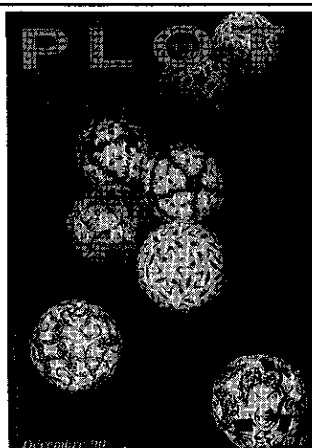




Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction

Jacques Borowczyk,
Daniel Boutté, Gérard Chauvat,
Jacqueline Collet, Roger Crépin,
Luce Dossat, René Gauthier,
Georges le Nezet, Ginette Mison,
Serge Parpay, Raymond Torrent,
Michel Mirault, René Metregiste.

Rédaction

Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat

Madeleine Schlienger

Ventes

Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité

Pascal Monsellier

Abonnements

PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement

100 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 80 F.
Abonnement étranger : 120 F.

**Photocomposition
et maquette**

Techniques Graphiques du Futur
Limoges

Photogravure et impression

Fabrègue - Limoges

Commission paritaire

63181 - ISSN 0397-7471

Editeur

Associations régionales
de l'APMEP de Poitiers,
Limoges, Orléans-Tours,
Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse
Brest, Caen, Clermont-Ferrand et
La Réunion

Diffusion

Adecum (Association pour le
développement de l'enseignement
et de la culture mathématique).

Publié avec le concours
du Centre National des Lettres et
du Ministère de la Coopération

SOMMAIRE

- Editorial	01
- Filles et disciplines scientifiques - Nicole Mosconi - Nanterre	02
- L'analyse non standard au lycée...	
Pourquoi ? Pourquoi pas ? Comment ? - André Deledicq - Paris	05
- Quand les "peu-doués" raisonnent et prouvent - M.-P. Aubert - Rouen	10
- <i>Euclide</i> : un outil pour la géométrie - Michel Billard - Orléans	15
- Les enjeux des mathématiques - Rapport du CNRS - Paris	17
- François Viète et l'art analytique - Richard Witmer - Columbia	23
- Les kits - polyèdres	29
- Du CM ² au collège - Alain Lebon - Saint-Denis de la Réunion	30
- Le Logiciel Graphix - Pierre Moutte - Marseille	34
- Les certitudes du hasard	38
- La dimension personnelle dans l'acte d'enseigner les mathématiques - Claudine Blanchard-Laville - Nanterre	40
- Les sphères-images - Raoul Raba - Lay-les-Rosès	43
- Les lecteurs écrivent, pourquoi pas vous ?	45
- Complétez votre collection de Plot	46
- Nouveauté 1991	47
- Bulletin d'abonnement	48

EDITORIAL

OBJECTIF 2002 *Quid ??*

Voici le dernier numéro de l'armée.

L'an prochain le Plot continuera à évoluer pour mieux vous satisfaire.

Le journal

Le nombre d'abonnés en métropole a doublé en 3 ans.

Nos objectifs pour 1991: atteindre une diffusion de 6000 exemplaires au numéro et 2000 en métropole, abonnés pour 2 ans.

**Il suffit que vous vous réabonniez vite,
avant 1991, aux tarifs de 90!!!**

Nous proposons d'élargir les contributions au journal à toute régionale ou équipe locale de l'Apmeq qui voudra prendre en charge, autour du thème de son choix, la rédaction d'un numéro entier du journal. La fabrication continuera à être assurée par l'équipe permanente qui se renouvellera tous les 4 ans. Le tout se faisant en harmonisation avec le bulletin vert et le BGV.

Les dossiers et matériels

Nous continuons à diffuser dossiers, matériels et affiches.

Deux nouveautés en 91:

- une nouvelle gamme de livres en couleur: les «dossiers- matériels» .
- Les 2 premiers: Maths en pièces et Pavages et entrelacs (cf page 47).
- des mini-expositions multimédia pour vos classes ou votre établissement faites de 12 panneaux, 12 manipulations, un film et au moins un logiciel. Les 3 premières:
- Jeux et mathématiques (avec la FFJM)
- Pythagore super star (avec Centre-Sciences)
- Pavages et symétries (avec Centre-Sciences).

**Voilà plus d'une raison de vous réabonner
avant 1991 aux tarifs 90!!!**

FILLES ET DISCIPLINES SCIENTIFIQUES

Nicole MOSCONI - Nanterre

*La faible
représentation
des femmes dans
les professions
scientifiques
et techniques
(7 % de femmes
ingénieurs
ou cadres
techniques)
est aujourd'hui
un phénomène
bien connu
en France
et dans les pays
de la
Communauté
Européenne.*

Ce phénomène trouve une première explication dans le faible pourcentage des filles qui s'orientent vers les filières secondaires et supérieures du système scolaire qui conduisent à ces professions. Par exemple, on ne trouve que 36 % de filles en Terminale C, 5 % en T E, 12,6 % dans les bacs industriels F, 33 % dans les filières scientifiques des Universités, 17 % dans les classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques et 16 % dans les écoles d'ingénieurs (1).

Mais ce phénomène à son tour, comment l'expliquer ? On en rend responsable habituellement les parents, les intéressées elles-mêmes et leur pairs. Je voudrais montrer que les enseignants aussi ont une influence importante. Comme la plupart d'entre nous ils sont partagés entre des opinions féministes qu'ils croient sincèrement avoir adoptées et ce vieux fonds de convictions et de préjugés sexistes ancré en nous par toute l'histoire dont nous sommes issus. Or ce conflit n'est pas sans exercer une influence sur leurs élèves.

Les filles en prépa

Je vais illustrer mon propos d'un exemple, en analysant, dans cette perspective, un entretien que j'ai mené avec un professeur de mathématiques homme d'une classe de Mathématiques Supérieures. Au départ, cet enseignant professe les mêmes idées modernistes que chacun d'entre nous. Il est favorable à la mixité, il dit qu'il préfère enseigner dans une classe où les filles sont présentes et même qu'il «ne demande pas mieux» que d'avoir plus de filles en Maths Sup. De même encore il affirme avec conviction que les femmes sont «autant capables» que les hommes de faire des études scientifiques et qu'elles sont aussi aptes qu'eux à enseigner les mathématiques, avec «peut-être même

plus de compétence et d'efficacité».

Pourtant, au fur et à mesure que se déroule son discours, on va voir apparaître des opinions peu compatibles avec ces déclarations féministes. Par exemple, notre enseignant va être amené à dire que «en Taupe, les filles sont moins bonnes que les garçons» et chercher l'explication de ce qu'il considère comme un fait définitif dans la nature même des intéressées. Les filles n'auraient pas au même degré que les garçons les qualités nécessaires pour réussir dans ces classes : elles manquent de «capacité de travail», d'«opiniâtreté». Plus loin il dira aussi que «les femmes» ont une «curiosité scientifique» moindre que «les hommes» et qu'elles sont moins «inventives», moins «créatives» qu'eux. On voit que dans la situation particulière de l'entretien non-directif, des convictions profondes font retour au sens où en psychanalyse on parle d'un «retour du refoulé».

Ce conflit sous-jacent amène notre enseignant à professer quelques paradoxes : alors qu'il explique à l'enquêtrice que dans la Taupe où il colle, «les garçons coiffaient toujours les filles», surgit, comme un surmoi contempteur, l'image de sa collègue femme, professeur de mathématiques de cette classe : «Là je me ferais taper sur les doigts par la prof de M', parce que la prof est une femme». C'est alors qu'il trouve une échappatoire paradoxale : «donc elle (la prof de M') est plus compétente que ses élèves garçons», truisme mais aussi tour habile qui, en concédant la supériorité du professeur femme sur l'élève garçon, permet de sauvegarder celle des élèves garçons sur les élèves filles, et aussi, on va le voir, celle des professeurs hommes sur les professeurs femmes.

Après avoir affirmé en effet que seuls les hommes étaient créateurs en mathématiques (Emmy Noether étant la seule exception qui confirme la règle), il va être amené



à affirmer que les femmes enseignantes de Prépa «se posent moins de questions» que les hommes et qu'elles ne cherchent pas comme lui à inventer leurs problèmes, grâce à une «réflexion personnelle», préférant donner à leurs élèves des problèmes tout faits de concours.

Il existe des femmes mathématiciennes créatrices

Et cependant les faits s'imposent, insistants : il existe des femmes mathématiciennes créatrices. Mais alors se met en place un autre mode de défense, classique lui aussi ; ces femmes ne sont pas vraiment des femmes. « Et puis je connais une prof de fac... mais c'est pas des femmes !... alors elle, complètement polar, son mari était prof de maths aussi mais... des enfants dingues, divorcée, enfin c'est pas possible de vivre une vie comme ça ! alors elle, elle est passionnée par les maths, efficace et tout... » On croit retrouver l'entreprise de culpabilisation et de chantage au devoir que la propagande antiféministe du début du siècle développait contre les femmes qui prétendaient exercer une profession et à qui on opposait alors « d'effrayantes visions de foyers sinistres et d'enfants agonisants » (2). L'enseignant, lui, évoque divorce et folie des enfants. Tout se passe comme si, du point de vue masculin, l'activité intellectuelle et en particulier mathématique était si intrinsèquement constitutive de l'identité mâle qu'une femme qui la pratiquait devait y perdre son identité féminine.

