI + IA ; MB > MA$$

Cette option est prise après observation des élèves. Intellectuellement, on peut penser qu'une autre option est meilleure. On pourrait dire :

- on admet l'inégalité triangulaire car elle est évidente (évocation)
- on appelle médiatrice d'un segment la perpendiculaire en son milieu et le pliage nous permet de dire :

M médiatrice de [AB] $\Rightarrow$ MA = MB.

Pour insister sur la réciproque, mathématiquement importante, on peut donner une démonstration, en utilisant l'inégalité triangulaire

M médiatrice de [AB] $\Rightarrow$ MA $\neq$ MB
donc MA = MB $\Rightarrow$ M médiatrice de [AB].
Mais cette option est mauvaise car cette démonstration apportée par le maître n'est la conclusion d'aucun débat dans la classe. Elle ne répond pas à un besoin, contrairement à ce qui se passe pour le cas limite de l'inégalité triangulaire.

Le problème des élèves est ailleurs. Le professeur doit demander de tracer plusieurs cercles passant par deux points A et B. Certains diront que c'est impossible car il y a un seul cercle ayant pour centre le milieu de [AB]. Une fois que, en discutant avec leurs camarades, ils auront pris conscience qu'il y a plusieurs centres et qu'ils seront surpris de les voir tous alignés, le problème de la réciproque sera résolu. Le seul obstacle est celui des directions privilégiées (tracer [AB] non horizontal). Le maître demande ensuite si par trois points il passe un ou plusieurs cercles et il suscitera à nouveau un débat intéressant avec démonstration par les élèves eux-mêmes.

Le raisonnement logique doit arriver pour trancher les débats. Pour cela il faut les susciter et le déroulement de la classe doit coller aux obstacles réels des élèves et seule l'observation permet de les connaître.

**Un sujet qui doit
suivre nécessairement :
le théorème de Pythagore.**

Il existe de nombreuses démonstrations «actives» du théorème de Pythagore. Une des meilleures consiste à demander aux élèves de calculer la diagonale d'un carré, puis d'un rectangle, en utilisant deux fois le même procédé : on construit un carré sur

cette diagonale, on calcule l'aire de ce carré, puis son côté. Cette démonstration est active car les élèves peuvent arriver seuls au résultat.

Mais cela n'évitera pas une erreur chez certains : ils sauront bien calculer AB et BC grâce à la formule établie et seront démunis pour calculer AC connaissant AB et AC.

On a $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ qui fonctionne comme une suite d'instructions et non comme une écriture algébrique.

Depuis l'école primaire, ils ont l'habitude d'utiliser les formules ainsi sans voir qu'il s'agit de fonctions de plusieurs variables.

**Inégalité triangulaire
et alignement des points.**

On prend un cadre d'épaisseur constante (presque carré) et on demande si les points A, B, C, D, sont alignés. Ceci donne lieu à un débat dans la classe (voir exposé de Sherbrooke). C'est une situation didactique concernant la proportionnalité. Certains élèves peuvent avoir l'idée de calculer les longueurs :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{2} \approx 1,4 \\ BC &= \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244} \approx 15,6 \\ AB &= \sqrt{13^2 + 11^2} = \sqrt{169 + 121} = \sqrt{290} \approx 17,0 \end{aligned}$$

Ils seront très surpris de constater que : $1,4 + 15,6 = 17,0$ ce qui met en évidence que trois attitudes différentes aboutissent à la même erreur :

- confondre un irrationnel et sa valeur décimale approchée
- prendre comme longueurs exactes de segments leurs mesures faites sur un dessin avec la règle graduée.
- admettre l'alignement des points par simple lecture de la figure.

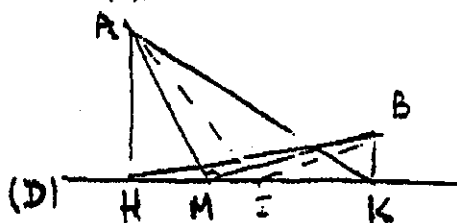
Dans les trois cas, un triangle un peu aplati peut être confondu avec une droite.

On peut voir que

$\rightarrow$	$\rightarrow$	
BC	AB	
12	1	$= 2 =$ deux fois l'aire du triangle ABC déterminant $\neq 0$ et inégalité stricte $AB + BC > AC$
10	1	

Application de l'inégalité triangulaire dans les problèmes de chemin minimum.

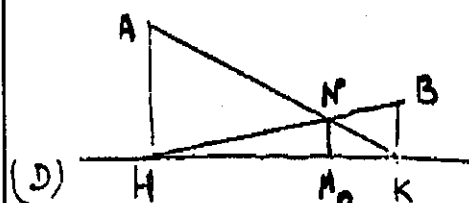
1. Premier problème : partir de A, toucher la droite (D), revenir en B.



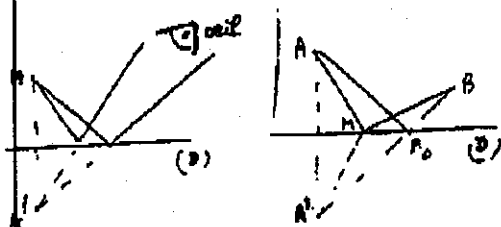
Les élèves émettent différentes conjectures difficiles à tester :

Certaines sont fausses : AHB, AKB, AIB, (I milieu de HK) ou AMB avec $\angle AMB = 90^\circ$

Certaines sont vraies : Comme AHB privilégie A et comme AKB privilégie B, la solution doit être intermédiaire : je projette N en M_0 et le trajet minimum est AM_0B . Tout cela est invérifiable.



Pour débloquer la situation, il faut se demander : quel chemin pourrait être celui d'un rayon lumineux si (D) était un miroir ? Donc le professeur doit faire réviser avant le tracé des rayons réfléchis par un miroir en utilisant l'image.



$$\begin{aligned} AM + MB &= A'M + MB > A'B ; \\ A'B &= AM_0 + M_0B ; \\ AM + MB &> AM_0 + M_0B \end{aligned}$$

Remarque que la dernière conjecture était la bonne :

$$\begin{aligned} \frac{HN}{NB} &= \frac{AH}{BK} = \frac{HM_0}{KM_0} = \frac{A'H}{BK} \\ \text{donc } A', M_0, B &\text{ alignés.} \end{aligned}$$

Lien avec l'ellipse et sa tangente :

Différentes ellipses de foyer A et B ;

La première qui touche la droite (D) détermine le point M_0 .

(D) est tangente à l'ellipse et A', M_0, B alignés.

2. Deuxième problème : Problème de Fermat ou de Steiner

Point de Torricelli du triangle.

Le triangle ABC étant donné, existe-t-il un point M tel que $MA + MB$ soit minimum ?

Deux solutions :

- Solution 1

ABA_1, ACA_2, MBM_1 ET MCM_2 triangles équilatéraux.

$$MA + MB + MC = M_1A_1 + MM_1 + MC < A_1C$$

$$MA + MB + MC = M_2A_2 + MM_2 + MB < A_2B$$

On joint A_1C et A_2B et à l'intersection on a le point P.

Rotation $(A, +\pi/3)$

$A_1 \rightarrow B$ et $C \rightarrow A_2$

$\rightarrow \rightarrow$

$(A_1C, BA_2) = +\pi/3$

donc $BPC = 120^\circ$

Rotation $B, +\pi/3$

$A \rightarrow A_1, P \rightarrow P_1, A_2 \rightarrow C$

A_1, P_1, C alignés donc A, P, A_3 aussi

$\rightarrow \rightarrow$

$(AP, A_1P_1) = +\pi/3$

- Solution 2

Supposons que ce point existe et soit P.

On trace l'ellipse de foyers A et B et passant par P, et le cercle de centre C et de rayon CP.

Ces deux courbes sont tangentes en P, en effet : elles ont un point commun P.

Si elles n'étaient pas tangentes, il existerait un point P' sur le cercle et à l'intérieur de l'ellipse.

$$P'C = PC \text{ et } P'A + P'B < PA + PB$$

$$\text{donc } P'A + P'B + P'C < PA + PB + PC$$

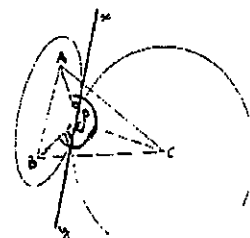
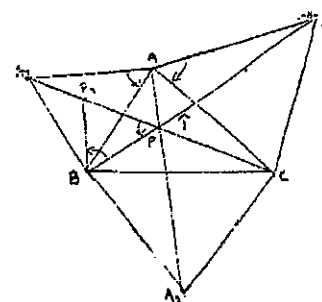
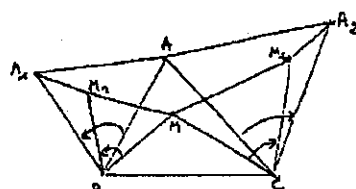
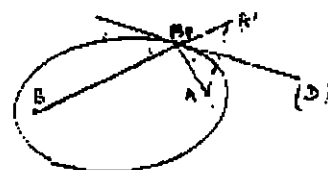
donc P ne serait pas le point le meilleur, ces courbes sont donc tangentes :

$$AP = BP, \text{ donc } APC = BPC$$

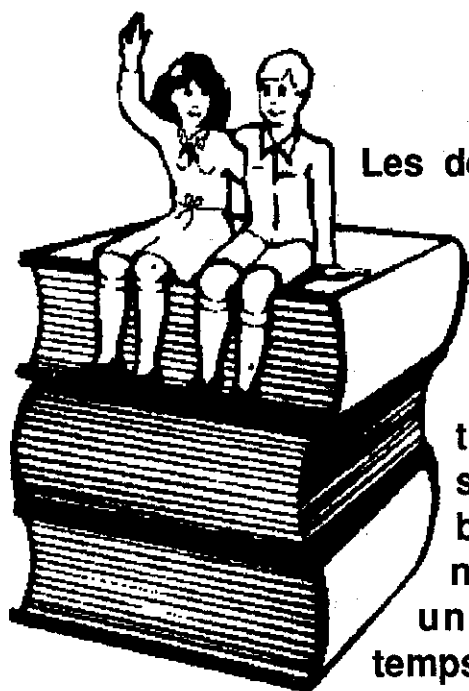
On recommence avec le même point P et l'ellipse de foyers A et C passant par P. On trouve de même

$$APC = BPC = APB = 360/3 = 120^\circ$$

P existe si les angles du triangle sont inférieurs à 120° .



POUR UNE EDUCATION NON SEXISTE



Les deux groupes de travail, animés par l'Association «Pour une éducation non sexiste», ont bien fonctionné mais avec un emploi du temps différent de celui qui était prévu.

Verena Aebischer est intervenue sur le thème : «Vers une égalité des chances des filles et des garçons en sciences et dans les nouvelles technologies » dans les groupes de travail de Nicole Mosconi et de Marie-Françoise Coste-Roy, Catherine Valabrègue a animé avec Edwige AVICE le débat sur la place des femmes dans le monde scientifique et ... la société actuelle.

En France, la recherche-action est menée dans plusieurs régions : Ile-de-France, Centre, Bretagne, Lorraine, Limousin. L'Association est par ailleurs sollicitée par d'autres régions de France (Lyon, Marseille...) mais aussi par des provinces des pays de la CEE. Pour animer la recherche-action et les diverses réunions, des documents écrits et vidéo ont été créés chaque année depuis 1986. C'est ce matériel qui a

été présenté au groupe de travail. Des éléments de la discussion ont déjà été publiés par l'APMEP, dans un article de Verena Aebischer (Bulletin vert n° 366). Catherine Valabrègue fait le point sur la recherche-action de 1986 à 1989 menée dans neuf pays des Communautés européennes, pour inciter les filles à s'orienter vers les sciences et les nouvelles technologies et contribuer à l'égalité des chances entre filles et garçons à l'école.

C'est en 1985 que les ministres de l'Education des Communautés Européennes décidaient de prendre des mesures pour :

- assurer une égalité de chance pour que les filles et les garçons accèdent à toutes les formes d'enseignement et à tous les types de formation, afin de permettre à chacun de développer pleinement ses aptitudes ;
- permettre aux filles et aux garçons d'effectuer en connaissance de cause et en temps utile des choix scolaires, professionnels, leur donnant les mêmes possibilités d'emploi et d'indépendance économique ;
- motiver les filles et les garçons à accomplir des choix non traditionnels et à suivre des formations qualifiantes, de façon qu'ils puissent accéder à un éventail d'emplois beaucoup plus diversifié ;
- encourager les filles à participer autant que les garçons aux secteurs nouveaux en voie d'expansion tant au niveau de l'éducation qu'à celui de la formation personnelle, telles que les nouvelles technologies de l'information et de la communication.

La recherche-action entreprise au cours de l'année scolaire 86/87 et poursuivie depuis pour inciter les filles à s'orienter vers les sciences et les nouvelles technologies, est subventionnée par la Commission des Communautés Européennes, et les ministères de l'Education Nationale des divers pays participant.

Ces actions «pilotes» seront diffusées et multipliées par les ministères de l'Educa-

tion Nationale. On peut ainsi espérer voir naître une génération de **scientifiques** qui seraient aussi nombreuses que leurs collègues masculins.

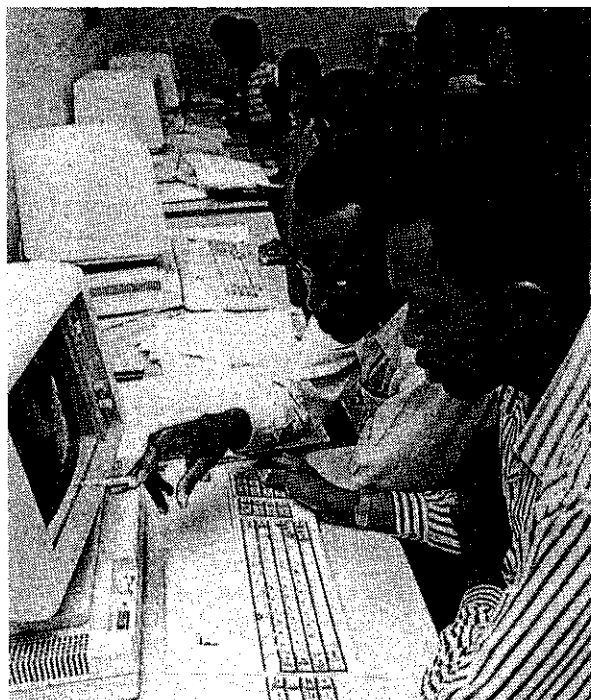
LES METHODES EMPLOYEEES

Elles concernent généralement des classes d'adolescents, à l'exception d'une expérience très intéressante faite dans le primaire, dans une banlieue de Londres. Nous reviendrons sur l'âge le plus propice à des interventions en faveur de l'égalité des chances. Dans les classes «témoins» seuls des questionnaires sont distribués. Dans les classes impliquées dans la recherche-action, des interventions très diverses sont menées :

- questionnaires sur l'avenir envisagé par les filles adressés aux élèves, aux enseignants, aux parents,
- dialogues, débats, en classe,
- interventions de personnes extérieures à l'établissement scolaire, en particulier de femmes scientifiques offrant aux filles des possibilités d'identification à un «modèle» féminin non traditionnel :

«Je ne savais pas qu'on pouvait faire tout ça» déclare une adolescente dans une classe où est menée la recherche-action.

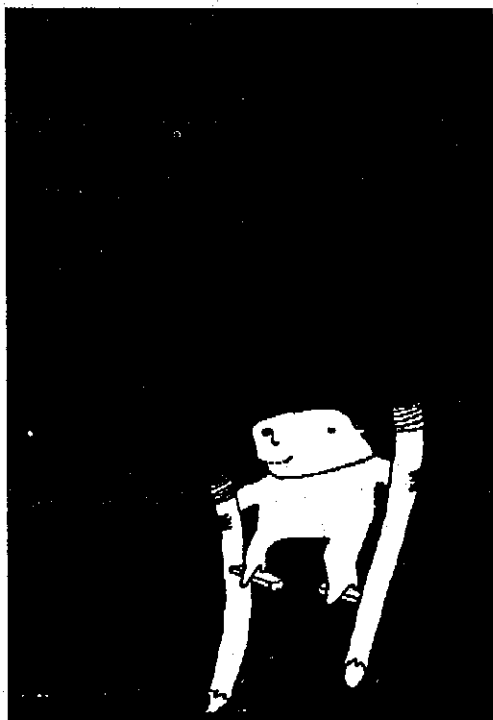
- jeux de rôles (en France ont été utilisées avec grand succès, les méthodes d'Augusto Boal qui a créé le «Théâtre de l'opprimé») ;



- vidéo (presque tous les pays participant à la recherche-action ont réalisé des productions intéressantes) ; C'est le meilleur moyen de faire découvrir aux enseignants et aux élèves des attitudes et des comportements qu'ils ne soupçonnaient pas,
- porte ouverte aux parents (en Belgique et ailleurs) ;
- expositions dans l'école ;
- visite d'usines et jumelage d'une entreprise et d'un collège (en France) ;
- enquêtes d'élèves sur le partage des rôles à la maison ;
- séminaires durant lesquels les élèves ET leurs parents s'initient aux technologies d'information (en RDA) ;
- création de modules (l'Irlande, en particulier, a un matériel tout à fait efficace pour introduire des techniques qu'on n'apprend pas en général aux filles).

PUBLIC-CIBLE en France

a. Dans sa première phase, de 1986 à 1988, la recherche-action a débuté par une pré-enquête auprès de 231 filles et de 238 garçons dans 18 classes de 4ème et de 3ème de trois collèges de la région parisienne et d'un collège dans l'Académie d'Orléans-Tours. Ces établissements ont été sélectionnés par le Ministère de l'Education Nationale et, vu les objectifs de notre action, choisis parmi les établissements équipés en informatique. Les enseignants y étaient volontaires.



L'action proprement dite a eu lieu dans 10 classes des quatre établissements comprenant 135 filles et 134 garçons.

b. Dans sa deuxième phase, les classes cibles ne sont plus les classes de 3ème, comme précédemment, mais les classes de 6ème, 5ème et de 4ème. En effet, il s'est avéré que les actions de sensibilisation devaient intervenir bien plus tôt. L'âge moyen des élèves participant à l'action se situait donc entre 12 et 14 ans.

Alors que les actions menées en 1986-88 concernaient surtout les élèves, les professeurs ayant été relégués dans le rôle de spectateurs, les interventions des années suivantes visaient une plus forte intégration du corps enseignant dans l'action. L'organisation de réunions mensuelles permettait de lancer l'action, de faire le point, d'aviser et d'impulser de nouvelles idées. Ces réunions constituaient aussi un moment privilégié pour réfléchir sur le rôle de l'enseignant dans l'encouragement d'une véritable égalité entre filles et garçons.

PLACE DE CETTE ACTION DANS LE CURSUS SCOLAIRE

Alors que dans la première phase de 1986-88, les actions entreprises ont eu lieu pendant les heures de cours, mais en se substituant à l'enseignement normalement dispensé, un très grand effort a été entrepris en 1988-89 pour intégrer les actions dans l'enseignement habituel. Seules les



visites des femmes ayant choisi des métiers non traditionnellement féminins se sont déroulées pendant les heures de cours en s'y substituant. Les visites des entreprises en binômes ont eu lieu les mercredi après-midi, en dehors des heures de cours, les autres types d'intervention ont pu s'intégrer dans l'enseignement normalement dispensé.

Les questions suivantes furent débattues en groupe :

- Les filles ont-elles un mode d'approche des nouvelles technologies qui leur serait propre ?
- L'âge auquel on s'initie à l'usage de l'ordinateur a-t-il une incidence sur le comportement des filles et des garçons ?
- Quel est le rôle joué par la mixité dans les écoles ?
- Les attitudes et les comportements des enseignants selon le sexe des élèves ?

La recherche-action amène les enseignants à s'interroger sur leurs comportements face aux élèves selon leur sexe.

Un exemple : les attentes concernant les garçons sont plus variées, plus exigeantes. Ces comportements ont bien évidemment des effets sur la confiance en soi des élèves et partant sur leurs succès scolaires et leurs projets d'avenir.

Bien souvent, l'insécurité des filles devant les maths ou la physique est aggravée par le manque d'encouragement de la part des professeurs et des parents. Lorsqu'une fille dit ne pas avoir compris un cours de physique, l'entourage semble s'y attendre ce qui renforce l'insécurité de la jeune fille. Il n'en est pas de même pour les garçons toujours plus encouragés et s'exprimant plus ouvertement.

Une étude anglaise réalisée en 1982 pour la CEE, indique que devant l'échec scolaire, ils disent :

***Il n'a rien écouté ;
Elle n'a rien compris.***

Or, une bonne situation d'apprentissage suppose que l'on ait confiance en soi et que l'on soit prêt à prendre des risques.

Quand il y a dialogue dans la classe, il faut encourager tout spécialement les filles à parler, à exprimer ce qu'elles ressentent. C'est aussi, par là-même, développer chez les garçons l'expression des sentiments et pas seulement de la pensée.

L'INTRODUCTION DU CONCEPT «EGALITE DES CHANCES» dans toutes les disciplines : langue maternelle, histoire, éducation civique.... n'est pas encore suffisamment répandu. En Italie, au cours de la recherche-action, on a débattu en classe de l'image des femmes dans la publicité, à partir d'extraits de journaux, de revues, d'émissions de télévision. Il est certain qu'aborder à l'école le problème de l'égalité des droits pour les femmes et les hommes et l'évolution des rôles masculins et féminins contribuera à changer les attitudes et les comportements envers les filles, surtout en ce qui concerne les métiers.

LES PARENTS. Il est peu question d'eux dans les rapports des divers pays participant à la recherche-action. Pourtant, des rencontres parents-enseignants seraient sans doute fort utiles, dans le cas si fréquent où l'on s'aperçoit qu'une fille ne va pas au club d'informatique de son école alors que tant de garçons s'y précipitent.

LES CONSEILLERES EN ORIENTATION sont en principe impliquées dans la recherche-action. Elles ont rarement une connaissance suffisante des nouvelles technologies et continuent, en bien des cas, à orienter les filles vers des métiers traditionnellement féminins, voire sans avenir.

LES RESISTANCES DES JEUNES FILLES face à des métiers nécessitant un certain savoir-faire technologique sont encore considérables. Elles sont liées à la fois au rapport traditionnel homme-femme, et au moindre attrait, voire au rejet, des maths et de la physique, alors même qu'il n'est pas indispensable d'être bonne en maths pour s'orienter vers les nouvelles technologies. Mais, comme il est remarqué très justement dans le rapport portugais, les résistances sont ancrées dans un contexte qui les accentue.

Le combat pour l'égalité des chances, il faut bien le dire, ne paraît pas prioritaire aux décideurs qui sont en majorité des hommes. On a vite fait de dire que la

notion d'égalité n'est plus mise en cause et que les lois sont là pour assurer cette égalité, alors même que tout le travail consiste à les faire accepter et appliquer. Sans compter la crainte toujours latente d'une perte de privilèges du côté masculin. C'est une des raisons pour aborder ces problèmes en présence des garçons afin qu'ils prennent pleinement conscience des discriminations sexistes qui durent (inégalité de salaires, inégalité dans le partage des tâches familiales...) et surtout qu'ils perçoivent l'intérêt qu'il y aurait à bénéficier de l'apport des femmes dans tous les domaines.

LE CONCEPT DE DISCRIMINATION POSITIVE devient tout à fait acceptable au cours de la recherche-action que nous menons.

Il y a effectivement un supplément d'attention à porter sur les difficultés spécifiques aux filles au cours de leur scolarité. Cela demande que s'établissent de nouvelles relations entre les jeunes et ceux et celles qui les éduquent. Cela implique des changements profonds dans les modalités de transmission des savoirs et dans leurs contenus mêmes.



Que conclure de ces travaux en attendant le rapport des évaluateurs ?

- Peut-être l'essentiel est-il d'**introduire l'informatique très tôt dans les écoles.** Nous avons eu l'exemple d'un ordinateur placé dans un coin-jeu d'une classe de ma-

(On attribue l'esprit de logique aux hommes et l'intuition aux femmes dans les menus faits de la vie quotidienne et curieusement on oublie que l'intuition est une fonction valorisée chez les savants et qui pourrait donc rendre les femmes particulièrement aptes aux carrières scientifiques.)

ternelle. Les filles aussi bien que les garçons avaient envie de s'en servir.

- **d'introduire les nouvelles technologies dans toutes les disciplines** et pour que cela soit possible, former tous les enseignants à leur usage.
- **de favoriser l'expression orale** dans les classes afin d'encourager les filles à s'exprimer autant que les garçons.
- **de veiller dans des Commissions ad-hoc à la relecture des manuels scolaires** afin d'en éliminer les images et les expressions sexistes, auteurs et éditeurs étant associés à ce travail.
- **de diffuser dans toutes les écoles de formation initiale et continue des enseignants** une brochure sur l'égalité des chances où il serait précisé qu'il convient de garder à chaque sexe sa spécificité tout en valorisant les différences.

Pour en savoir plus :

Films vidéo :

- A quoi rêvent les jeunes filles ou les problèmes de l'orientation. VHS 25 mn

- Les adolescentes et les nouvelles technologies. VHS 30 mn

Divers rapports :

- Programme d'action des Communautés européennes

1987-1988 volume 1-1988-1989 volume 2

- Bulletin APMEP n° 366 - décembre 1988 - p. 579-589

Etudes :

- Les femmes et le langage - Verena Aebischer PUF

- Fille ou garçon, éducation sans préjugé - Catherine Valabregue - Magnard

Plot n° 51 - 1990



LA DESCRIPTIVE

Aimé VOGT - Dijon

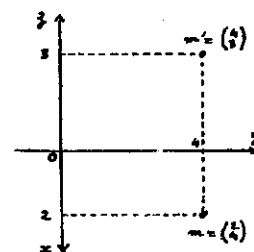
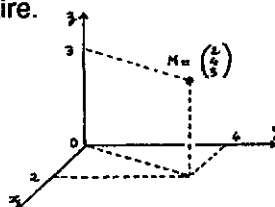
Discipline obsolète ou toujours d'actualité ?

La descriptive a disparu de la quasi-totalité des programmes et il est peu probable qu'elle y revienne jamais.

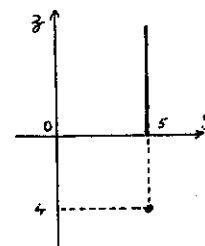
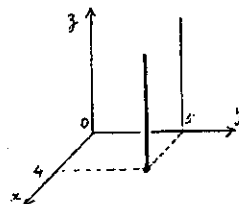
Pourtant l'enseignement de la géométrie dans l'espace gagne à son utilisation.

On se propose de montrer sommairement, par quelques exemples, comment, sans développer un cours, on peut l'utiliser dès l'école élémentaire.