Or, ce conflit entre opinions féministes et opinions sexistes donne lieu, quand il s'agit du discours sur les élèves à toute une série de formations discursives que j'ai appelées, en jouant sur l'expression psychanalytique, des «formations de compromis». La première concerne le niveau des filles de ces classes ; il est systématiquement situé aux extrêmes. «Les filles, c'est effectivement tout ou rien, le cas moyen est assez rare». En somme, on pourrait résumer ce processus de jugement en disant : à situation exceptionnelle, résultats d'exception ; ou encore : à situation anormale, résultats anormaux. Et d'ailleurs quand une fille brillante est évoquée, elle l'est bien comme une exception, tout comme

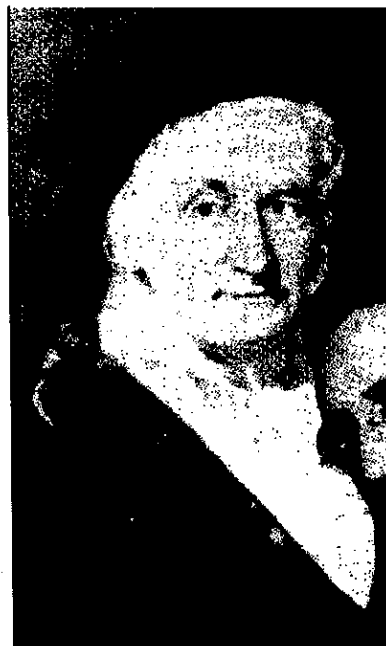
Emmy Noether, comme mathématicienne créatrice, était une exception.

Une deuxième formation de compromis concerne l'acceptation des filles dans la classe. Lorsqu'elle est bonne élève, voire brillante, l'élève fille est évidemment très facilement acceptée. Mais lorsqu'elle est mauvaise élève, comme ces deux filles «tout à fait nulles» de sa classe, alors elle est très vite rejetée : «on se demande pourquoi elles ont choisi ça... à mon avis, erreur d'orientation dès le départ... Ainsi «on ne demande pas mieux que d'avoir des filles en Maths Sup», mais à condition qu'elles soient bonnes élèves. Tout se passe comme si un mauvais niveau chez une fille faisait très rapidement ressurgir l'idée que les filles ne sont pas «à leur place». Une fille doit justifier par son (bon) niveau une place qu'un garçon, lui, y a de droit, même s'il est mauvais. Voici en effet ce que cet enseignant nous dit des garçons en difficulté : «y a beaucoup plus de garçons dont je vois que finalement leur travail est assez désespéré si on peut dire... ils travaillent énormément pour récolter trois fois rien... eh ben ils ne se découragent pas, ils continuent et puis finalement au bout de deux à trois ans, ils arrivent à décrocher un petit concours». Tient-on tellement au fond à avoir d'autres filles que ces quelques exceptions brillantes ?

Car, c'est là la troisième formation de compromis, le niveau des filles semble être sous-estimé. J'ai demandé à l'enseignant comment il expliquait que le pourcentage des filles en Maths Sup soit si inférieur à leur pourcentage en TC. Celui-ci m'a répondu : «la proportion est gardée à la valeur scientifique». Or, puisqu'on passe de 36 % de filles à 22 % dans sa classe (5 filles pour 23 élèves), il faut bien en conclure qu'il admet inconsciemment que la «valeur scientifique» des garçons est supérieure à celle des filles en TC.

Les garçons sont plus motivés !

Enfin la dernière formation de compromis que l'on peut observer dans son discours, c'est l'idée que les filles ne sont pas motivées pour faire ces classes. «Je pense les garçons un peu plus motivés pour ça que les filles». Dans cette conviction ne peut-on pas voir le dernier avatar de cette



Emmy Noether





conviction première qu'une fille (une femme) «n'a pas sa place» dans les classes prépa ?

D'où naît la question : sont-ce les filles qui ne sont pas motivées pour faire ces classes ou sont-ce les enseignants qui, convaincus a priori qu'elles ne sont pas motivées pour elles, leur renvoient cette image d'elles-mêmes qui rend leur intégration et leur réussite encore plus malaisée ?

Il faudrait ici se demander si l'on n'est pas en présence d'un «effet Pygmalion» (3) et si ces conviction des enseignants ne jouent pas le rôle de prédictions créatrices ou de prophéties qui entraînent leur propre réalisation. Quand les filles tendent à attribuer leurs échecs en mathématiques à des capacités inférieures alors que les garçons les imputent plutôt à leur manque d'efforts (4), ces attitudes ne correspondent-elles pas aux attributions que l'enseignant offre aux filles et aux garçons quand il rend compte des échecs de la classe ? Ainsi les individus tendraient-ils à produire les conduites qui confirment les préjugés en cours et en particulier ceux de leurs enseignants.

L'analyse d'un entretien de ce type nous conduit à faire l'hypothèse que des résistances encore fortes persistent non seulement de la part des élèves et des parents mais aussi des enseignants au sujet de la présence des filles dans les sections scientifiques et techniques de l'enseignement secondaire et supérieur. Même si aujourd'hui l'évolution des idées et les combats féministes leur interdisent de s'exprimer ouvertement dans les discours et dans les actes et même de s'apparaître clairement aux yeux des intéressés eux-mêmes, elles ne peuvent manquer de trouver des expressions indirectes. Ainsi elles s'expriment lorsque le discours est encore moins contrôlé, comme dans la situation d'entretien non-directif, ou encore de manière détournée et déguisée, à travers des plaisanteries et autres propos plus ou moins agressifs à l'égard des filles ou à travers ces thèmes concernant la réussite ou la motivation des filles ou leur manque de qualités.

Pour tous les individus masculins, élèves et enseignants, en effet, la présence des filles et des femmes met en question quelque chose qui est de l'ordre de leur propre identité sexuée, consciente et inconsciente, dans la mesure où celle-ci

s'est constituée par le choix de ces disciplines comme supposées «masculines», et donc excluant l'autre sexe. La présence des filles brouille tout à coup la signification de ce choix : elle provoque alors une insécurité par rapport à laquelle tous les phénomènes évoqués ci-dessus apparaissent comme des symptômes, réactions défensives et mesures de réassurance.

Mais de ces défenses et de ces réassurances, de ces peurs et de ces fantasmes, comment les filles pourraient-elles sortir indemmes quand ils sont ceux de leurs enseignants ? D'une part, dans la mesure où un modèle masculin, voire viril, prédomine dans ces classes, elles sont acculées à une alternative : ou s'intégrer jusqu'au point de risquer de perdre leur identité féminine (d'Emmy Noether, on disait «le» Noether) ou bien, pour la garder refuser de «s'adapter», s'en aller.

Pour aider les filles à choisir en plus grand nombre ces sections scientifiques et techniques, il ne suffit donc pas d'agir sur elles et sur leurs parents, en amont. Il faut encore pallier ces obstacles et ces difficultés propres aux filles qui sont déjà dans les sections scientifiques et techniques ; et ceci ne sera possible que par une formation des enseignants qui les aident à travailler non seulement sur les représentations, les stéréotypes et les préjugés qu'ils se font quant au caractère sexué des disciplines scientifiques et techniques, mais aussi sur cette dimension de l'identité qui n'est pas seulement professionnelle mais aussi personnelle. ■

Pour en savoir plus

(1) On trouve toutes ces statistiques dans la brochure «**Femmes en chiffres**», publiée conjointement par l'INSEE et le CNIDF (Centre National d'Information des Droits des Femmes).

(2) MAUGUE (A.), **L'identité «masculine» en crise au tournant du siècle**, Paris, Ed. Rivages/histoire, 1987, p. 46 et 49.

(3) ROSENTHAL (R.A.), JACOBSON (L.), **Pygmalion à l'école**, 1968, trad. franç., Paris, Castermann, 1971.

(4) Voir l'enquête «**Les Maths et vous**», réalisée par l'IREM de Strasbourg au cours de l'année 1987-1988, p. 27 et 28. Ces résultats corroborent de nombreuses données d'enquêtes anglo-saxonnes. Cf. l'article de Claire TERLON «**Filles et garçons dans l'enseignement scientifique et technique**», **Revue Française de Pédagogie**, nx 72, juil.-août-sept. 1985, p. 51 à 59.



L'ANALYSE NON STANDARD AU LYCEE... POURQUOI ? POURQUOI PAS COMMENT ■

André DELEDICQ - Paris

L'expression «Analyse Non Standard» fait aujourd'hui un peu peur aux professeurs de mathématiques standard.

C'est que la nouveauté de la découverte, et son but de propagation, ont entretenu la confusion entre un domaine de recherche pointu et les applications que chacun pourrait en tirer. De sorte que les choses ont paru plus difficiles qu'elles n'auraient dû.

Aujourd'hui, non seulement il est possible d'en exposer les débuts à un niveau élémentaire, mais on pourrait même proposer que les initiales N.S.A. (pour «Non Standard Analysis») désignent plus tranquillement la Nouvelle et Simple Analyse. (1)

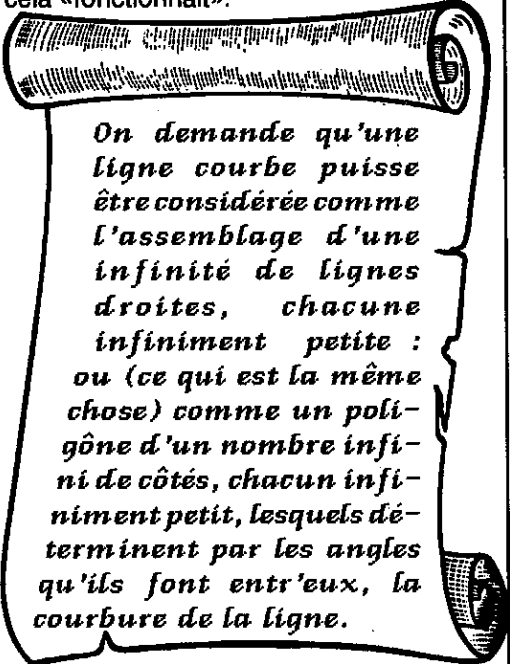
Pourquoi vouloir faire de la N.S.A. ?

La réponse est absolument manifeste : parce que l'Analyse Non Standard permet de parler, avec rigueur et consistance, de nombres infiniment petits et de nombres infiniment grands !

Et l'on connaît bien les avantages de ce vocabulaire (infinitésimal) qui semble, à la fois, correspondre à une certaine intuition et permettre des démonstrations simples et rapides.

Bien que cette opinion ne soit pas vraiment discutable ni apparemment discutée, nous rappelons ici quelques arguments qui la confortent dans au moins trois des aspects qui nous intéressent : historique, mathématique et didactique.

Historiquement, l'apparition et le développement du calcul différentiel et intégral à partir du XVII^e siècle restent liés au calcul infinitésimal, c'est-à-dire un calcul qui manipule des «quantités» infiniment petites ou infiniment grandes ; cela n'allait pas sans poser aux uns et aux autres des problèmes «métaphysiques» mais enfin cela «fonctionnait».



*On demande qu'une
ligne courbe puisse
être considérée comme
l'assemblage d'une
infinité de lignes
droites, chacune
infiniment petite :
ou (ce qui est la même
chose) comme un poli-
gône d'un nombre infi-
ni de côtés, chacun infi-
niment petit, lesquels dé-
terminent par les angles
qu'ils font entr'eux, la
courbure de la ligne.*

*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence
des lignes courbes - 1696 - Marquis de L'Hos-
pital (page 3).*

(1) Pour plus de détails, on pourra consulter les ouvrages signalés sur la page suivant cet article : Introduction au Calcul Infinitésimal en collaboration avec Marc Diener, La Nouvelle et Simple Analyse et Les Débuts en Analyse, en collaboration avec Jean-Louis Forgues.

Je dois beaucoup au travail accompli avec J.L. Forgues et Marc Diener dans l'élaboration d'un exposé élémentaire de la N.S.A.

**Cet article
présente,
dans le style
écrit, des
idées et in-
formations
exposées
aux
journées
nationales
APMEP
de Paris.**

Voici, par exemple, quelques phrases extraites de grands traités d'Analyse qui montrent bien l'emploi très naturel du vocabulaire infinitésimal.

Comme i est un nombre infiniment grand; il s'ensuit que $i - 1/i = 1$; car il est évident que plus le nombre qu'on substituera à i sera grand, plus la valeur de la fraction $i - 1/i$ approchera de l'unité; donc si i est un nombre plus grand qu'aucune quantité assignable, la fraction $i - 1/i$ égalera l'unité. Par une raison semblable; $i - 2/i = 1$; $i - 3/i = 1$ &c.

Introduction à l'Analyse Infinitésimale.
Euler. trad. Labey 1796 (page 86)

Soit maintenant i une quantité infiniment petite...

Lorsque, la fonction $f(x)$ admettant une valeur unique et définie pour toutes les valeurs de x comprises entre deux limites données, la différence $f(x + i) - f(x)$ est toujours entre ces limites une quantité infiniment petite, on dit que $f(x)$ est fonction continue de la variable x entre les limites dont il s'agit.

Résumé des leçons à l'Ecole Polytechnique.
(1823). Cauchy (page 7).

$$\forall \varepsilon, \exists \alpha \geq 0$$

Mathématiquement, les démonstrations élémentaires concernant les limites, la continuité des fonctions, leur intégrabilité ou leur dérivabilité, ... sont souvent curieusement lourdes (avec leur cortège de découpages et de majorations en $\alpha \varepsilon$) en comparaison de la simplicité apparente des résultats souhaités.

Voici, par exemple, ce qu'il serait possible d'écrire dans une optique «Nouvelle et Simple» pour démontrer la continuité de la fonction $x \rightarrow \sqrt{x}$ en 2 (la continuité étant définie exactement dans les termes de Cauchy reproduits ci-dessus) :

Soit

$$h \text{ i-petit, } \delta = |\sqrt{2+h} - \sqrt{2}| = \frac{h}{\sqrt{2+h} + \sqrt{2}}$$

Le dénominateur $|\sqrt{2+h} + \sqrt{2}|$ est un nombre à notre échelle (il est compris, grossièrement, entre 1 et 5), et le quotient d'un i-petit par un nombre à notre échelle est i-petit ; δ est donc i-petit. cqfd.

Didactiquement, il ne fait aucun doute que l'on voudrait bien parler aux élèves de nombres *très petits* ou *très grands*, sans être gêné par l'arrière pensée lancinante que toute définition classique de ces nombres porte en elle les germes d'une contradiction : où commence le petit ? où le petit devient-il très petit ?...

On trouve ainsi dans les manuels scolaires (et très certainement dans les discours des professeurs) des appels du pied très explicites au calcul infinitésimal ; voici, par exemple, quelques extraits de manuels de première actuellement en vigueur.

D'un point de vue naïf ou imagé, dire que la fonction f a pour limite zéro en zéro signifie que $f(h)$ est proche de zéro pour tout réel h suffisamment proche de zéro (et bien sûr dans l'ensemble de définition de f).

Mais ce langage imagé manque de précision : en effet, que signifie par exemple «le réel $f(h)$ est proche de zéro» si l'on ne donne pas d'autre renseignement ?

Nous n'explicitons pas davantage en théorie ; nous allons illustrer plutôt par des exemples. (Ed. Nathan)

Le concept de limite qui assure le passage du fini à l'infini est un élément essentiel de l'analyse. Il est donc nécessaire d'en préciser le sens. Cette notion étant fort délicate, l'étude ne porte que sur la limite d'une fonction en zéro, de plus elle est menée sans construction théorique.

Ndlr : (On est prié de ne pas sourire !)

1. FONCTIONS DE REFERENCE

Dire que « f admet une limite nulle en 0» peut se traduire par :

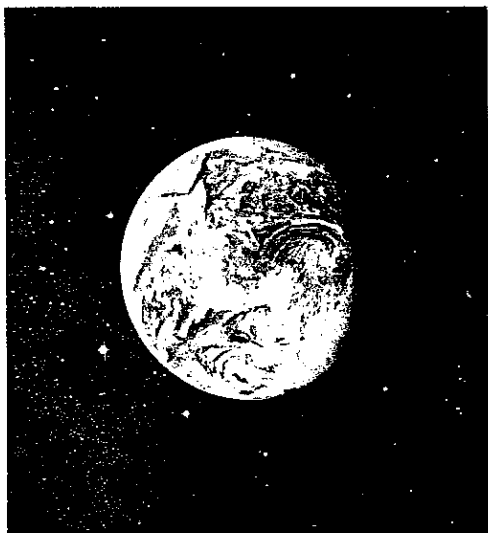
pour une approximation donnée $|f(h)|$ est négligeable dès que $|h|$ est assez petit.

(Ed. Hatier)

Certaines des suites faisant l'objet de l'»Activité préliminaire I» sont telles que leur terme général u_n peut être rendu aussi voisin de zéro que l'on veut, à condition que n soit assez grand. Pour résumer cette propriété, on dit que ces suites tendent vers zéro lorsque n tend vers $+\infty$ («plus l'infini»), ou encore que ces suites convergent vers zéro. Nous ne précisons pas plus cette définition, nous donnerons des mé-

thodes permettant de montrer que certaines suites convergent vers zéro. (Ed. Hachette).

Enfin, aux trois types d'arguments précédents, nous en ajouterons un autre qui, par ailleurs, nous apparaît comme essentiel ; c'est un argument **pragmatique** : La N.S.A. propose, pour N et pour R, une structure qui modélise la «réalité» beaucoup mieux que la structure classique.



Leibniz disait déjà, pour justifier son nouveau calcul, «qu'une parcelle de matière magnétique qui passe à travers du verre n'est pas comparable avec un grain de sable, ni ce grain avec le globe de la terre, ni ce globe avec le firmament».

On peut cependant aller plus loin que Leibniz et mieux cerner les insuffisances de R ou de N, munis de leur structure classique, en réfléchissant aux trois situations encadrées, ci-après.

Les tarifs postaux

Pour l'affranchissement d'une lettre de moins de 50 g, la règle fixée par les PTT est la suivante : m étant la masse de la lettre,

si $m \leq 20$ g, alors affranchir à 2,30 F,
si $m > 20$ g, alors affranchir à 3,80 F.

a. Pensez-vous que deux employés des postes prendront toujours la même décision pour toutes les lettres ?

Y-a-t-il des lettres pour lesquelles la décision d'un employé est contestable ?

Si vous étiez employé des postes, la règle selon laquelle vous décideriez le prix de l'affranchissement serait-elle exactement celle annoncée par les PTT ?

b. Un orfèvre amène une lettre qu'il a pesée sur sa balance ; elle pèse 20,002 g au milligramme près. Est-il possible de prévoir le prix du timbre qu'il va payer ? Et si sa lettre pesait 19,998 g ?
Commentaire : En effet, quelle que soit la précision de la balance de la poste, il y a trois zones de décision.

à coup sûr	flou	à coup sûr
$m < 20$ g	▲	$m > 20$ g

La règle des PTT qui semblait permettre de conclure dans tous les cas ne fait que décrire une situation «idéale».

Conclusion : Le modèle mathématique classique est trop «rigide» pour être un bon modèle de la situation. Ce serait bien si, en mathématiques, on disposait d'une théorie où l'on puisse parler d'une espèce de «halo» de nombres autour de 20, dont les limites ne puissent être précisées par aucun nombre.

La Nouvelle et Simple Analyse répond en particulier à ce souci.