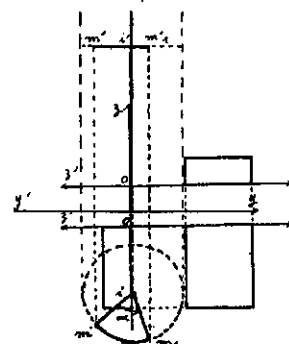
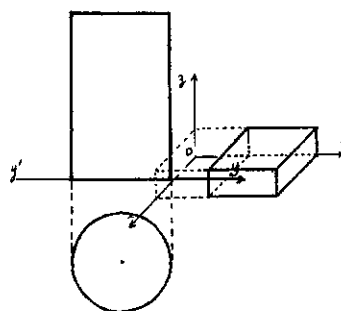
Représentation d'un triplet de réels $M = (x, y, z)$



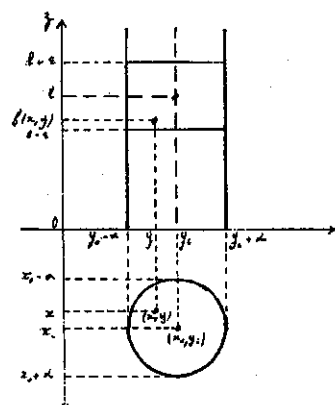
Représentation d'un bâton planté verticalement (représentation d'une droite verticale)



Représentation d'une boîte d'allumettes (comme autrefois sous le nom de croquis-côté)



Représentation d'un tube illustrations de la définition d'une rotation dans l'espace et de la limite d'une fonction de 2 variables



LA NAISSANCE DU METRE ETALON

André BELET - Rodez



**Histoire d'un
PAE réalisé
au lycée Foch
de Rodez,
durant l'année
scolaire
1988-89,
dont le sujet
était la
création du
mètre - étalon.**

La création du mètre-étalon fut décidée par la Constituante. Les travaux, qui durèrent de 1792 à 1798 furent confiés à deux astronomes : Delambre et Méchain (voir article de M.F. Jozeau p.2).

Ils mesurèrent, par triangulations successives, la distance Dunkerque-Barcelone, et l'angle au centre correspondant, par des méthodes astronomiques. Delambre mesura les triangles de Dunkerque à Rodez, Méchain mesura ceux qui sont compris entre Rodez et Barcelonne. Mesurer un triangle par triangulation signifie mesurer ses angles lorsqu'on connaît une base, c'est-à-dire l'un des côtés. On utilise ensuite la formule $\sin A/a = \sin B/b = \sin C/c$ pour déterminer les autres côtés (a est le côté opposé à l'angle A ... etc).

Le PAE comprenait :

1. Une exposition d'instruments de mesure, d'étalons anciens et modernes, et surtout des panneaux explicatifs conçus par les élèves avec l'aide d'un professionnel.
2. Des mesures d'angles utilisant des appareils de géomètres utilisés actuellement, réalisées par les élèves sur les lieux mêmes où Delambre et Méchain avaient opéré.
3. Une pièce de théâtre, relatant les aventures de Méchain au cours de ses expéditions, cette pièce a été écrite par l'un des professeurs du lycée, et a été jouée plusieurs fois dans la région par les élèves.

4. Un film - qui est en cours de montage au moment où ces lignes sont écrites - a été tourné avec les élèves. Il retrace les problèmes et les difficultés rencontrées par les deux astronomes.

5. Des affiches, réalisées par les élèves, aidés du professeur de dessin ont signalé l'exposition d'une part, et la pièce d'autre part.

6. Des calculs, relatifs à la triangulation ont été effectués par les élèves. Ces calculs leur ont fait toucher du doigt les difficultés rencontrées, pour trouver des résultats aussi précis.

7. Enfin, un document philatélique - joint à cet envoi - a été émis à cette occasion, avec la participation de la ville de Rodez.

Lors des journées nationales de Paris, les participants ont posé des questions théoriques, du genre «**Par quel procédé peut-on mesurer la latitude d'un lieu ?**» ou bien «**Comment la connaissance d'un triangle plan se traduit-elle dans un triangle sphérique (situé sur la sphère terrestre) ?**»

- D'autres questions ont été plus techniques, par exemple «**Comment a-t-on obtenu une précision d'une seconde d'arc avec les instruments de cette époque ?**» ou encore «**Quelle était l'unité employée pour faire ces mesures ?**»

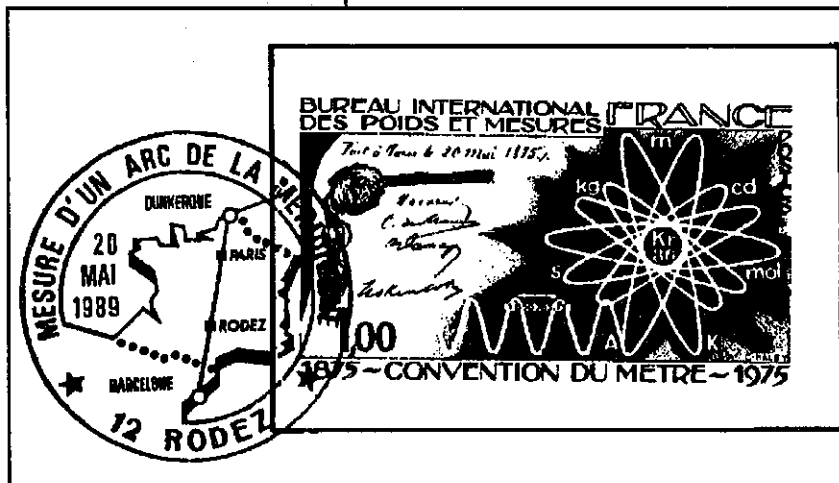
- Enfin des questions plus profondes ont été posées : «**Pourquoi cette définition du mètre ?**»

MESURE DE LA TERRE

Le Mètre

Dans l'Antiquité

Eratostène (276-192) évalue l'Arc de Méridien de Syène à Alexandrie (800 km) et mesure la différence des latitudes ($7^{\circ}12'$). Il en déduit la circonférence et le diamètre de la terre avec une erreur de 1,2 % !



Au XVII^e siècle

On cherchait déjà une nouvelle unité de longueur !

* Projet de l'abbé Mouton (1670) : prendre pour unité le millième du mille marin (1,852 mètre). Unité trop longue pour être pratique.

* Projet de Christian Huygens (1673) : prendre pour unité la longueur d'un pendule «battant la seconde». Jefferson et La Condamine au XVIII^e défendront ce projet. Inconvénient : la période du pendule dépend du lieu où l'on fait la mesure.

Fernel mesure 1° de méridien en partant de Paris et en comptant les tours de roue d'un coche !

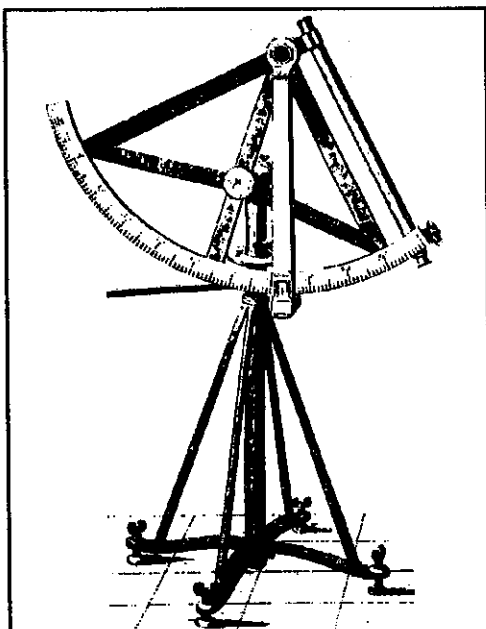
Snellius fait aussi des mesures de degré de méridien : il trouve 55 100 toises pour 1°, en 1617. Difficulté : imprécision de l'étalon : la toise.

En 1669, l'abbé Picard mesure un arc de 150 km, de Malvoisine à Amiens, en utilisant la triangulation.

Au XVIII^e siècle

Deux thèses tout à fait opposées, qui font naître une vive polémique !

* La thèse de Newton, qui pense que la terre est aplatie aux pôles à cause de la force centrifuge due à sa rotation. Il évalue l'aplatissement à 1/230. C'est aussi la thèse de Huygens.



* La thèse de Cassini : la terre est allongée aux pôles ! Argument : ses propres mesures : Cassini a en effet mesuré un arc de méridien près de Bourges et a trouvé 50 050 toises (Son fils Jacques Cassini trouvera à peu près pareil) ; il a aussi mesuré un arc de méridien près de Collioure et a trouvé 57 097 toises.

Pour trancher le débat, l'Académie des Sciences envoie deux expéditions en 1735-1736 :

- l'une à l'équateur effectuée par Bouguer - La Condamine et Godin
- l'autre en Laponie effectuée par Maupertuis - Clairaut - Le Monnier - Camus et le Suédois Celsius.

Chacune des deux expéditions devaient mesurer un degré de méridien. Résultat des mesures : le degré de méridien est plus long en Laponie qu'à l'Equateur. C'est donc la thèse de Newton qui était la bonne !

Cette thèse est en accord avec l'expérience du pendule de Richer (1672), le pendule battant la seconde à Paris retardait à l'équateur.

La création du mètre

En juin 1792, on voulut créer une nouvelle unité de longueur universelle, c'est-à-dire applicable par tous, en opposition aux anciennes qui étaient purement locales. L'idée du pendule battant la seconde fut abandonnée car non universelle (la longueur du pendule dépend de l'endroit où l'on fait battre le pendule) ;

On eut alors l'idée de définir une unité de longueur égale à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre : c'est le mètre (mot inventé par le physicien Borda - 1795).

Et pour cela on décida de refaire précisément les mesures de l'arc de méridien. On mesura cette fois-ci entre Dunkerque et Barcelone, par triangulations successives. Delambre fit les mesures entre Dunkerque et Rodez ; Méchain fit les mesures de Rodez à Barcelone.

Il découlait de ces mesures que le quart de méridien mesurait 5 130 740 toises, c'est-à-dire une toise = 1,949036 m. On fabriqua un étalon en platine iridiée de longueur 1 m. A partir du mètre, on a pu définir le kilogramme.

On avait mesuré la terre ! On allait pouvoir, de proche en proche, mesurer des distan-

ces de plus en plus grandes dans l'univers.

Actuellement :

La mesure de la forme de la terre est connue à 1 m près. On espère atteindre 10 cm d'ici 10 ans.

Ces mesures se font par satellite.

* par rayon laser on mesure directement la forme de la terre

* par mesure de la gravitation en chaque point où se trouve le satellite : on en déduit la forme de la terre.

Même la définition du mètre a changé :

2ème définition (1799) : c'est la mesure de l'étalon des archives.

3ème définition (1799) : c'est la distance à 0° C des axes de deux traits médians tracés sur le prototype en platine iridié.

4ème définition (1960) : la mètre égale 1 650 763,73 longueurs d'onde dans le vide de la radiation orangée du Krypton 86 (100 fois plus précis que la 3ème définition).

5ème définition (1983) : le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière en $1/299\,792\,458$ secondes.

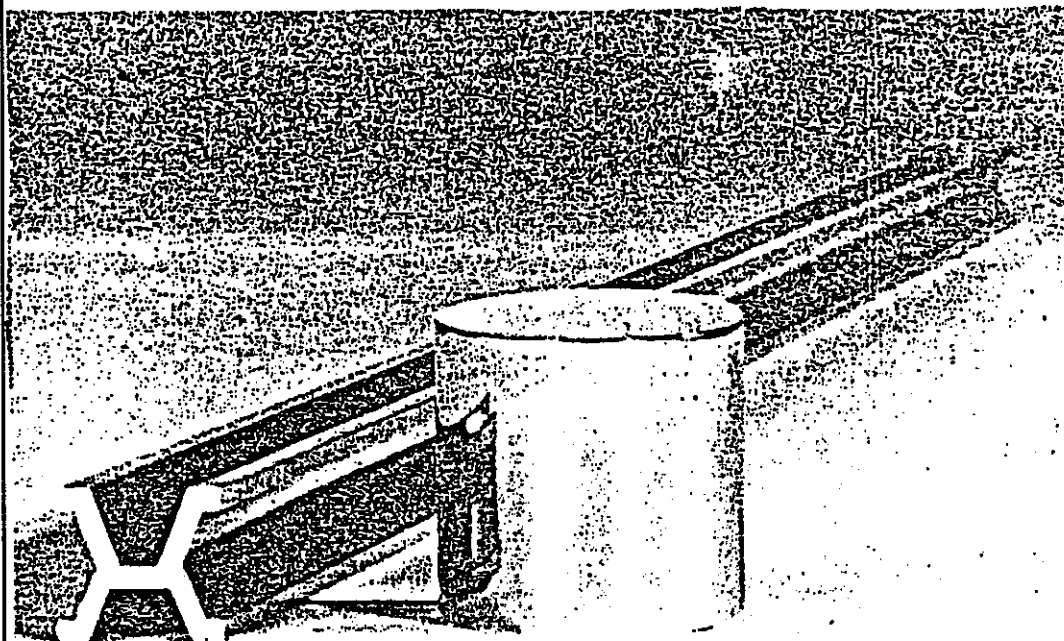
Bibliographie

La Méridienne de Denis Guedj - Editions Seghers.

La figure de la terre du XVIIIe siècle à l'ère spatiale, de l'Académie des Sciences (Lacombe-Costabel) - Editions Gauthiers-Villars.

Géodésie générale de JJ. Levallois. Collection scientifique de l'I.G.N. - Editions Eyrolles.

La terre, les eaux, l'atmosphère. Encyclopédie du bureau des longitudes 1983. Gauthiers-Villars. Poséidon.



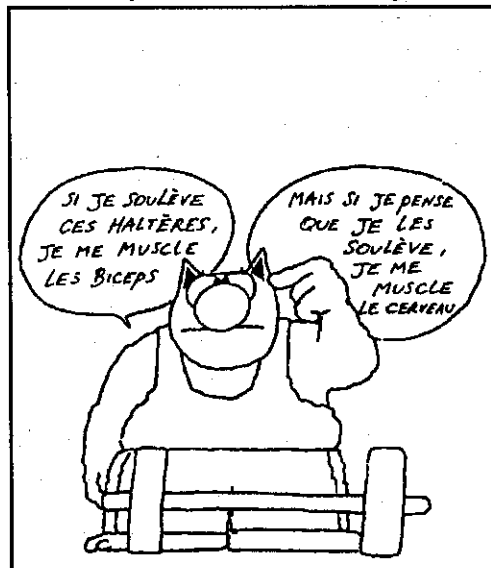
Le prototype international du kilogramme et celui du mètre

LES REFERENCES AU CONCRET DANS LES DISCOURS SUR LES MATHEMATIQUES

Chantal DEMONQUE - Versailles

Pour le sens commun, l'emploi des termes «concret» et «abstrait» obéit à des choix peu rigoureux, qui nous semblent pour l'essentiel renvoyer à l'idée que les «réalités» correspondantes sont à la fois opposées, voire contradictoires, et d'inégale valeur. Une certitude comparable conduit à opposer de la même façon des notions jugées voisines, comme l'expérience et la théorie, la réalité et les mathématiques... : la langue ordinaire impose ainsi facilement le double sentiment que ces termes sont contradictoires et non complémentaires, mais aussi que l'expérience est beaucoup plus instructive que la théorie, si souvent «inapplicable», que les mathématiques ont bien peu à voir avec la réalité, que ce qui est abstrait est forcément vague, ou très général, et ne fait pas le poids devant la solidité du concret.

Or l'analyse de discours tenus de différents points de vue sur les mathématiques semble constituer un observatoire privilégié, à la fois du fonctionnement de ces oppositions, très fréquentes, de leur caractère implicite, et de leur ambiguïté.



Partant de l'hypothèse que les références aux notions de «concret» et d'«abstrait» sont rarement innocentes à propos des mathématiques, je comptais appuyer mes réflexions sur l'analyse d'exemples empruntés aux trois domaines dans lesquels ces références semblent inévitables : les situations pédagogiques, les textes des mathématiciens eux-mêmes, des épistémologues et des historiens des sciences, enfin le discours des philosophes sur les mathématiques.

Le choix de commencer par les réflexions d'ordre pédagogique, devant un public d'enseignants très ouverts à la discussion... a abouti à ce que mon exposé se limite à sa première partie !

ELEVES ET PEDAGOGUES FACE A LA PEUR DE L'ABSTRACTION

Le simple fait d'avoir à comprendre un énoncé mathématique, à résoudre un problème, etc., peut suffire à placer un élève, ou un «non-spécialiste», en situation de blocage : lorsque la situation proposée est purement mathématique - lorsqu'elle ne comporte aucun indice direct d'un quelconque rapport à une situation concrète - le sentiment de non-réalité peut être si fort que l'on renonce par avance à toute possibilité d'intervention, ou que l'on est vite prêt à faire n'importe quoi. Pour qui accorde à l'abstraction mathématique le même degré d'existence qu'aux fées ou aux fantômes, admettre que $2/5 + 3/4$ ne font pas $5/9$, voire que «quatre cent sept» ne s'écrit pas 4007, peut avoir aussi peu d'importance que donner telle ou telle couleur à la robe de la fée sur son dessin. Telle élève qui semble avoir enfin compris le mécanisme de la division, parvenue sans faute à sa dernière ligne d'écriture,

demande soudain de quel côté elle doit écrire le reste.

Beaucoup d'énoncés de problèmes, à l'inverse, destinés manifestement à faciliter le travail des élèves (de l'école élémentaire surtout), prétendent parler de la réalité. Mais - il s'agit souvent d'un « faux concret » - rassurant peut-être, mais aussi trompeur. Les petites héroïnes de Marcel Aymé (1), confrontées à la nécessité de compter les arbres « des bois de la commune », se font aider par leurs amis animaux pour compter effectivement un par un les hêtres et autres bouleaux des bois de LEUR commune ; les enfants de tel CE1 à qui il est demandé de calculer le nombre de places restant inoccupées dans un car où sont montés tant d'élèves, pensent avoir d'abord besoin de savoir si, « comme dans le car pour aller à la piscine », certains sièges seront occupés par deux enfants.

activité purement intellectuelle puisse être productive est très vite inquiétant : oubliant que l'abstraction est tout simplement le moyen dont nous disposons pour nous représenter et organiser mentalement la réalité, nous nous arrêtons au constat qu'elle n'est pas la réalité. La tentation est grande alors de qualifier péjorativement d'« abstrait » - « bonne » façon d'en légitimer le refus - ce qui n'existe pas POUR NOUS, de concret, en revanche, tout ce dont nous percevons facilement la présence et l'intérêt. (2)

Cela dit, le statut paradoxal des mathématiques au sein de l'ensemble des disciplines traditionnellement enseignées nous semble renforcer ce type de confusion : si nul ne conteste le caractère très abstrait des mathématiques (qui explique leur difficulté, etc.), l'espèce de condescendance avec laquelle sont souvent traitées la littérature ou la philosophie, par exemple, vise

leur prétendu éloignement par rapport à « la réalité ». Ces dernières ne parlent-elles pas pourtant beaucoup plus directement « des choses et des gens » ? Sans doute l'utilité, voire la « rentabilité » de l'étude des mathématiques, suffisent-elles à cautionner implicitement l'idée qu'il y a de « bonnes » façons de ne pas parler directement de la réalité, et de « mauvaises » façons d'en parler...

Notons enfin les effets pervers d'une autre caractéristique de notre enseignement : plus encore que celle des autres sciences, l'étude des mathématiques est le plus souvent totalement coupée de celle de leur histoire. La marque d'éternité

ainsi attachée aux vérités mathématiques contribue à aggraver les réactions de peur et les sentiments d'impuissance : devant un problème difficile à résoudre, non seulement l'élève ignore à peu près tout des obstacles auxquels se sont heurtés en leur temps ceux qui l'ont rencontré pour la première fois, mais il se trouve en plus dans une situation comparable à celle du lecteur des « Vies des hommes illustres », auquel Plutarque affirme, à propos



Leçon de choses

Ces quelques exemples suffisent à vérifier notre première hypothèse. Les réactions de peur ou d'incompréhension « a priori » suscitées par les mathématiques nous semblent le plus souvent masquer une autre peur, un autre sentiment d'incapacité : ceux que l'on éprouve devant l'abstrait en général. L'impression est trop forte que seul existe ce qui peut faire l'objet d'une expérience sensible, ou affective. Qu'une

d'une découverte d'Archimède : « Dès que vous l'aurez apprise (la solution) vous penserez que vous auriez pu la trouver seul, tellement est unie et simple la démonstration ». S'entendre trop souvent dire que « pourtant, c'est évident », loin d'inciter à poursuivre courageusement la recherche, conduit plutôt à la soumission résignée du médiocre au génie. Nouvel avatar de la contradiction confuse qui nous intéresse : les « hautes sphères de l'abstraction », si facilement décriées, seraient aussi, parfois, des terres d'élections ?

Si le temps (et ici, la place !) ne nous avait pas manqué, nous aurions ensuite essayé de montrer comment les mathématiciens eux-mêmes, lorsqu'ils s'interrogent sur leur propre travail, et les philosophes, lorsqu'ils réfléchissent sur la nature, les fondements et l'utilité des mathématiques, sont eux aussi confrontés à des problèmes qui nous semblent relever de la même difficulté : concilier le caractère éminemment abstrait des mathématiques, et la dimension très concrète de certaines de leurs applications, voire de l'exercice même de l'activité mathématique.

Nous nous contenterons d'évoquer, pour conclure, d'abord l'obstination de Plutarque (op. cit.) à présenter Archimède comme la figure archétypique du savant « pur esprit » : « la construction des machines, tout l'art qui sert aux besoins de la vie n'étaient pour lui que choses sans noblesse et vils métiers. Il mit toute son application à l'étude des objets dont la beauté et l'excellence ne sont mêlées d'aucune nécessité ». L'on sait pourtant que les machines de guerre conçues par le même Archimède ont bien failli venir à bout de la puissance militaire des romains.

Enfin la résistance opposée au mathématicien Hermite par les problèmes sur lesquels il travaillait lui a fait écrire un jour : « Je crois que les nombres et les fonctions de l'Analyse ne sont pas le produit arbitraire de notre esprit ; je pense qu'ils existent en dehors de nous, avec le même caractère de nécessité que LES CHOSES DE LA REALITE OBJECTIVE (3), et nous les rencontrons ou les découvrons, et les étudions, comme les physiciens, les chimistes et les zoologistes ». (4)

LA DÉMONSTRATION MATHÉMATIQUE DANS L'HISTOIRE



ACTES DU 7 ÈME COLLOQUE INTER-IREM
ÉPISTÉMOLOGIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

31

(1) Marcel Aymé, *Le problème*, in *Les contes rouges du chat perché*.

(2) Un échange significatif a eu lieu à ce propos avec l'un des participants de mon atelier : il était évident pour lui, professeur de mathématiques, qu'un nombre était quelque chose de tellement évident qu'il en devenait concret. D'autres ont rappelé qu'on parlait effectivement de « nombres concrets » en mathématiques.

(3) C'est moi qui souligne.

(4) Cité par Bourbaki au début des *Eléments d'histoire des mathématiques*.

POUR UN VERITABLE STATUT DU DESSIN EN GEOMETRIE DE L'ESPACE.

Bernard PARZYSZ - Paris-VII

Cet atelier avait pour principal but de sensibiliser les participants à l'intérêt que peut présenter un apprentissage de la géométrie de l'espace accordant une place non marginale au dessin, pourvu que celui-ci accède au statut d'objet mathématique à part entière.

Un exposé d'introduction dressait d'abord un «état des lieux»

en s'intéressant en particulier

aux questions suivantes :

quels dessins rencontre-t-on

actuellement en géométrie de l'espace ?

D'où viennent-ils ?

A quoi sont-ils utilisés ?



Lequel de ces dessins est le faux ?

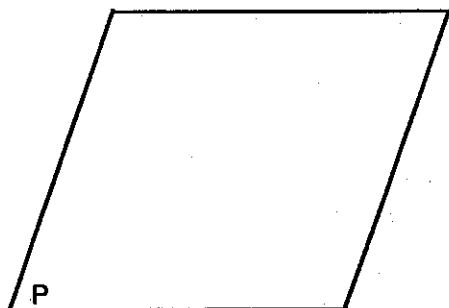
Réponse : celui qui ne comporte que des hexagones !!

L'un des lieux où l'on peut le plus commodément se faire une idée de ce que représente le dessin dans l'enseignement de la géométrie de l'espace est le manuel, reflet certes un peu particulier, mais malgré tout

représentatif (modèle ?), de ce qui peut se pratiquer au sein de la classe. Or, quels dessins les manuels nous présentent-ils, et que nous en disent-ils ?

Des figures stéréotypées

A première vue, les dessins de figures spatiales que l'on y trouve relèvent — sauf exception — de la perspective parallèle, c'est-à-dire qu'il s'agit de la projection de l'objet sur le plan, suivant une direction de droite donnée, mode de représentation dont la perspective cavalière (projection oblique dans laquelle le plan de projection est parallèle à deux faces d'un cube de référence) constitue le cas particulier le plus fréquemment utilisé. De plus, les dessins représentant des configurations «classiques» sont très stéréotypés : dessins de plans, de pavés droits, de corps ronds, illustration des règles d'incidence... On peut alors se poser la question de l'origine de cette «tradition», et tenter d'y répondre en consultant les ouvrages anciens (du 16^e au 19^e siècle). Dans ceux-ci, pour prendre un exemple, le plan est presque toujours représenté par un parallélogramme (parfois rectangle), dont deux côtés sont, soit horizontaux, soit verticaux. Il ressort de divers indices que la portion de plan représentée est un rectangle, et que les côtés obliques (fuyantes) ont pour objet de provoquer un effet de perspective (citons par exemple : «Pour représenter un plan, nous avons pris l'habitude de dessiner un parallélogramme, donnant ainsi l'impression visuelle d'un rectangle «vu en perspective» ([1] p. 348). La latéralisation privilégiée de ces obliques, générale aujourd'hui (**dessin 1**), n'apparaît

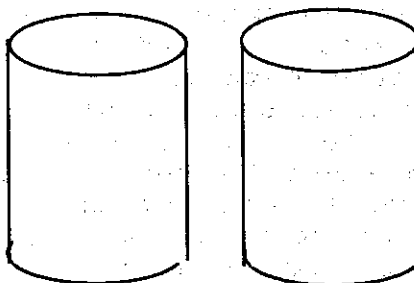


Dessin 1

qu'au cours du 18^e siècle, normalisation qui semble liée à la pratique du regroupement des «figures» en planches, placées en fin de volume.

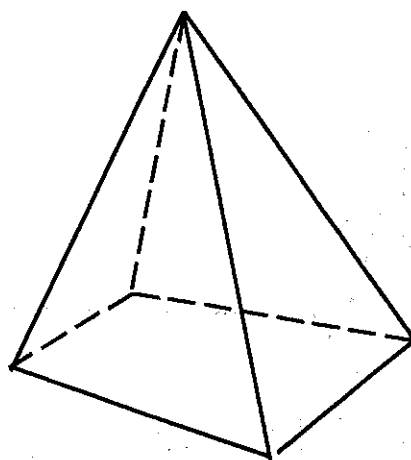
En ce qui concerne le dessin de cercle, on constate, depuis les origines et jusqu'au milieu du 19^e siècle, la coexistence de deux types graphiques (**dessins 2 A et 2 B**) : elliptique (comme il est normal dans une projection parallèle) ; et **lenticulaire**. Manifestement, le lien n'est pas fait entre la représentation du cercle et la section plane d'un cylindre.