La parabole du maçon présomptueux

J'avais un jour un mur à bâtir chez moi, et je le voulais solide. Je demandais donc un devis à deux maçons, et discutais avec chacun d'entre eux de leur métier, de leurs réalisations et de leurs projets. A chacun d'eux je tenais le discours suivant :

«Cela semble très simple de construire un mur, on pose une première rangée de briques, puis une seconde, et ainsi de suite jusqu'à la hauteur désirée. Mais y a-t-il un limite de hauteur que vous ne sauriez dépasser ?»

Le premier maçon était un français standard (rien ne lui était impossible) : «Mais je peux vous monter un mur aussi haut que vous le voulez, me dit-il. Donnez-moi une hauteur et je me fais fort de la dépasser, jusqu'à la lune si ça vous fait plaisir.»

Le deuxième maçon (non standard) paraissait moins sûr de lui : «Je ne peux pas vous fixer de limite précise, car il se trouvera toujours quelqu'un pour battre un record de hauteur un jour ou l'autre. Mais il y a des hauteurs que personne n'atteindra jamais : la distance de la terre à la lune, par exemple.»

A ma place, quel maçon auriez-vous



choisi pour bâtir votre mur ? Pensez-vous qu'en empilant une brique sur une autre, puis une deuxième, et ainsi de suite, il soit raisonnable de penser que l'on atteindra la surface de la lune ? Et pourtant la lune est à une distance mesurable (et d'ailleurs mesurée). De même, si on casse la brique en deux, puis encore en deux, jusqu'à l'ordre de grandeur des molécules, les deux morceaux ne seront plus des morceaux de briques.

conclusion : Ce serait bien si, en mathématiques, on disposait d'une théorie où l'on puisse considérer certains nombres comme inaccessibles, et cela sans qu'aucune limite précise ne vienne séparer les nombres «accessibles» de ceux qui ne le sont pas. La Nouvelle et Simple Analyse répond en particulier à ce souci.

Jusqu'où savez-vous compter ?

Lorsque vous étiez à l'école élémentaire, vous vous êtes d'abord réjoui de savoir compter jusqu'à 10, puis 50, puis 100, ...

- Quel est votre record actuel ?
- Pourquoi avez-vous décrété un jour que vous saviez compter ?
- Pensez-vous pouvoir compter jusqu'à $10^{1000000000}$ (en écriture décimale : 1 suivi de un milliard de zéro). (2)
- Si vous ne pensez pas pouvoir nommer n'importe quel entier, pouvez-vous préciser votre limite ?

Conclusion : Ce serait bien si, en mathématiques, on disposait d'une théorie où certains nombres soient «à notre échelle» et qui pourraient être ceux jusqu'où les hommes sauraient compter (quitte à organiser un comptage sur des générations successives) ; d'autres nombres seraient tellement «grands» que l'on serait sûr de ne jamais les atteindre ; et cela de manière qu'aucune «frontière», aucune «limite», aucune «borne» ne puisse servir à les séparer. La Nouvelle et Simple Analyse répond en particulier à ce souci.

(2) Information : ce nombre est supérieur au nombre d'atomes de l'univers.

Pourquoi non à un calcul infinitésimal ?

Ici encore deux sortes d'arguments peuvent être invoqués ; les uns, mathématiques, sont aujourd'hui rendus caduques par les découvertes mêmes des créateurs de l'A.N.S. ; les autres, didactiques, posent des problèmes presque totalement ouverts qui méritent la réflexion, l'expérimentation et le débat.

Mathématiquement, le calcul infinitésimal classique n'a pas pu être fondé avec rigueur parce que, comme tout le monde le sait, l'existence de nombres qui seraient «infiniment» grands ou «infiniment» petits aboutit à des contradictions dont les mathématiques des XVIIIe et XVIIe siècles n'avaient pas les moyens de se sortir.

D'où une espèce de jonglerie sémantique avec des quantités «évanouissantes», supposées «d'abord» non nulles, mais tellement petites qu'on puisse, au moment opportun, les annuler purement et simplement. D'autres tours de passe-passe sont fondés sur l'identification d'un nombre «infiniment» grand avec quelques uns de ses suivants.



Gulliver à Lilliput

Un raisonnement apparemment imparable résume apparemment clairement le caractère apparemment intenable de cette situation. Le voici :

Supposons qu'il y ait, dans $\mathbb{N}$, des entiers «à notre échelle» («standard»), et d'autres qui soient «infiniment grands» (sont ici sous-entendus les propriétés souhaitées des opérations vis à vis de ces deux classes de nombres).

Soit S la collection des entiers à notre échelle ; on voit immédiatement, par récurrence, que $S = \mathbb{N}$. En effet, si $n \in S$ alors, en vertu des propriétés souhaitées, $n+1 \in S$. La conclusion est que les entiers infiniment grands n'ont aucune place pour exister.

Pour comprendre que ce type de raisonnement n'interdit pas l'existence de deux collections d'entiers d'échelle différente, il fallait disposer de toutes les réflexions qui ont entouré le développement de la théorie des ensembles. En particulier l'énoncé du principe d'induction doit être légèrement modifié, comme d'ailleurs le «bon sens» (présent dans la «parabole du maçon présomptueux») le réclame :

Pour des propriétés quelconques (celles, en particulier, qui mettent en jeu des objets ou des qualificatifs hors de notre échelle de grandeur), la validité du passage d'un entier à son suivant n'entraîne que la validité sur les entiers à notre échelle, et n'assure pas (à priori) la validité sur les entiers «infiniment» grands.

Didactiquement, au «pourquoi ne pas introduire une approche non standard dans les débuts de l'analyse ?» on répondra avec la prudence habituelle du didacticien ; car si l'on voit assez bien ce que l'on gagne (possibilité de s'appuyer sur des démonstrations assez simples, formalisation accompagnant naturellement l'intuition et s'appuyant sur une «réalité» plus immédiate, ...), on n'a pas encore une idée parfaitement claire du prix qu'il faudrait payer :

Quel vocabulaire faut-il introduire ?

Comment gérer les rapports sémantiques avec «l'infini» ?

Que faut-il dire, et ne pas dire, sur les «ensembles» ?

Comment parler des réels non standard à notre échelle (par exemple ceux qui sont «infiniment» voisins de 2, ou de π) ?

Comment faire le lien avec l'exposé classique de l'analyse ?

...

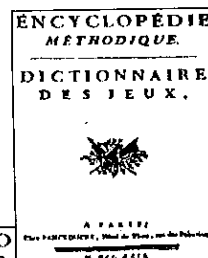
Cette liste de questions, qui n'est qu'un début, montre bien que des réflexions et des expériences nombreuses et coordon-

Après les Mathématiques de la grande ENCYCLOPÉDIE, en trois tomes, et les grands textes de STEVIN, L'HOSPITAL, VARIGNON, EULER, CAUCHY et CONDORCET, ACL-Editions propose, en souscription :

L'ENCYCLOPÉDIE DES JEUX sous

Les trois volumes, JEUX, JEUX MATHÉMATIQUES, et JEUX FAMILIERS, reliure toilée, dorée au fer, 708 pages, 16 planches.

EN SOUSCRIPTION



LA RÉVOLUTION

fac-similé de l'édition originale

420 F

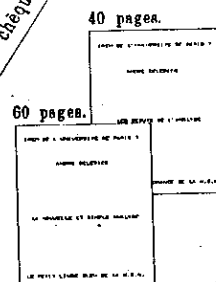
Prix public 580 F.

ENCYCLO MÉTHOD.

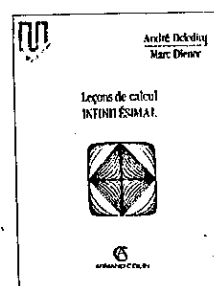
DICTIONNAIRE DES JEUX MATHÉMATIQUES. CONTENANT



Catalogue sur demande
Commande à adresser, en joignant un chèque, à



224 pages,
160 exercices et
problèmes corrigés.



Offre spéciale :
Les 3 volumes,
200 F.

- Leçons de calcul infinitésimal (Initiation à l'analyse non standard)
- Le petit livre bleu de l'ANS (Comment en parler ? Niveau lycée)
- Le petit livre orange de l'ANS (Comment débiter en analyse...)

ANALYSE NON STANDARD

1990 : Enfin des livres pour s'y mettre et comprendre !

nées doivent être menées avant d'envisager une quelconque introduction significative dans des classes du secondaire.

Note de la rédaction du PLOT : La troisième partie de l'exposé d'André Deledicq «Comment débiter en Analyse avec une optique non standard» est lisible, par exemple, dans les publications récentes de l'IREM de Paris Sud.

Rappelons que les éditions Art-Culture-Lecture consentent une réduction de 20 % aux lecteurs de PLOT sur les titres de leur catalogue «Grands textes des Mathématiques».

QUAND LES «PEU-DOUES» RAISONNENT ET PROUVENT

Marie-Pascale AUBERT - Rouen

*Voici le résumé des trois ateliers,
proposés lors du congrès
de l'A.P.M.E.P. de Paris, en octobre dernier, sous l'intitulé :
«Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstration» .*

Le projet, non complètement réalisé, figure, de manière condensée, dans «Un trésor est caché dedans». Je souhaite, apporter, ici, les explicitations nécessaires pour que chacun puisse se donner le complément qu'il lui faut, voire découvrir le but des ateliers.

Le thème des journées était «Mathématiques en révolution». Or, s'il est, de nos jours, une révolution à mener, c'est bien celle de notre façon habituelle d'enseigner, façon liée directement à l'idée que nous nous faisons de l'enseignement et à l'opinion consciente ou, dans la plupart des cas, inconsciente que nous avons des «enseignés» (élèves ou étudiants).