D'autre part, nos dessins actuels font usage



Dessin 2

de diverses conventions graphiques, dont la principale est la «semi-transparence» (les traits «cachés» sont dessinés en tireté. **dessin 3**). Ce procédé remonte (au moins) au début du 17^e siècle (où il est utilisé de façon empirique), et coexiste tant avec l'opacité qu'avec la transparence totale.



Dessin 3

Projections ... cavalières

De façon générale, cette «tradition» graphique est, pour l'essentiel, établie depuis un bon siècle ; on n'y trouve pas de référence à la projection parallèle, et on y voit diverses innovations naître, se développer ou disparaître au fil du temps : nos dessins de géométrie de l'espace apparaissent donc plutôt comme **des schémas améliorés** que comme le résultat d'une projection consciente de l'espace sur un plan. Cependant, certains des manuels de lycée les plus récents font parfois référence à la projection parallèle. Quand, et comment, la relation entre les dessins et leur principe directeur est-elle explicitement apparue ?

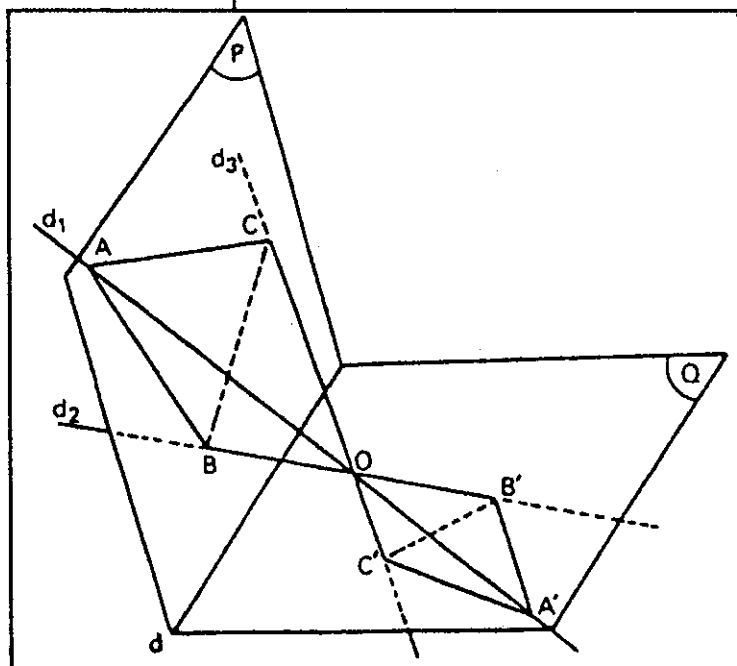
Même si la géométrie descriptive prend place dès le début du 19^e siècle dans l'enseignement secondaire, elle reste marginale : c'est une **technique** de représentation de l'espace. Vers 1850 apparaît dans les manuels de géométrie le mot «projection», mais uniquement dans un contexte très particulier (angle d'une droite et d'un plan) ; il s'agit donc là, comme le disent Chevallard et Johsua à propos de la notion de distance, d'un «emploi rare, discret et rituel» ([2] p. 199). La projection ne deviendra objet d'étude, sous sa forme orthogonale, qu'en 1925, et dans sa généralité qu'en 1960, le rapport explicite avec la perspective n'apparaissant que plus tard encore (en tant qu'exemple). Cette

absence de statut mathématique a sans aucun doute fortement contribué à cantonner le dessin dans un rôle d'illustration des situations décrites, et à le traiter de façon... cavalière, voire avec suspicion (il n'est d'ailleurs que de constater l'amalgame opéré par les manuels entre ce qui relève des propriétés de la projection parallèle et ce qui est du domaine des conventions graphiques pour s'en persuader). C'est ainsi que l'on trouve, dans les manuels, nombre de dessins incorrects du point de vue de la perspective (sans parler de ceux relatifs aux corps ronds) ; ceci n'est pas gênant tant que le dessin n'est considéré que comme une illustration de la situation, mais conduit rapidement à des incohérences lorsque l'on envisage des actions (constructions) sur un tel dessin.

Dessins ...et manuels

Une feuille polycopiée a été distribuée aux participants de l'atelier. Cette feuille comportait 12 dessins, extraits de manuels de lycée édités entre 1931 et 1988. L'activité proposée a été d'observer et d'étudier ces dessins qui, en tant que projections parallèles, présentaient tous des incohérences plus ou moins apparentes. Il s'agissait de détecter ces incohérences, puis d'envisager des moyens d'y porter remède. Voici, à titre d'exemple, l'un de ces dessins (**dessin 4**), extrait d'un récent manuel de Seconde (1986). Ce dessin est censé représenter deux plans, P et Q, sécants selon d, et trois droites d_1 , d_2 , d_3 concourantes en O, qui coupent respectivement le plan P en A, B, C et le plan Q en A', B', C'.

Dès le premier abord, comme le constatent plusieurs collègues, quelque chose «cloche» dans ce dessin : en effet, les points A et A', situés de part et d'autre de O sur une même sécante au plan (OBC), doivent se trouver de part et d'autre de ce plan, ce qui n'est manifestement pas le cas sur le dessin. Ce constat effectué, on se fixe pour tâche de réaliser un dessin correct à partir de l'existant, et plus précisément : en conservant tout le reste du dessin, rechercher la «bonne» position des (dessins des) points A et B (N.B. : on notera l'ambiguïté due à la constante confusion des objets spatiaux et de leur projection, faite ici sans remords, étant donné la composition du public). Ceci nous amène à utiliser les règles d'incidence : on



Dessin 4

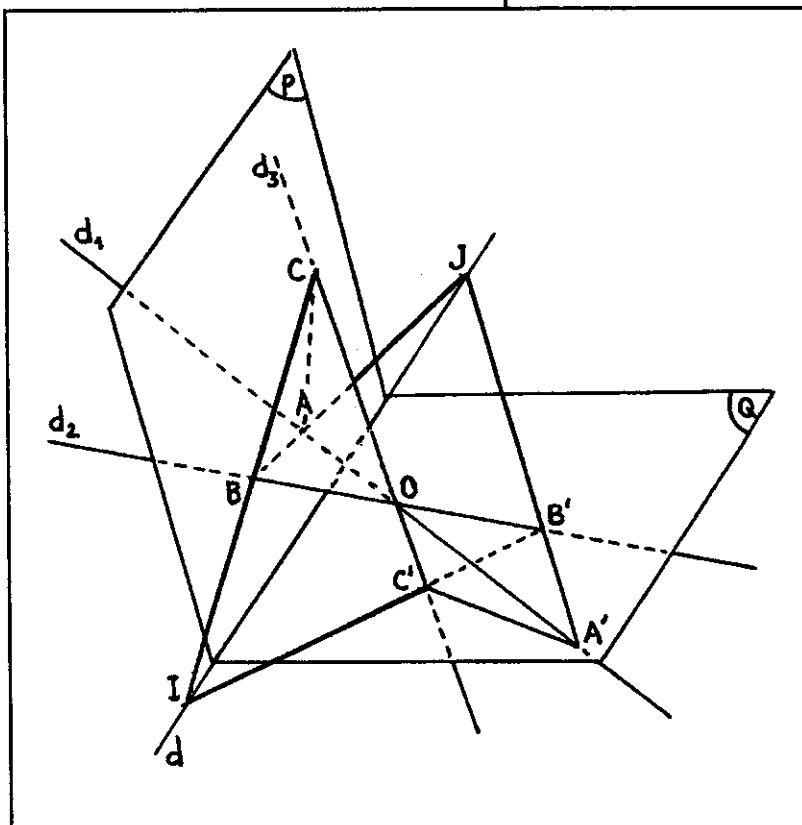
place d'abord le point I d'intersection de d et de (B'C') (**dessin 5**) ; (BC) passe également par I, ce qui permet d'obtenir B et de constater que sa position est convenable (modulo les imprécisions diverses). On place aussi le point J d'intersection de d et (A'B'), puis le point A, lequel est loin de coïncider avec le point correspondant de l'original (N.B. : on peut contrôler la construction en vérifiant que d, (AC) et (A'C') sont concourantes).

Des exercices à dessein

Les autres exemples étudiés ont permis de faire intervenir diverses propriétés de la projection parallèle sur un plan : conservation du milieu, de l'alignement, du contact, du rapport de colinéarité, «vraie grandeur» dans les plans frontaux, etc. On a ainsi pu se persuader que le dessin en perspective parallèle, au-delà de son rôle — non négligeable — d'illustration des situations spatiales, peut constituer un élément important dans l'apprentissage de la géométrie de l'espace. En effet, du fait de ses fondements géométriques et des propriétés qu'il conserve, il permet le réinvestissement de savoirs géométriques, tant du plan que de l'espace (réalisation d'un dessin cohérent), et se révèle également un outil tout à fait efficace dans la résolution de problèmes spatiaux (par exemple la détermination de sections de solides).

Ces raisons montrent assez l'intérêt qu'il peut y avoir à réhabiliter le dessin en géométrie de l'espace, par exemple en proposant des exercices «de dessin» (tel celui qui a été étudié plus haut), ou encore en n'exigeant pas systématiquement des élèves le recours au calcul lorsqu'une construction géométrique peut fournir le résultat (ainsi, au lieu de calculer une longueur l, on pourra exhiber un segment de longueur l). Ceci aurait le double avantage de donner leur chance aux élèves qui maîtrisent mal les calculs, et de permettre un va-et-vient entre le cadre graphique et le cadre numérique, pour le bénéfice de tous. Pour résumer, disons qu'il s'agit finalement de faire accéder le dessin — via ses utilisations — au statut d'objet de savoir mathématique, au même titre que certains autres qui lui sont actuellement préférés. L'un des moyens d'y parvenir pourrait être l'intégration de l'apprentis-

sage des règles de dessin (c'est-à-dire des propriétés de la projection) dans celui de la géométrie de l'espace [3].



Dessin 5

Pour en savoir plus

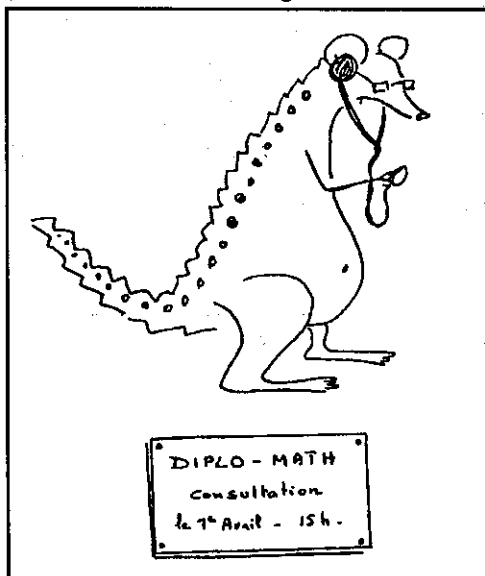
- [1] GAUTIER, GIRARD, GERLL, THIERCE et WARUSFEL (1973) : Algèbre, Géométrie, Seconde, Ed. Hachette.
- [2] CHEVALLARD et JOHSUA (1982) : Un exemple d'analyse de la transposition didactique. La notion de distance, in *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol. 3 n° 1 pp. 159-289
- [3] PARZYSZ (1989) : Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir. Thèse de doctorat, Université Paris-7.
- [4] Plot n° 45 (1988) et Plot n° 55 (1991 - à paraître)
- [5] Bulletin APMEP n° 364 (1988)

HOMEOPATHIE MATHÉMATIQUE

Sylviane GASQUET - Grenoble

*** Docteur, je suis vos prescriptions à la lettre, je fais tous les exercices, mais je continue à avoir mal...

Depuis plusieurs années, j'ai perdu mes alibis habituels : mes élèves travaillent, ils aiment les mathématiques, ils font tout ce que je leur demande et même plus encore... Ils arrivent parfois à dire quels genres d'exercices leur seraient utiles, et donc «madame, pour la prochaine fois, vous pourriez pas nous donner des exercices sur fractions et logarithme ?» !



Vous l'aurez sans doute deviné, il s'agit d'une classe expérimentale d'élèves comme peut-être on en voudrait tous. Mais leur particularité est d'avoir été, pour la plupart, refusés en première S. Nous avons choisi «d'embarquer» pour un voyage qui va durer trois ans au lieu de deux, 35 passagers chaque année depuis 6 ans...

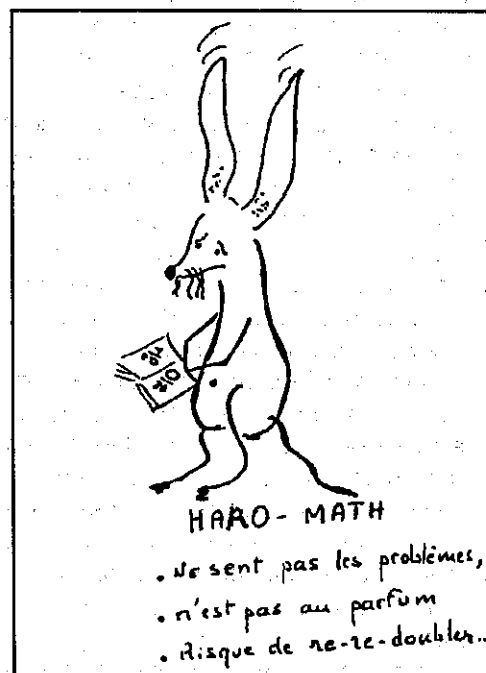
Au premier voyage, ce fut le grand naufrage mathématique : 6 de moyenne au bac D (alors que les autres terminales D avaient dans les 8,5). **Voyager plus lentement, à coup sûr, ne suffisait pas pour les mathématiques...** Par contre, cela s'avérait efficace dans les autres disciplines, particulièrement en histoire et en biologie.