La révolution des enseignants

La première chose à faire est de changer notre regard, celui que nous portons invo-



lontairement (ou non) sur les «peu-doués», les «pas futés pour deux sous», ceux dont «de toutes façons, on n'en tirera rien» et autres mathématiquement malheureux contraints de subir nos cours, comme nous

pouvons l'être, les jours de «crève», d'essayer de les assumer (en les assurant). Malgré le désir intense de la quasi-totalité des collègues soucieux de la réussite de leurs élèves, cette révolution n'est, certes, pas aisée. Et, quand on l'entreprend, on rencontre nombre de difficultés. La première tient au fait que la situation de l'élève est bien différente, de celle du professeur, ne serait-ce qu'au point de vue des connaissances. Or, il y a les acquis, mais aussi les habitudes, la constitution éventuelle d'une méthodologie personnelle, la confiance en soi, l'attrait du sujet, le désir de gagner, l'indifférence, l'intérêt, le statut dans le groupe... Tout le monde le sait ! Mais qui en tient, vraiment, compte ?

Pour apporter, ou susciter, les solutions aux problèmes posés dans et par une situation, encore faut-il bien connaître cette situation, la vivre aujourd'hui, et ne pas se contenter d'un souvenir du vécu antérieur, fut-il similaire. Il serait bon de réfléchir à ce court extrait de Aspirations et luttas paysannes écrit par des paysans des Philippines : «Une des premières choses que vous devez réaliser, c'est que vous (de la classe supérieure) et nous (paysans) vivons dans deux mondes différents. C'est comme si vous viviez dans le monde des oiseaux du ciel et nous, dans celui des poissons de la mer... Quand les oiseaux



se mettent en mouvement, bien sûr, ils se dé-

placent vite parce qu'ils volent. Tandis que nous, les poissons, nous nous déplaçons relativement moins vite parce que nous devons nager.»

Suivent les conseils et critiques, bien sûr inappropriés, des oiseaux aux poissons... Transposer ce passage des oiseaux et poissons à enseignants et enseignés est bien tentant. Remarquons que certains élèves et étudiants doivent tenir des ex-cets : les poissons volants ! Nous nous intéresserons aux autres, ceux qui sont en état d'échec, ceux qui éprouvent des difficultés, c'est-à-dire la majorité...

Plongées dans l'océan des difficultés

L'idée m'est venue de faire un plongeon dans l'océan des enseignés ; mais comment faire ? La réponse me fut fournie par les travaux de certains psychologues, et par l'acquis de l'expérimentation de nombreuses années d'enseignement, à des niveaux différents.

- Premier point, il y a plusieurs mers dans l'océan, selon l'âge des élèves (Piaget, Inhelder).
- Second point, il est possible d'approcher, de façon très significative, une position, dans l'océan des difficultés, en réalisant des tâches non familières, en recourant à des énoncés où le contenu est peu susceptible d'orienter dans un sens ou un autre (Woodworth...)
- Troisième point, les élèves en état d'échec sont dépendants, en très grande partie, de leur état d'incertitude ; ils ne savent quoi faire, quoi entreprendre, quoi tenter. Leur statut d'enseigné, leur relation à l'enseignant, leur statut dans le groupe, l'opinion qu'ils ont d'eux-mêmes sont paralysants. On peut parler de «sentiment d'infériorité», conscient ou non. (A. Adler)

Mon hypothèse de recherche fut la suivante : nous, enseignants, pouvons, certainement, en intégrant un groupe-classe de personnes à la recherche de solutions à des problèmes constituant des tâches non familières... :

- nous mettre en état d'échec ou dans un état, avoisinant, d'insatisfaction...
- abandonner notre statut pour en trouver un proche de celui des élèves.
- observer nos sensations et réactions aux situations...

- observer nos protocoles de recherche et notre méthodologie, le cas échéant.
- transmettre, aux élèves, les résultats positifs et transmissibles de cette mise en situation.

En ce qui concerne la réalisation, j'ai opté, après test, pour une sélection de textes divers :

- problèmes ouverts proposés par les collègues de l'I.R.E.M. de Lyon (feuilles à problèmes, «Problème ouvert et situation-problème»)
 - problèmes de recherche, présentés dans les manuels scolaires, à partir de la classe de C.M.2. Décontextualisés, ils se révèlent très efficaces.
 - jeux à caractère plus ou moins mathématique, notamment des «labyrinthes».
- Plusieurs groupes, d'effectifs variés, maximum quinze, ont participé aux expérimentations.
- Les résultats d'observation, concernant les comportements sont intéressants, selon le cas, nous sommes :
- agressifs
 - impatientes
 - surpris
 - vexés
 - désolés
 - ...
 - fanfarons
 - peu persévérants
 - anxieux
 - décidés à trouver

Mais, en général, nous arrivons à nager, fut-ce plus ou moins bien, et avec une très nette lenteur d'évolution.

Comment sortir de l'eau ?

Ayant vécu, personnellement, ce genre de situation, j'ai essayé de communiquer aux étudiants le résultat de mes expérimentations. Cela a donné naissance à un enseignement spécifique, dispensé de façon précise sur deux semaines, suivi d'une application systématique, en travaux dirigés, le reste de l'année... On peut se faire une idée de ce dont il est question, en lisant la publication «Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstration» M.P. AUBERT - Irem de Rouen. Ayant constaté l'impact très positif, depuis



1979, de cet enseignement, particulièrement pour les étudiants en difficulté, j'ai décidé d'essayer de transposer la méthode aux contenus de l'enseignement secondaire en mathématiques.

Le but des ateliers était donc double :

- permettre aux collègues une expérimentation de mise en situation et d'en déduire les modifications comportementales qui en découlent.
- s'entraîner à l'application systématique d'une méthode de travail, très positive pour les élèves, simple, naturelle, à la portée de tous.

Certains collègues pensent travailler, déjà, de cette façon. Je crois qu'ils s'en approchent seulement, car, autrement, on en trouverait des traces significatives, au niveau des études des productions à l'université, or ce n'est pas le cas.

Les deux buts évoqués sont liés. Si bien qu'il est presque impossible d'exprimer, ici, le contenu des ateliers, sans le déformer gravement, de façon très réductrice. Je vais malgré tout, après cet avertissement, qu'il faut garder à l'esprit, lors de la lecture de tout ce qui suit, essayer d'en donner une idée.

Il s'agit, face à tout texte de problème,

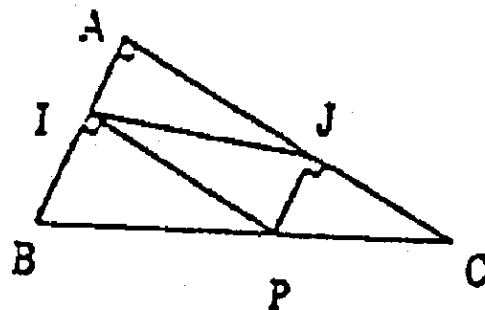
- de procéder à une analyse de contenu complète (idem pour le cadre graphique des jeux),
- de réfléchir à la question du «sens» (polysémie éventuelle, sens «subjectif», sens «objectif» du contexte... cf. pb palindrome),
- de repérer les implicites,
- de faire le lien entre les données exprimées dans différents cadres (langagier, iconographique, graphique, numérique...), s'il y a lieu,
- de prendre conscience de tous les «champs» concernés, de lister tous les acquis,
- de mettre en évidence les équivalences existantes...,
- de tester en les utilisant un par un, de façon **exhaustive**, tous les outils, de l'acquis, listés...
- de repérer des types.

Pour l'expérimentation, lors des ateliers, j'avais sélectionné six labyrinthes et une dizaine de problèmes variés. Il n'est pas possible, ici, de proposer tous les textes, ni même de les évoquer. Les personnes

intéressées pourront se procurer à l'I.R.E.M. de Rouen le polycopié correspondant : «Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstrations» Tome 2

Un exemple

Prenons un exemple, sachant qu'il ne peut être représentatif à lui seul, de l'expérimentation visant l'apprentissage : le problème n° 7 de «Problème ouvert et situation-problème» (G. Arsac, G. Germain, M. Mante) de l'I.R.E.M. de Lyon.



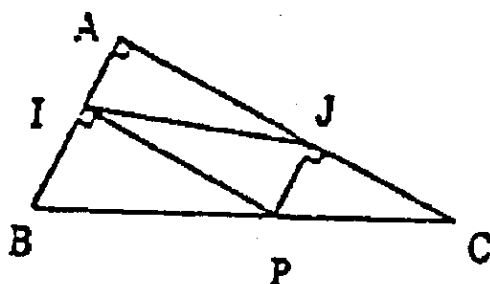
On donne un triangle ABC rectangle en A. Comment choisir P sur l'hypoténuse pour que la longueur IJ soit minimum ?

Ce texte présente une caractéristique intéressante, à savoir l'utilisation de deux cadres différents pour la communication des données (langage, cadre graphique). C'est, en général, le cas des exercices et problèmes de géométrie. Ce texte contient des données de nature, indispensables, et des données «nominatives» : A, B, C, P, utiles, mais non apparentes dans bien des textes (la tâche en revient, alors, au lecteur, à l'élève, qui doit être entraîné à cette opération). La simple analyse de toutes les données, y compris celles du cadre graphique, et leur traduction dans le cadre langagier, permet une réécriture du texte et son appropriation correcte par le chercheur.

Il vient, ainsi, par exemple :

«Considérons un triangle ABC, rectangle en A. Soit P un point de l'hypoténuse, soit I le pied de la perpendiculaire menée de P au côté AB, soit J le pied de la perpendiculaire menée de P au côté AC. Comment choisir la position de P sur BC, afin que la longueur IJ soit minimum ?»

Il est à remarquer que, lorsque nous n'en disposons pas, nous créons, par besoin, dans ce type de problème, la traduction graphique.



Cette opération de réécriture n'est pas superflue, ainsi que le montre une expérimentation proposée, en mai 1989, à un groupe d'étudiants, de fin de 2e année, inscrits dans une unité de «didactique des mathématiques». Cette expérience portait sur la phase d'appropriation du texte et l'étude des protocoles de recherche subséquents, en situation ouverte de décontextualisation.

Le problème à analyser était le précédent. Le nombre de participants était 47.

Les résultats sont les suivants :

- éprouvent le besoin de lire le texte, plusieurs fois pour arriver à la compréhension et le manifestent (12 %).
- ont trouvé le texte parfaitement clair : 26 (soit 55 %).
- pensent qu'il manque des données : 16 (soit 34 %).
- éprouvent une réaction psychologique désagréable et manifestée par écrit (horreur de la géométrie, 12 %).

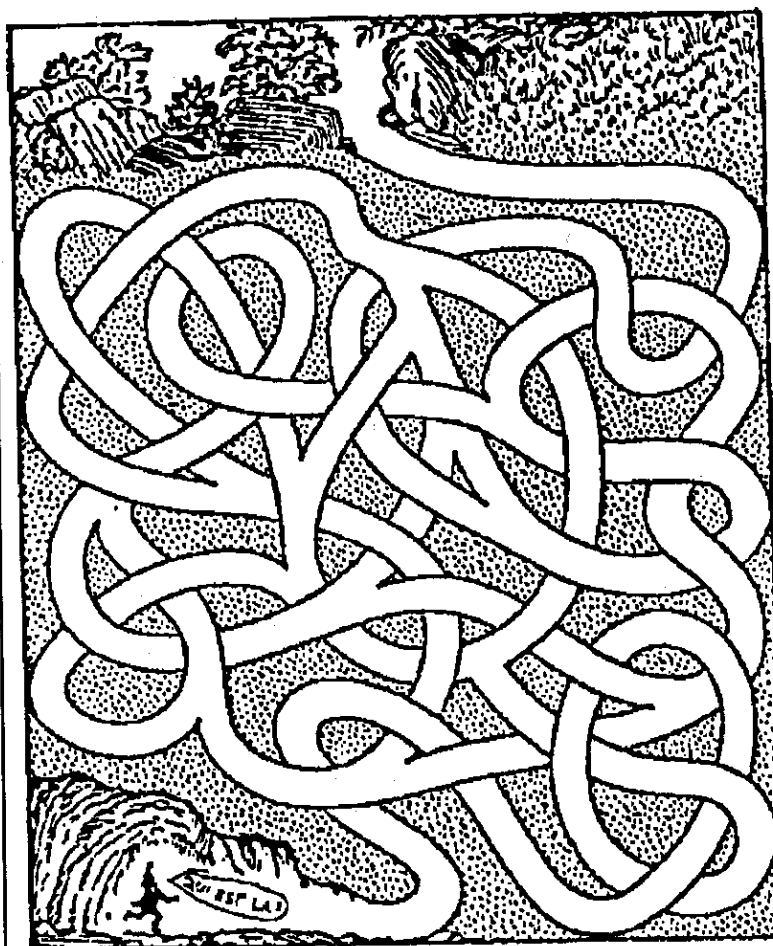
Revenons au problème ; une fois l'appropriation du texte réalisée, bien que ce ne soit pas forcément dissocié, nous avons à cerner les «champs» et à mobiliser les acquis : ici, nous allons chercher, en mémoire, tout ce qui concerne triangle, angle droit, perpendiculaire,... Mais nous devons nous intéresser également aux implicites, à ce qui y est apparenté : parallélogramme, rectangle, diagonale...

Le repère des Minouchets

L'étude des protocoles de recherche pour les chemins-solutions de labyrinthes a un impact très positif à ce stade. Nous avons des démarches variées selon le sujet :

- progressive : départ de l'entrée (ou des entrées)
- régressive : départ de l'arrivée (ou des arrivées)
- mixte : tracé alternatif du départ et de l'arrivée menant à des «sous-labyrinthes» plus simples...
- d'analyse totale : à l'aide d'un codage, élimination des impossibles, mise en évidence de tous les possibles.

Les trois premières consistent en des essais successifs, au coup par coup (procédure discrète), menés suivant une règle, avec ordre (procédure ordonnée) ou testés au hasard (procédure hasard).



L'exhaustivité jusqu'à satisfaction est une condition de réussite. On constate que la majorité des élèves ignorent cette clause de travail. Et l'épistimologie des étudiants ne la contient pas plus. C'est un des points de ma méthodologie didactique en Deug : apprendre, s'entraîner, à faire toutes les démonstrations possibles, selon les acquis du niveau, ou personnels (ce qui devrait être la même chose), pour un même problème. En séance d'entraînement, pour un texte classique, nous avons

construit seize démonstrations différentes. L'étape suivante consiste à effectuer le choix le plus performant.

En situation de «sur-connaissance», il est possible que nous mobilisions, comme outils, des acquis très puissants, voire trop puissants, ce qui est parfois un handicap (pb. du nénuphar) ; en principe, ce ne serapas le cas des élèves ou étudiants.

En ce qui concerne notre problème de minimum; l'étude des différents protocoles de recherche met en évidence des méthodes variées :

- progressive discrète : par exemple, entre autres, l'étude comparative de diverses positions de P, soit des essais successifs avec P1, P2, P3, ... puis la mesure de I1J1, I2J2, I3J3 ... la comparaison de ces mesures, suivie, ou non, d'une localisation favorable pour P...
- «régressive» : elle consiste à considérer IJ et à en chercher la nature et les différentes caractéristiques (IJ = AP, min IJ = min AP...)
- «du problème annexe» : minimiser IJ semble trop difficile, à quelle mesure autre le lier, mesure à minimiser...

La démonstration la plus rapide est du second ou du troisième type...

Trouver la solution correcte de ce problème n'est pas aussi évident que tout enseignant de Mathématiques pourrait le penser, surtout s'il enseigne à un niveau où les contenus, les «champs» correspondent au texte. Les résultats de l'expérimentation, menée en fin de DEUG 2e année, en témoignent:

- ont donné une démonstration correcte : 14 (soit 30 %).
- n'ont pas trouvé de solution : 9 (soit 19 %).
- donnent des solutions fausses : 22 (soit 47 %).
- n'ont pas conclu bien que sur la voie : 2. Comme erreurs il y a :
 - P en B : 19 %
 - P milieu de BC : 15 %
 - P sommet d'un carré : 13 %

Il est à remarquer que ces solutions sont données sans justification, comme des évidences.

On retrouve des résultats similaires pour les autres problèmes, ainsi que pour les jeux. Ils constituent, vu les conditions de passation et d'autres considérations, une

preuve du manque de méthodologie, dans les cas où il n'y a pas d'algorithme bien connu à appliquer.

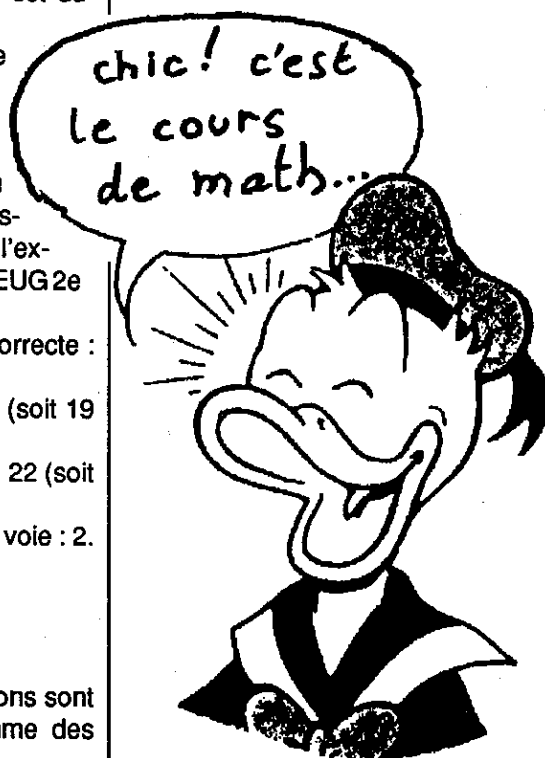
Pour conclure

Je ne peux qu'affirmer l'existence d'un changement positif dans l'attitude et le savoir-faire des élèves, après mise en évidence de la nécessité de l'application d'une méthodologie du raisonnement et de l'élaboration de démonstrations, et après connaissance de cette dernière jointe à l'expérimentation par l'entraînement qui s'ensuit.

L'utilisation de jeux et de labyrinthes permet de s'adresser à un public très varié. En ce qui me concerne j'ai pu proposer les mêmes documents de 7 à 77 ans et plus. Cela m'a permis d'observer des éléments intéressants quant à l'évolution des procédures de recherche...

Il ne vous reste plus qu'à plonger vous-mêmes dans l'océan, à l'aide des documents évoqués et de fiches dont on peut me faire la demande, ou en participant à un nouvel atelier (ce qui est le plus efficace)...

Bon courage ! ■



Pour en savoir plus :

Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstration. M.P. Aubert. Tome 1 et tome 2. Irem de Rouen.

Euclide : UN OUTIL POUR LA GEOMETRIE

Michel BILLARD - Orléans

Ce programme fait partie de ceux dont les droits ont été achetés par l'Education Nationale. Il permet de créer des figures simplement, avec un langage proche du langage mathématique classique, d'illustrer une propriété, une démonstration ou de faire construire aux apprenants leurs propres figures grâce à leurs propres connaissances. Sont aussi possibles des recherches de démonstration. Des illustrations de ces propos seront données au cours de cet article.