* Docteur, vous n'auriez pas autre chose pour m'aider ?

Aussi avons nous décidé de traverser autrement l'océan mathématique. Depuis, il faut quand même le dire, nos élèves arrivent au port aussi bien que les autres (et même mieux puisque chaque année 4 ou 5 ont le bac C, ce qui est rarissime lorsqu'on redouble la seconde même «pour aller en S»).

Il ne s'agit pas ici de s'étendre, ni surtout de proposer une généralisation de cette expérience, mais de dire qu'une telle classe constitue un laboratoire passionnant pour essayer de comprendre l'origine des difficultés de nos élèves. En effet, le pilotage d'une telle expérience n'est pas simple, car **il faut surtout éviter d'augmenter abusivement le nombre des scolarités en 4 ans de lycée** (savoir cependant qu'il n'y a pas un élève sur deux qui obtient le bac en 3 ans de lycée !).

Pourquoi garderions nous en vase clos, les remèdes homéopathiques fabriqués avec ces classes depuis 4 ans ?



■ * Docteur, dites-nous ce qu'on a ?

Il fallut une année complète d'observation guidée — en particulier apprendre à voir et à entendre — avant de pouvoir conjecturer un diagnostic. Je remercie ici Claude Comitti qui joua le guide de haute observation, et surtout m'apprit à devenir autonome à ce sujet.

De ces observations, sur les écrits des élèves, mais aussi par enregistrements de séquences en classe, il apparut que beaucoup de difficultés avaient une cause commune : **le virus de la mal-lecture mathématique.**

L'élève atteint ne sait pas lire l'écriture algébrique : il épelle lettre à lettre comme l'écolier demeuré à la lecture syllabique. Mais lui a-t-on vraiment appris à lire ou bien a-t-on pensé que «ça devait aller de soi» ?

Ecouter en lisant à voix haute $\sqrt{3x^2+1}$...

On entend et on voit, dans l'ordre : racine, «fois 3», au carré, plus 1...

Or, «pour de vrai», on opère dans l'ordre suivant :

()² + 3 + 1 $\sqrt{}$

→ → → →

On ne fait QUE manipuler des composées de fonctions, mais on n'en parle jamais. On ne prononce même plus le mot de composées dans les programmes de peur d'attirer les «fog» et les «gof» sur la tête de nos élèves et de les plonger encore un peu plus dans le brouillard !

Parce qu'on confond manipuler les composées et discourir dessus !

Qu'on ne s'étonne pas ensuite de voir des élèves simplifier $\ln 3x / x$ en $\ln 3$

en toute cohérence avec ce qu'on leur a appris quant à la notation d'un produit.

Difficile aussi pour eux de saisir qu'il y a la lecture anonnée de gauche à droite, la «lecture-dictée»

« $3x$ plus 2 au carré moins
2x plus 1 au carré»

et la lecture globale, qui fait d'abord un zoom sur le signe moins afin de voir ici une «différence de carré», évocation-formulation indispensable pour que s'ouvre le bon

tiroir de la mémoire «tiens, identité remarquable...» Car nos élèves les connaissent leurs identités, simplement, ils ne les «appellent» pas quand il faut...

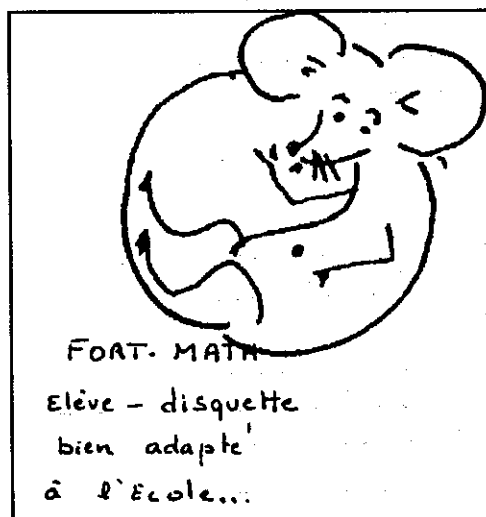
Homéopathie mathématique

(tome 1 : *Scriptum algebricum*) est paru au CRDP de Grenoble en mai 90.

Des fiches élèves (et leurs réponses commentées) pour :

- apprendre à lire et écrire, en utilisant la programmation
- apprendre à reconnaître des formes algébriques synonymes mais néanmoins porteuses d'informations différentes : $(3x-1)(x-2)$ porte une information qui se perd dans l'écriture synonyme $3x^2 - 7x + 2$
- apprendre à évoquer, à nommer
- apprendre à utiliser le cadre graphique...
- apprendre à dégager la structure, la charpente, d'une fonction...
- manipuler la composée pour sentir qu'une fonction «ne voit pas plus loin que le bout de sa flèche» ce qui finit par éviter enfin les réponses du genre $\sqrt{3x^2+1}$ est défini quand x est positif...
- jouer avec la parité comme prétexte pour faire fonctionner la composée...

J'ai des maux d'ESTOMATH...

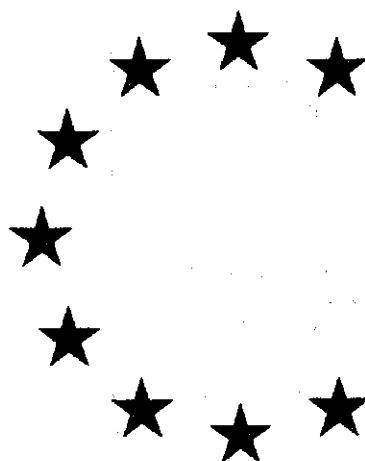


Voilà un aperçu des 170 pages, toutes testées avec des élèves avant la dactylographie (qui fut un beau pensum !). Aucune n'est un remède miracle, mais toutes ont soulagé quelques maux de certains...

Reste un second tome... en gestation bien avancée : on cherche le prénom (fonction ??? variabilis) qui portera sur Réciproque et équations, croissance et inéquations.

EUROPE ET ENSEIGNEMENT DES MATHS

Richard CABASSUT - Saarbrücken



**Pour un groupe
de travail
APMEP sur la
construction de
l'Europe dans
l'enseignement
des mathématiques.**

Pourquoi l'enseignement des mathématiques en France est concerné par la construction de l'Europe ?

L'existence ancienne d'établissements secondaires plurinationaux où l'enseignement des mathématiques est dispensé dans le cadre de programmes et de diplômes harmonisés communs :

Certains établissements d'enseignement secondaire accueillent des élèves de différentes nationalités, par exemple les écoles européennes depuis 35 ans ou les lycées franco-allemands depuis 17 ans. Ils appliquent les mêmes programmes (notamment en mathématiques) sanctionnés par les mêmes diplômes terminaux (baccalauréats européens ou franco-allemands). Dans une école européenne la formation de base est donnée dans les différentes langues des parties contractantes (par exemple le danois, l'allemand, l'anglais, le grec, le français, l'italien et le néerlandais) sur la base de programmes et d'horaires unifiés (notamment en mathématiques). Dans un lycée franco-allemand un élève peut suivre, en français ou en allemand au choix, un enseignement des mathématiques basé sur un même programme et sanctionné par une même

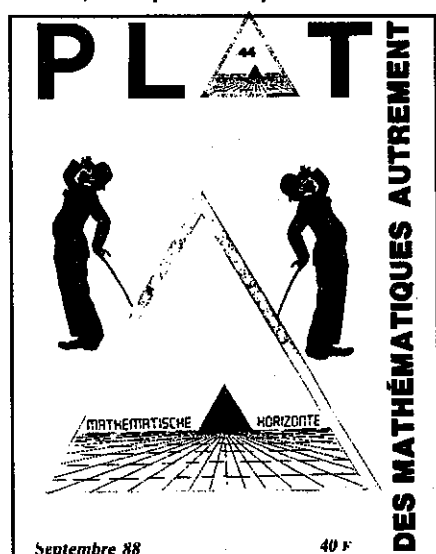
épreuve de baccalauréat franco-allemand proposée en français ou en allemand. Mais ces tentatives restent limitées : la gestion de ces établissements et l'actualisation des programmes d'enseignement demeurent très délicates. Pour l'enseignement des mathématiques les principales difficultés (mais aussi richesses) résident dans l'harmonisation des programmes et des épreuves d'évaluation (commission d'experts, jury plurinational), la rareté d'auxiliaires pédagogiques adéquats (livres, logiciels), la confrontation de mentalités et méthodes d'approche parfois très différentes. On s'oriente donc vers la reconnaissance mutuelle des formations et des diplômes, et vers une plus grande mobilité des élèves, étudiants et professeurs.

Le développement récent dans les établissements secondaires français de sections internationales facilitant d'une part l'accueil d'élèves étrangers en cours de scolarité et leur réinsertion éventuelle dans leur pays d'origine soit en cours de scolarité, soit au niveau du supérieur, et ouvrant d'autre part les élèves français à la culture d'un autre pays, pour leur faciliter éventuellement des études supérieures dans cet autre pays :

Des établissements internationaux

Depuis une dizaine d'années on assiste en France à un développement du nombre d'établissements à sections internationales. Dans une section internationale (essentiellement américaine, anglaise, allemande, italienne ou bien espagnole) les programmes de langue, de littérature et d'histoire-géographie de la section sont spécifiques et ont été définis en liaison avec le pays concerné. Certains de ces enseignements sont assurés par des enseignants du pays concerné. Par contre les autres programmes d'enseignement (notamment mathématiques) sont les programmes de l'enseignement français. Pour l'enseignement des mathématiques, par rapport aux établissements plurination-

naux les difficultés d'harmonisation des programmes et des évaluations ont disparu. Par contre, pour le professeur de mathématiques, la maîtrise d'une ou plusieurs langues étrangères, la connaissance de la pédagogie de l'autonomie, de la pédagogie individualisée et de soutien sont souhaitables afin de favoriser l'insertion des élèves étrangers dans le système français. Les sections internationales assurent la préparation des élèves à l'option internationale du baccalauréat français. Cet examen est contrôlé par une délégation d'examineurs du pays concerné. En principe ce baccalauréat est reconnu dans ce pays. Toutefois des difficultés peuvent subsister, liées par exemple à la différence



dans l'enseignement des mathématiques d'un pays à l'autre. Ce pourrait être le cas en Allemagne pour les élèves allemands qui suivent une option internationale ouverte sur la France et dont l'enseignement des mathématiques est de 5 fois 45 minutes par semaine en second cycle avec les mathématiques matière à performance : des difficultés pour reconnaître l'équivalence avec le baccalauréat C pourraient se présenter.

Des diplômes équivalents

Le développement des mesures encourageant la reconnaissance mutuelle des diplômes et la mobilité des étudiants et des enseignants :

Pour l'enseignement supérieur une directive, adoptée par le Conseil Européen le 27 juin 1988, prévoit que toute personne titulaire d'un diplôme, sanctionnant des études universitaires de trois ans au moins, obtenu dans la C.E.E., pourra faire valoir

ce diplôme dans n'importe quel état de la communauté européenne.

Parallèlement à cette mesure la mobilité des étudiants est encouragée. Le programme ERASMUS prévoit à partir de 1992 qu'au moins 10 % des étudiants européens effectuent une partie de leurs études dans un autre pays de la communauté (contre 2 % actuellement). La mobilité des enseignants devient envisageable (en 1986 rapport Münch du Parlement européen sur la mobilité des enseignants et la création d'un statut communautaire). On étudie actuellement l'ouverture de la fonction publique française à des ressortissants de la CEE (rapport Puissochet au Ministre de la Fonction Publique en 1988 proposant l'ouverture des emplois de la Fonction publique française aux ressortissants de la CEE). Le ministre des affaires européennes français évoquait dans une émission de radio cette possibilité pour résoudre partiellement la crise de recrutement des enseignants scientifiques en France, son propos étant illustré par le cas d'un professeur allemand chômeur en Allemagne et devenu maître auxiliaire en mathématiques en France. Une réflexion sur les différents systèmes de formation des enseignants de mathématiques s'impose donc dans la perspective de cette mobilité enseignante.

Le regard sur les autres enseignements de mathématiques en Europe, source de diversité et de mise en question :

Montrons cette diversité sur quelques exemples.

L'histoire : Dans l'enquête «Les maths et vous» [IREM STR] réalisée en France auprès de plus de 2.000 élèves du second cycle on demandait de citer quatre mathématiciens du passé, Pythagore exclu. Thalès, Chasles, Euclide sont les plus cités. Dans une préenquête analogue réalisée auprès de 139 élèves allemands les 3 mathématiciens les plus cités sont Thalès, Viète en relation avec la résolution des équations algébriques, et Adam Riese pour ses méthodes de calcul. Parmi toutes les réponses des élèves français on ne trouve jamais cité Viète et Riese. Dans la traduction d'un sujet allemand de baccalauréat nous nous étonnions d'une indication proposant d'utiliser le théorème

de Thalès. En fait, pour les élèves allemands le théorème de Thalès énonce que le sommet C de tout triangle rectangle d'hypothénuse AB est sur le cercle ayant pour diamètre AB.

Quelles sont les approches de l'histoire des mathématiques des différents pays dans l'enseignement, dans la formation des enseignants, dans les auxiliaires pédagogiques ?

Les filles et les mathématiques : En France, l'enquête «Les maths et vous» [IREM STR] a montré que les filles ne se sentent pas dans la même situation que les garçons vis à vis de l'enseignement des mathématiques. Différents pays [JAC]



ont essayé de réduire les différences de probabilité de réussite en mathématiques entre les garçons et les filles (au Royaume-Uni : cours de mathématiques non mixtes et programme de causeries données dans les écoles par des femmes exerçant un métier scientifique, en Suède et aux Pays-Bas : modification des attitudes des enseignants pour leur faire accepter la place légitime qui revient aux filles...).

Les calculatrices : Les calculatrices programmables ne sont pas autorisées aux épreuves du baccalauréat dans certains Länder d'Allemagne. Par contre des formulaires de cours sont autorisés. L'utilisation des calculatrices programmables n'est pas partie du programme de mathématiques.

Populariser les mathématiques : Quelques expériences de sensibilisation aux mathématiques pour les élèves de premier cycle ont été réalisées en Allemagne [BBV] : cercle animé par des mathématiciens expérimentés, journal, compétition régionale, séminaire. Pour les élèves de second cycle une compétition fédérale annuelle est organisée en trois manches successives. Pour chacune des deux

premières on résoud personnellement, sur une durée de trois mois, par écrit, à la maison, quatre problèmes ; la dernière manche est constituée par un colloque au cours duquel chaque participant s'entretient pendant une heure avec un mathématicien.

Enseigner autrement : Cette année, en Allemagne, un symposium [MUE] proposait de clarifier combien étaient nombreuses les possibilités de transposition des thèmes de l'environnement dans le cours de mathématiques. Comment marier mathématiques et écologie ?

On pourrait multiplier les exemples sur la formation des maîtres, l'utilisation des mathématiques...

**Comment s'organiser
au sein de l'APMEP
pour porter ce regard
et pour préparer cette
construction de l'Europe ?**

L'APMEP dispose de structures institutionnelles favorables à cette réflexion : une secrétaire nationale aux relations extérieures, des chargés de mission aux relations extérieures, à la SCFCIEM (liée à la Commission Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques) et une rubrique «Mathématiques ici et ailleurs» dans le bulletin vert. Une brochure spéciale a été éditée en 1986 sur les structures administratives et éducatives des établissements secondaires dans plusieurs pays étrangers. Au cours des journées nationales de 1990 plusieurs ateliers ont contribué à cette réflexion, notamment l'atelier dont nous rendons compte dans cet article. Dans cet atelier des enseignants de sections internationales ont décrit les problèmes d'accueil d'élèves étrangers en cours de scolarité, notamment en seconde et en première S où le manque de temps se fait sentir. Les différences de mentalités et de méthodes exigent une adaptation. Il faut différencier les difficultés liées à la connaissance de la langue des difficultés liées au niveau d'exigence. Le besoin d'échange d'expériences et de documents a été exprimé. D'autres enseignants ont souhaité ouvrir leur horizon à d'autres pays (échanges entre établissements, comparaison des enseignements...).

Le projet d'un groupe de travail a été suggéré. Il pourrait faire un bilan des études, recherches, documents et expérien-

ces concernant l'enseignement plurinational en mathématiques et l'enseignement en section internationale, collecter les demandes d'information provenant des différents niveaux internes à notre association, du Secrétariat national aux régionales et adhérents de l'APMEP, en passant par les «missions», réfléchir aux problèmes à venir que poseront la reconnaissance mutuelle des diplômes et des formations, et la libre circulation des élèves, des étudiants et des enseignants, approfondir les contacts et les échanges avec les associations étrangères d'enseignement de mathématiques, en lien avec la mission aux relations internationales de l'APMEP, se répartir le travail sur les points précédents. La secrétaire aux relations extérieures soutient ce projet de groupe de travail.

Dans un premier temps on essaie de recenser les collègues prêts à s'impliquer dans ce groupe de travail et de collecter les suggestions, contre-propositions et questions relatives au thème de la préparation de la construction de l'Europe et à ce groupe de travail. Les collègues intéressés pourront renvoyer la fiche ci-jointe à l'adresse indiquée.

ORGANISMES RESSOURCES :

Conseil de l'Europe, centre de documentation pour l'Education en Europe, F67006 Strasbourg.

UNESCO, 7 place de Fontenoy 75700 Paris,

Centre International d'Etudes Pédagogiques, 1 avenue Léon Journault, 92310 Sèvres,

Institut National de Recherche Pédagogique, 29 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05

Pour aller plus loin :

[APM1] A.P.M.E.P., 1986, Enquête sur les structures administratives et éducatives des établissements secondaires dans plusieurs pays étrangers, Irem de Bordeaux.

[APM] A.P.M.E.P., 1987, Enquête sur les structures administratives et éducatives des établissements scolaires secondaires à l'étranger... Allemagne de l'Ouest, in Bulletin 357 de l'APMEP,

[APM] BORGER G., 1985, Les journées nationales de la M.N.U. du 14 au 19 avril à Sarrebruck, in Bulletin 348 de l'APMEP.

[APM] BORGER G., KRAUSS C., 1981, Réforme du système éducatif en Sarre, in Bulletin 327 de l'APMEP.

[APM] CABASSUT, 1988, L'enseignement des mathématiques en RFA, in Bulletin 362 de l'APMEP.

[BBV], Bildung et Begabung e.V., 1988, Die Förderung mathematischer Begabungen in der Sekundarstufe I, K.H. Block.

[BIG], A. BIGARD, 1978, -4 Mathématiques comparées Irem de Nantes.

[CAS] CASTERMAN (éditeur), 1982, -4 Aperçus sur l'enseignement dans le monde -5.

[DOC] DOCUMENTATION FRANCAISE (éditeur), 1985, Le débat sur l'école : éléments de réflexion. A l'étranger, en France, in Problèmes économiques et sociaux, numéro 504, du 25 janvier 1985.

[CDDP] CDDP de l'Essonne, Académie de Versailles, 1989, L'école des 12.

[CRAP] Cahiers Pédagogiques n° 274-275 Dossier Europe

[GAR] R. A GARDEN, D.E ROBITAILLE, SIMS Vol II : Student achievement in twenty countries, Pergamon Press.

[IREMSTR] IREMSTRASBOURG (éditeur), 1988, 4 Les Maths et Vous IREM de Strasbourg.

[JAC] E. JACOBSEN, 1986, Comment réduire les différences de probabilité de réussite entre les garçons et les filles, in Etudes sur l'enseignement des mathématiques, volume 4, Unesco.

[MOR] MORRIS R. 1981, Etude sur l'enseignement des mathématiques, volumes 1 et 2, UNESCO.

[MUED] Mathematik-Unterrichtseinheiten-Datei, 1988, symposium «Umwelterziehung auf neuen Wegen - z.B. Mathematik-Unterricht», MUED, Bahnhofstr. 72, 4405 Appelhüsen, RFA.

[ROB] ROBIN D. BAVIERE. 1985, Enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques : le cas français, in Collection rapports de recherche, n° 8, 1985, INRP.

[TRA] K.J TRAVERS et al, SIMS Vol. I : Analysis of the international mathematics curriculum, Pergamon Press.

[UNE] UNESCO, 1967-1979, Tendances nouvelles de l'enseignement de : 7.4 la mathématique, 3 volumes, 1967-1979.

[IAEP] International Assessment of Educational Progress (IEA) 1989, A World of Differences, in Report n° 19, Educational Testing Service.

FICHE DE RENSEIGNEMENTS

A retourner à l'auteur, 12 Guilhem de Poitiers, 34080 Montpellier

Nom, Prénom :

Adresse :

Téléphone :

Type d'établissement de travail :

Motivation :

Disponibilité : (quand, combien de temps ; exemples : 1 h par semaine, 1 semaine vacances, 1 week-end...)

Compétences :

- domaines particuliers :

- langues étrangères (pour lire, écrire, parler) :

- ordinateur et logiciel (traitements de textes et de fiches) :

- minitel :

- proximité centre ressource (CRDP, IREM, université,...) :

- divers (membre association,...)

- suggestions :

LE «DEBAT SCIENTIFIQUE» EN SITUATION DE COURS

LEGRAND, CAPPONI, DUBREUIL, PINTARD - Grenoble

UN CONSTAT PARADOXAL SUR L'ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE :

La très grande majorité des enseignants de mathématiques, qu'ils soient du Secondaire ou du Supérieur, considèrent que toute initiation à une démarche scientifique passe par la maîtrise d'un certain nombre de méthodes de raisonnement et l'approfondissement en compréhension des concepts de base, et que c'est à ce niveau que résident le fondement, la marque de validité, l'aboutissement de leur enseignement.

Or, lorsqu'on observe la façon dont les élèves et les étudiants perçoivent nos intentions à travers nos pédagogies et nos didactiques, on constate que ce n'est pas (et de loin) les aspects précédents qu'ils considèrent comme prioritaires et ce n'est pas à eux qu'ils consacrent l'essentiel de leurs efforts.

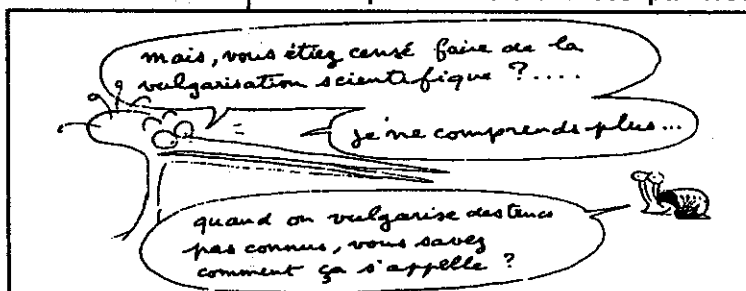
Tout se passe donc comme si ces aspects fondamentaux n'étaient pas reconnus comme des «faits d'enseignement», comme des connaissances «explicitement enseignables» et absolument indispensables à acquérir, mais seulement comme des attributs naturels, des «résultats en plus» qui seraient l'apanage de l'élite et la distingueraient très fortement du lot de ceux qui ont seulement appris.

Nous analysons ce paradoxe de la façon suivante : en situation de classe, parmi les connaissances d'un programme, seules sont explicitement travaillées par tous

celles à propos desquelles a pu être identifié un processus complet d'enseignement : présentation non acrobatique d'un corps de savoir bien cerné, donnant lieu à un ensemble d'exercices et problèmes «faisables» par les élèves et susceptibles d'être corrigés de façon objective par les enseignants, le tout permettant des contrôles normalisés légitimant le passage d'un sujet à un autre ou dans un nouveau cycle. Or les connaissances fondamentales dont nous parlons entrent mal dans cette catégorie de savoirs bien délimités ; par suite elles se trouvent partiellement délaissées dans l'enseignement, alors qu'elles sont au cœur même des préoccupations des enseignants.

Apprendre à apprendre

En fait, si nous observons le modèle d'enseignement le plus traditionnellement en vigueur, celui que nous considérons (spontanément ou après avoir réajusté quelques-unes de nos illusions de jeunes enseignants) comme le plus efficace, nous constatons qu'il place sur des plans très différents, voire antagonistes, les faits d'apprendre et de savoir refaire d'une part, de découvrir et de comprendre d'autre part. Apprendre et savoir refaire sont prioritaires et incontournables, c'est ce qui sera classiquement évalué dans tous les contextes scolaires ou universitaires; découvrir et comprendre sont en pratique considérés comme importants et utiles, mais des activités spécifiques ne leur sont consacrées que si on en trouve le temps, et vu les programmes et le niveau moyen, ce temps fait presque toujours défaut. Ainsi, contrairement au fonctionnement réel de la science, avoir des idées neuves, comprendre le sens de ce qu'on est en train de faire, envisager des méthodes pour valider ses découvertes, discuter de la pertinence des solutions proposées, mettre en question une procédure établie de longue date ne sont pas les passages obligés de la réussite dans la plupart des enseignements scientifiques.



Cette analyse nous a simultanément fourni des explications au comportement très peu scientifique d'une grande majorité des élèves ou des étudiants en sciences et une indication sur des infléchissements didactiques susceptibles de donner ou de redonner à beaucoup d'entre eux des motivations au travail plus épistémologiques que sélectives ou de simple routine.

La démarche scientifique

En effet, si nous regardons les habitudes de travail des scientifiques, nous constatons que seuls les vrais problèmes (c'est-à-dire ceux pour lesquels la situation est trop complexe, trop confuse et trop mal délimitée pour qu'il soit possible d'y apporter spontanément et par simple bon sens des réponses immédiates, pertinentes, fiables et utiles) les motivent véritablement et les conduisent à accepter comme naturelles les contraintes d'une rigueur scientifique.

Face à ces vrais problèmes, c'est-à-dire face à la non-existence de réponses convenues, le scientifique fait des supputations, il conjecture ; les catalyseurs principaux de son activité sont alors la curiosité, le doute, l'incertitude (cela va-t-il marcher ? ce que je fais est-il sérieux ? les méthodes que j'utilise sont-elles pertinentes ? etc...).

Par contre, en situation d'enseignement, comme il faut à tout prix transmettre rapidement des savoirs socialement reconnus et initier à des pratiques éprouvées, comme il faut impérativement que l'élève apprenne beaucoup et sache reproduire rapidement nos démarches de pensées même les plus sophistiquées, « tout baigne dans une oasis de certitudes » où le doute est banni et les questions hasardeuses hors sujet ! De préférence on enseigne que ce qui semble totalement résolu, et pour faciliter le travail des élèves et éviter qu'ils ne se trompent trop, on leur aplanit systématiquement les difficultés en leur présentant le plus souvent des problèmes non réels (les problèmes de l'école comportent toujours exactement les données nécessaires à leur résolution, alors que dans la réalité ils sont pratiquement toujours sous ou sur-déterminés, ce qui en fait toute la complexité). Enfin on les guide énormément pour qu'il prennent les choses par le bon bout ; classiquement on évite tout ce qui peut devenir franchement problématique, confus ou conflictuel.