Cette approche expérimentale de la géométrie peut surprendre. Il faut voir que l'ordinateur avec ses possibilités de tracer rapidement des figures permet de visualiser des hypothèses, de varier des positions — les triangles n'ont pas forcément un côté horizontal par exemple —. C'est en envisageant son enseignement sous cet angle qu'*Euclide* peut aider la pratique de la classe tant au niveau collège qu'au lycée. L'élève est mis dans une situation de recherche où les essais sont permis. Il peut confirmer ou infirmer ses idées en quelques instants. L'écran lui donne une réponse visuelle dans la recherche d'un lieu géométrique, par exemple.

UTILISATION D'*EUCLIDE* COMME OUTIL DE PROGRAMMATION

Dans son catalogue, la CAMIF indique qu'un défaut d'*Euclide* est d'exiger la connaissance préalable de LOGO. Je serai moins sévère : une connaissance de LOGO est certainement souhaitable, mais point n'est besoin d'être spécialiste pour programmer une application sous *Euclide*. La connaissance de quelques éléments LOGO est indispensable :

Editeur

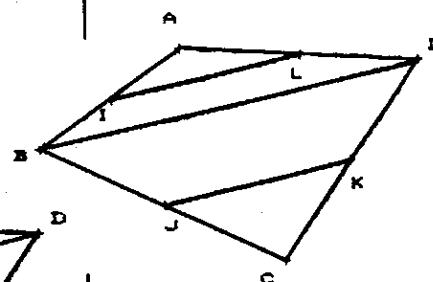
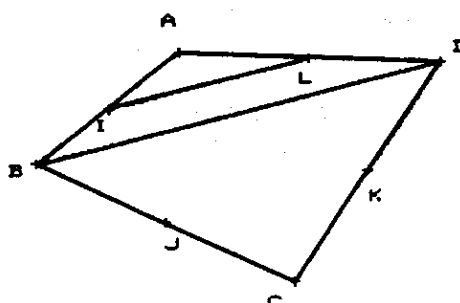
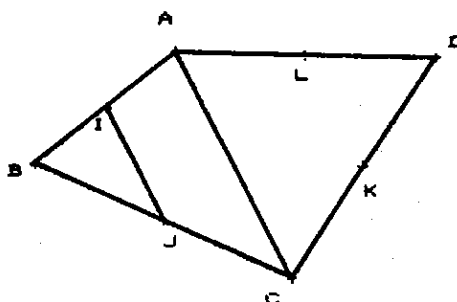
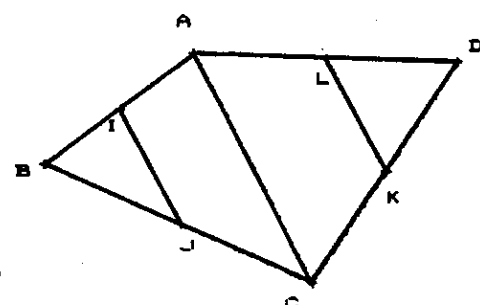
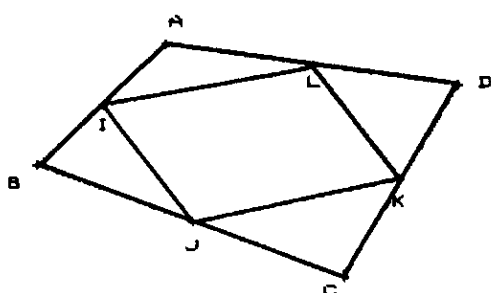
Notion de procédure et leur création avec pour et fin.

Nom des variables avec l'utilisation de « et de :

Ces quelques notions sont maintenant assez largement diffusées pour que chacun de nous connaisse un utilisateur de LOGO qui se fera un plaisir d'aider un néophyte.

La documentation est fort bien faite avec de nombreux exemples. Les noms des

Ce travail a été réalisé à partir du logiciel "*Euclide*" par une équipe du Centre de Ressources et de Maintenance en logiciels d'Orléans-Tours. Si vous avez déjà ce logiciel, le document dont vous trouverez ici un extrait, vous permettra de l'exploiter au mieux avec vos élèves.



procédures surajoutées à LOGO sont bien choisis et ne nécessitent pas un gros effort de mémoire si on entre dans la logique des auteurs.

SOIT

- Permet de définir un «objet» : point, cercle, droite, etc...

DEBUT

- Initialise l'écran.
Permet le travail graphique.

DES

- Dessine l'objet précédemment défini. (attention aux : devant son nom).

DELAI

- Interrompt le programme jusqu'à ce que la touche entrée soit frappée.

CIBLE

- Désigne les points à viser à l'écran à l'aide du crayon optique.
Par là-même, il les définit (pas besoin de SOIT).

CIBLESUR

- Désigne un point à viser sur un objet (cercle, droite déjà existant).

THALES avec *Euclide*

Le mot «rend» que l'on va trouver dans maintes définitions signifie qu'il faut utiliser l'objet renvoyé avec par exemple SOIT pour lui donner un nom ou DES pour le faire apparaître sur l'écran. Ainsi MILIEU qui «rend» le milieu d'un segment sera utilisé ainsi :

POUR EX0

DEBUT

CIBLE [AB]

DES MILIEU : A : B

FIN

POUR EX1

DEBUT

CIBLE [AB]

SOIT «M MILIEU : A : B

DES : M

FIN

Dans EX0 le milieu sera tracé mais non défini (on ne pourra pas le rappeler par exemple pour tracer la médiatrice) alors que dans EX1 on pourra utiliser ce milieu en l'appelant par son nom : M (les deux points permettant de désigner l'objet représenté par le symbole M).

La publication *Euclide*

Des modules de cours *Euclide* testés avec des élèves :

- des fiches de travail élèves,
- les compte-rendus d'évaluation,
- la disquette des listes

AU NIVEAU DU COLLEGE
ET DU LYCEE

un outil pour la géométrie
SOMMAIRE

I. *Euclide* en Lycée

Utilisation du logiciel *Euclide*

Observation de la classe

Bilan du questionnaire

II. *Euclide* en collège

Euclide présentation

Inégalité triangulaire

Distance d'un point A à une droite

Axe de symétrie d'un segment

Symétrie d'un segment par rapport à une droite

Symétrie d'un cercle par rapport à une droite

III. Proportionnalité avec *Euclide*

Observations en classe

IV. Thalès avec *Euclide*

V. Les symétries avec *Euclide*

VI. Recherche d'un ensemble de points

VII. Projection orthogonale et cosinus

VIII. Les vecteurs avec *Euclide*

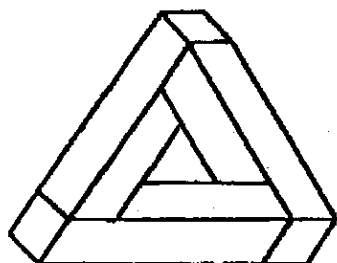
IX. Quadrilatères particuliers avec *Euclide*

X. Les triangles avec *Euclide*

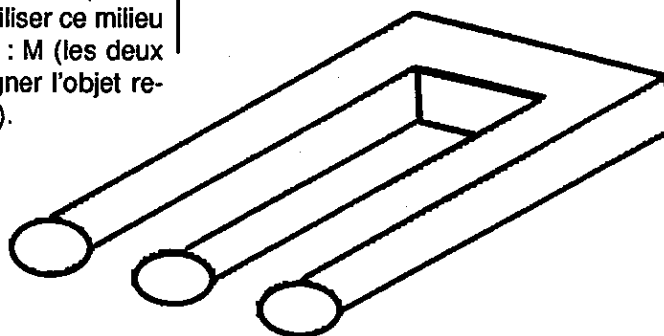
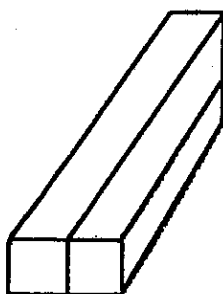
XI. Outils supplémentaires pour *Euclide*

Coût 50 F (avec disquette). S'adresser à :

Centre de Ressources
et de Maintenance en Logiciels
Université d'Orléans - BP 6759
45067 ORLEANS cedex 2

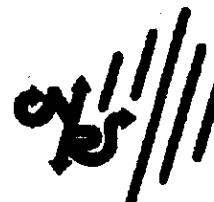


16



LES ENJEUX DES MATHÉMATIQUES

Rapport du CNRS - Paris



Les mathématiques participent au mouvement général des sciences : accroissement de la production (de 1958 à 1988, le nombre des articles recensés et analysés annuellement par les *Mathematical Reviews* est passé de 8.000 à 100.000, une multiplication par 2,5 tous les dix ans), accélération de la circulation et de la compétition internationale, impact de certains développements technologiques (comme la puissance des ordinateurs) sur le type de problèmes abordés.

Dans les dernières années, la nature et le niveau de sophistication des mathématiques utilisées dans les autres sciences a aussi considérablement crû. Aux outils traditionnels d'algèbre linéaire et de calcul différentiel et intégral sont venus s'adjoindre de nombreux autres concepts et techniques mathématiques. Mais les échanges ne se font pas en sens unique. De tous temps, les mathématiques se sont nourries des idées venues d'ailleurs, et ce mouvement a de nouveau pris une place importante dans leur développement.

Ce texte n'entend pas faire un tableau exhaustif ni même partiel de l'état des mathématiques, de leurs applications et de leurs interactions en France. Son objectif est seulement de mettre en évidence, à travers quelques exemples, la place, les mécanismes et l'importance de ces interactions et de proposer quelques mesures de nature à soutenir le processus en cours.

LES ENJEUX

En ce qui concerne les interactions des mathématiques avec les autres sciences, les années 80 sont marquées par l'utilisa-

tion de plus en plus répandue de modèles destinés à rendre compte de l'évolution de systèmes de plus en plus complexes, que ce soit dans la recherche fondamentale ou l'industrie, dans les sciences exactes, naturelles ou humaines. L'étude de ces modèles, qui s'expriment le plus souvent dans le langage mathématique, comporte en général plusieurs phases : étude de leur cohérence, existence de solutions, comportement des solutions, résolution ou simulation sur ordinateur. Toutes ou presque font appel à des concepts et à des outils mathématiques élaborés, souvent très spécialisés, dont certains sont d'introduction récente.