Le débat didactique

La question cruciale devient alors la suivante :

Ce choix majoritaire d'une didactique sans incertitudes et sans heurts prônée par beaucoup comme une nécessité absolue pour éviter l'échec à une majorité d'élèves faibles n'est-il pas en lui-même une des causes principales du dysfonctionnement que chacun déplore ? En d'autres termes, cette volonté d'atténuer la prise de conscience spectaculaire de l'élève ou de l'étudiant de son peu de compréhension des démarches entreprises ne lui crée-t-elle pas de fait un obstacle majeur à l'acquisition d'une attitude scientifique, puisqu'elle le prive des ingrédients qui le conduiraient à donner sens à la théorie et supprime les motivations profondes qui lui permettraient de s'assujettir de son plein gré aux contraintes de cette démarche ?

Le « débat scientifique » en cours n'est autre qu'une option didactique ayant pour but de replacer structurellement l'imagination et le doute au cœur de l'enseignement scientifique.

Ce choix didactique (en gestation depuis une vingtaine d'années), nous le soumettons (depuis 1984) à l'expérimentation scientifique dans des classes de mathématiques des premier et deuxième cycles du secondaire et dans des amphithéâtres du supérieur, afin d'étudier s'il est réellement possible de dépasser les contradictions de l'enseignement scientifique dont nous venons de parler, et que nous subissons tous à des degrés divers quand nous avons recours à des dispositifs plus magistraux. Il s'agit bien pour nous de tester l'efficacité de ce dispositif avec des élèves ou des étudiants « normaux » (ceux qui se présentent naturellement dans nos classes et nos amphithéâtres), dans la durée traditionnelle des enseignements (une année scolaire), dans la quotidienneté de l'enseignement, et dans l'indifférence, l'incrédulité, voire l'hostilité plus ou moins explicite d'un environnement professionnel, culturel et social qui a érigé en dogmes les principes didactiques suivants :

- il faut principalement écouter, apprendre et répéter pour savoir ;
- la compréhension du sens profond de la connaissance introduite, sa confrontation

avec d'autres connaissances et sa mise en discussion à travers divers domaines de réalité ne sont pas indispensables pour apprendre ; ce sont des opérations secondes qui viennent au mieux immédiatement après avoir appris, et le plus souvent plus tard.

N'attendez pas qu'il soit trop tard !

Nous avons l'intime conviction que ce «plus tard» arrive pour beaucoup «trop tard», c'est-à-dire que pour un trop grand nombre d'élèves cette compréhension n'arrive jamais, et nous estimons que cela n'est pas acceptable vu l'évolution de la complexité des métiers et les capacités d'adaptation qui sont chaque jour davantage exigées pour suivre les évolutions très rapides des techniques.

Les expériences menées dans le secondaire et le supérieur ces dix dernières années fondent la thèse suivante : la grande majorité de nos élèves et de nos étudiants (et non une petite élite sur-sélectionnée pour cela) sont capables d'aller beaucoup plus loin dans la compréhension des concepts et des méthodes nécessaires au fonctionnement scientifique, que ce qu'ils nous donnent à voir dans un enseignement assez magistral.

En effet, si la didactique adoptée crée à l'intérieur même du cours des espaces de liberté qui redonnent à l'élève ou l'étudiant l'initiative et la responsabilité scientifique que l'enseignement magistral a automatiquement tendance à supprimer, on constate régulièrement que le sens redevient premier, et que les élèves sont capables de productions personnelles originales très pertinentes bien qu'elles soient le plus souvent dans un premier temps maladroitement et erratiques.

Si ces productions maladroitement ne sont pas "péjorées" par des remarques assassines, mais considérées comme des passages obligés vers des productions plus rigoureuses, nombreux sont les élèves et les étudiants qui s'avèrent capables de s'intéresser (voire de se passionner) à des problèmes proprement scientifiques, (i.e. dont l'issue est incertaine), et non pas seulement aux problèmes qu'il faut savoir traiter pour réussir les examens et les concours.

Le débat scientifique

La négociation avec les élèves ou les étudiants de la légitimité d'une forme de débat scientifique en cours fait automatiquement ressortir la nécessité d'un approfondissement épistémologique et didactique du champ à enseigner, et ceci tant du côté des enseignants que chez les apprenants, ce qui a pour effet de modifier très positivement la nature et la portée des connaissances et méthodes acquises de cette façon.

Cette sorte de révolution pacifique dans la nature de la relation didactique exige, il faut bien le reconnaître, des compétences scientifiques et didactiques plus importantes et un engagement psychologique plus grand du côté enseignant ; ce surcroît d'énergie à fournir nous est le plus souvent apparu comme parfaitement rentabilisé par la richesse de la relation scientifique et humaine qui s'établissait alors dans l'acte d'enseignement.

L'atelier **Circuit** que nous avons pratiqué avec les participants entre dans cette problématique de la façon suivante :

Dès que nous avons voulu pratiquer avec la classe ou l'amphi une activité de découverte, de formulation et de validation de conjectures, susceptible de produire la trame des définitions et théorèmes du cours et que nous nous sommes imposés de laisser aux élèves une certaine part d'initiative et de responsabilité scientifique, nous avons dû constater l'immense ambiguïté qui existait traditionnellement chez la majorité des élèves du collège et du lycée, mais aussi chez les étudiants de DEUG A ou de classes préparatoires à propos des critères de vérité utilisés en sciences, et en particulier en mathématiques, et leur ignorance des rapports de ressemblances de forme et de différences de fond qu'ils entretenaient avec ceux utilisés dans d'autres domaines, par exemple en droit et dans les divers domaines de la vie quotidienne.

La certitude du doute

Dès la classe de sixième nous avons été confrontés au dilemme :

- soit on se refusait à aborder ce problème considéré comme trop délicat, et alors il nous fallait résolument maintenir la tradi-

tion scolaire dans laquelle la responsabilité du vrai et du faux en classe est presque exclusivement à la charge de l'enseignant ; mais dans ce cas il fallait abandonner toute idée d'initiation à une démarche scientifique par le biais d'une forme de débat scientifique en classe, ce dernier devenant douteux, voire pervers (une véritable mystification sur le plan épistémologique), puisque dans ce contrat didactique les preuves qu'élaborent les élèves ne prouvent légalement ni la vérité ni la fausseté d'une conjecture (seule l'approbation ou la désapprobation du maître a force de loi) ; - soit on abordait franchement le problème de la confrontation et de la mise en évidence de la pluralité des sens des affirmations fondamentales « ceci est vrai, cela est faux », pluralité liée aux contextes scientifique, pénal, familial, ludique, etc ; et dans le contexte scientifique on n'hésitait pas à distinguer très clairement la signification de l'affirmation « c'est vrai » suivant qu'il s'agit d'une affirmation sur un réel non modélisé ou dans le modèle d'un certain réel. Par exemple, les énoncés « la somme des angles de cette ferme de charpente triangulaire vaut 170 degrés », ou « quand je dessine deux droites formant un angle de quelques degrés, elles ont un petit segment en commun », ou encore « dans une lampe de poche je constate que la pile s'use et qu'à un certain moment elle cesse de fournir du courant, car la lampe après avoir été de moins en moins brillante finit par s'éteindre » sont des affirmations qui nous semblent tout à fait recevables dans le réel du quotidien, mais les critères qui vont nous permettre de les considérer comme exactes ne sont pas ceux avec lesquels nous jugeons les affirmations dans une mathématisation du réel ou dans un univers purement mathématique telles que par exemple : « la somme des angles d'un triangle correspond à un demi-tour », « des droites qui ont deux points en commun sont confondues », « la fonction $x \rightarrow \exp(-1000/x^2)$ n'est jamais nulle sur $\mathbb{R}^*$ ».

Par le truchement d'une réunion de cosmonautes et d'un trajet d'autobus en sixième-cinquième et par celui d'un circuit électrique à partir de la classe de quatrième, nous avons organisé un montage didactique qui vise le triple objectif :

- amener l'élève ou l'étudiant à une sorte de conflit ou de choc intellectuel lui interdisant désormais de continuer à identifier naïvement modèle et réel, notamment au

niveau du sens qu'il attribue aux jugements « c'est vrai », « c'est faux » suivant qu'il s'agit d'un énoncé de la vie courante ou d'un énoncé qui se place à l'intérieur d'une théorie ou à propos de la modélisation d'une situation concrète ;

- situer les points de divergence notables entre le vrai et le faux mathématiques par rapport aux autres usages de ce jugement ;

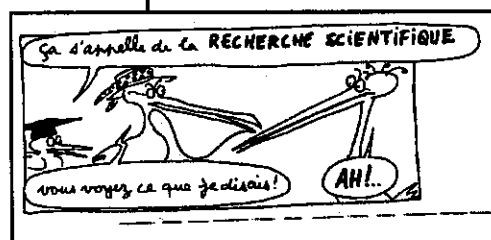
- compenser la déstabilisation ainsi produite par l'introduction d'un critère de fausseté (la production de contre-exemple) qui tout en respectant l'épistémologie mathématique soit directement accessible au niveau de l'action pour un élève dès la classe de sixième.

L'expérience montre que cette activité, si on arrive à la gérer en tenant compte de quelques points décisifs, crée de façon assez stable dès la sixième une potentialité de débat scientifique sur des sujets mathématiques : c'est-à-dire qu'à partir de là le jeu du débat scientifique peut s'engager dans la classe avec les règles de la communauté mathématique : « j'affirme ceci parce que je me suis persuadé qu'il n'y avait pas de contre-exemple, mais je suis prêt à changer d'avis si tu me trouves un cas particulier que je puisse reconnaître comme un contre-exemple ».

Par cette activité l'enseignant délègue une partie de son pouvoir absolu « c'est vrai parce que c'est moi l'enseignant qui le dit » à tout élève qui veut bien s'assujettir aux règles de fonctionnement des mathématiques : proposer des énoncés réfutables (les conjectures) et se soumettre au verdict des contre-exemples.

Il est clair que l'élève de second cycle ou l'étudiant qui aura été profondément déstabilisé par cette activité ne pourra en tirer bénéfice que s'il lui est donné assez souvent par la suite la possibilité d'exercer la responsabilité scientifique à laquelle cette activité le convie.

Ces différentes activités vont paraître dans un fascicule sur le débat scientifique publié par l'I.R.E.M. de Grenoble qui fera suite au fascicule **Apprentissage du raisonnement**. L'activité Circuit électrique figurera également dans la brochure que la commission Inter-Irem-Université se propose de sortir très prochainement pour les premiers cycles du supérieur.



Le journal PLOT - Tarifs 1990

Nom et prénom
ou établissement

Adresse complète

Code postal et ville

Pour les 4 numéros de :

1984 ☐ 1989 ☐
1985 ☐ 1990 ☐
1986 ☐ 1991 ☐
1987 ☐ 1992 ☐
1988 ☐ 1993 ☐

Ecole élémentaire ☐

Collège ☐

Lycée ☐

Supérieur ☐

Autre ☐

	Tarif normal et établissement	Membre Apnep	Supplément avion	Total à payer
Pour un an	100 F	80 F	+ 40 F	
Par année supplémentaire	+ 80 F	+ 60 F	+ 40 F	

désire facture
nouvel abonné ☐

Co-abonnement :

	Tangente	Jeune Archimède	Tangente & J.A.	Suppl' avion	Total à payer
Pour un an	200 F	120 F	240 F	+ 80 F	
Par année supplémentaire	160 F	100 F	200 F	+ 80 F	

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

RÉDUCTION 20% pour les abonnés au PLOT

Les
Dossiers
et
Matériels
du PLOT

— Tarifs 91 —

NOM :
Prénom :
Code Postal :

Prix unitaire		Matériel (nombre)	Dossier (nombre)	Coût Total
50 F	Polyèdres n°1 - Dossier technique			
50 F	Polyèdres n°2 - Dossier pédagogique			
50 F	Papiers accrochés			
50 F	Pliages et mathématiques			
50 F	Pavages et symétries			
50 F	Les Dossiers "Ludi-Math" (Poitiers)	n° 3	n° 4	
50 F	Catalogue exposition : Mosaïque Mathématique			
100 F	Dossiers "Spécial II" (300 p Adcs)			
10 F	Affiches pour la classe : Format minimum 40 x 60 cm			
10 F	1. Horizons Mathématiques			
10 F	2. L'esprit informatique			
10 F	3. Volume impossible			
10 F	4. Polyèdres dans l'espace			
20 F	5. Pavage hyperbolique(1)			
20 F	6. Pavage hyperbolique (2)			
20 F	7. Triangles (1)			
20 F	8. Triangles (2)			
20 F	Pour envoi des affiches roulées dans un tube (en option)			
50 F	Pochettes pour rétroprojecteur n° 2 à 14 (n° 4 ou 5 : 20 F)			
100 F	Pochettes de diapositives n° 2 à 6 n°			
100 F	Géode de Raoul Raba en kit (cf. Plot n° 39) ☐		Sphère - image ☐	
Sous total				
— 20% pour les abonnés au Plot				
Frais d'envoi forfaitaire				15 F
TOTAL A PAYER				

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

INFO-DERNIERES

Le congrès international de mathématique, qui a lieu tous les 4 ans, a attribué à Kyoto ses médailles Fields 90 :

— Vladimir Drimfeld (URSS) pour ses travaux de géométrie algébrique et sur les méthodes algébriques en physique mathématique,

— Vaughan Jones (New-Zeland) pour ses découvertes en théorie des nœuds,

— Shigefumi Mori (Japon) pour ses méthodes de classification des variétés algébriques en dimension 3,

— Edward Witten (USA) pour ses travaux sur la supersymétrie, la théorie des cordes, l'espace des lacets.

Nécrologie : pour les nostalgiques du béhaviourisme et les évaluationnistes, Skinner, célèbre successeur de Watson et Pavlov, est décédé cet été aux Etats-Unis à l'âge de 86 ans.