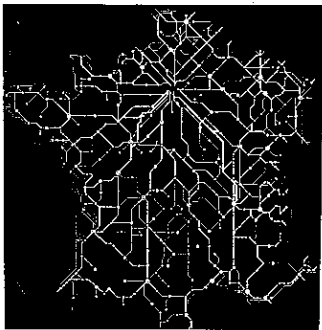
Vu l'intérêt du rapport de conjoncture 1989 du Centre National de la Recherche Scientifique, nous vous proposons ici quelques extraits de la 1^{ère} partie.

Dégageons d'emblée quelques enjeux en essayant d'analyser succinctement leurs spécificités. Nous reviendrons plus tard, dans une perspective plus historique, sur les mécanismes des interactions entre les ma-

thématiques et l'ensemble des activités scientifiques.

1 — Les enjeux industriels

Longtemps les mathématiques sont apparues dans l'industrie comme une discipline de service dont la présence se réduisait à la mise en œuvre d'un outil de calcul. Sous la pression de la compétition économique et des défis technologiques, les progrès de la modélisation et des méthodes numériques, et surtout l'augmentation considérable de la puissance des ordinateurs, ont changé la nature et la portée des mathématiques utilisées dans l'industrie. Cette modification a d'abord touché les grandes entreprises et celles des secteurs de pointe, souvent dans le cadre de grands programmes technologiques ; elle s'étend de plus en plus vers des entreprises petites et moyennes. La modification des outils cor-



respond à un changement de complexité des problèmes abordés ; alors qu'au XIXe siècle les modèles étaient unidimensionnels ou linéaires, les problèmes abordés maintenant sont multidimensionnels et non-linéaires. En même temps que l'accent se déplaçait du faisable vers l'optimal, l'intérêt s'est déplacé des équations différentielles ordinaires aux équations aux dérivées partielles, des interpolations et extrapolations aux problèmes inverses. Cette sophistication est indispensable dans les contrôles de qualité, qui sont bien souvent la clef de la compétitivité d'une entreprise d'aujourd'hui.

L'introduction de paramètres incertains dans les modèles, qui se généralise (comme, par exemple, dans les modèles de couverture de risques à terme en mathématiques financières), a été rendue possible par des outils et des techniques stochastiques dont la mise au point est récente. On peut dire que, de plus en plus, les besoins industriels influencent et motivent une partie de la recherche mathématique.

Ces besoins industriels correspondent soit à une recherche d'efficacité économique ou technique (aviation, automobile, gestion de réseaux ou de production, mécanique des structures, génie civil ou chimique, géophysique, imagerie médicale, électromagnétisme), soit à de nouveaux domaines scientifiques (électronique, informatique, prévision du temps ou évolution du climat) ou technologiques (espace, fusion thermonucléaire, combustion). Dans de nombreux cas, l'expérimentation numérique est là pour économiser une expérimentation physique trop onéreuse (efforts de pression sur les aubes d'une turbine, problèmes électromagnétiques liés à la rentrée dans l'atmosphère d'une navette, dessin de carrosserie de voitures...) ou même à la limite du possible (impact de l'homme sur le climat par exemple).

Cette évolution provoque dans l'industrie une forte demande de mathématiciens ou de scientifiques ayant un très bon bagage en mathématiques ; ceci se traduit par l'ouverture de laboratoires industriels à des étudiants en thèse, par un important flux d'embauches de diplômés, par la signature de contrats avec des laboratoires ou des scientifiques, enfin par la création (encore timide en France, mais plus importante aux Etats-Unis) de cabinets de

conseil en mathématiques.

Comment notre système de formation et de recherche peut-il répondre à ce nouveau besoin ? C'est le premier enjeu que nous voulons souligner.

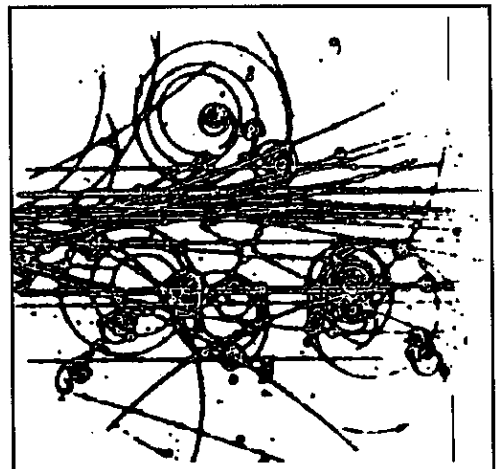
2 — Les enjeux scientifiques

Dégageons quelques données générales, et quelques problèmes cruciaux.

Dans la recherche scientifique fondamentale on peut distinguer schématiquement trois modes de travail qui impliquent l'usage de mathématiques :

- *les modèles théoriques, qualitatifs ou quantitatifs, font souvent appel à des mathématiques encore en cours de création, soit en empruntant (ou en suscitant) des concepts pour définir leur cadre de développement, soit en utilisant (ou en réclamant) des théorèmes pour leur étude analytique et des algorithmes pour leur étude numérique ;*

- *le chercheur utilise des outils mathématiques, par exemple pour le traitement de données expérimentales (spécialement lorsqu'elles sont nombreuses comme en Astronomie ou en Physique Nucléaire), ou l'estimation de paramètres (les branches des mathématiques impliquées allant du calcul différentiel et intégral aux transformations de Fourier ou de Laplace, en passant par les critères statistiques, l'algèbre, la géométrie...) ;*



Mouvement d'une particule de haute énergie

- *la simulation numérique* enfin, qui s'impose comme une approche fructueuse (souvent parallèle et complémentaire à l'expérimentation de laboratoire ou *in situ*) demande souvent des outils et techni-

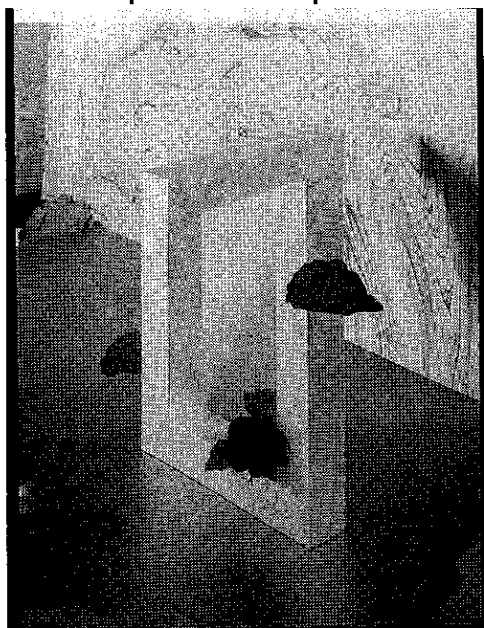
ques mathématiques d'un autre ordre (analyse numérique, méthodes stochastiques, algorithmique numérique...).

Comme nous l'avons dit plus haut, la plupart des secteurs scientifiques sont concernés par cette intervention grandissante des mathématiques. Au risque d'apparaître un peu schématique, on peut cependant séparer les domaines qui étaient déjà traditionnellement des créateurs ou des utilisateurs de mathématiques (mécanique céleste et mécanique des milieux continus, physique théorique et mécanique quantique) des nouveaux espaces qui sont venus à la modélisation mathématique intensive seulement depuis peu (écologie, biologie, chimie, biochimie, économie, géophysique, physique du solide, combustion, informatique, sciences cognitives).

3 — Les enjeux culturels

Dans la culture scientifique nécessaire à une vaste population de notre époque, les mathématiques apportent des éléments importants : des concepts et une démarche.

- *Les concepts mathématiques sont abstraits, comme le sont aussi ceux des autres sciences. Leur caractère spécifique n'est pas l'abstraction, mais la généralité.* Qu'ils proviennent de la physique, d'une technique, de l'expérience commune, leur champ d'application est beaucoup plus vaste que leur champ d'origine. La valeur des concepts mathématiques est donc



Une autre piste : la vulgarisation scientifique

interdisciplinaire par essence. Leur efficacité est fonction de leur assimilation par le plus grand nombre possible d'individus, et nombre d'entre eux sont tombés au fil des siècles dans le domaine culturel commun ou sont en train de le faire (par exemple, l'accélération, l'équivalence travail-chaleur, les probabilités...). Mais il y a aujourd'hui une contradiction bien réelle entre la croissance du nombre des concepts pertinents et importants et la capacité du système éducatif à les diffuser. Cet enjeu implique, sans doute, une révision profonde des buts et des méthodes de l'enseignement des mathématiques. La variété des enseignements donnés dans les universités à des étudiants d'autres disciplines (c'est souvent plus marqué encore à l'étranger qu'en France) donne une piste pour une telle révision.

- *La démarche mathématique est faite d'essais, d'échecs, et de corrections, comme dans toutes les autres sciences. Son caractère très original est la preuve ou démonstration hypothético-déductive.* On a critiqué, à juste titre, la réduction des mathématiques à un enchaînement de propositions reliées par des démonstrations parce que la recherche et la découverte en sont absentes et que la portée réelle des concepts et des théories n'y apparaît pas. Mais il serait grave, en tentant d'étendre le champ et les approches, d'oublier le rôle crucial de la démonstration dans la démarche mathématique. La rigueur mathématique qui tient à la formalisation des énoncés et des preuves est appréciée, de l'extérieur même des mathématiques, comme un élément irremplaçable de la culture scientifique. Maintenir la rigueur en variant les approches, c'est un enjeu important de l'enseignement.

- *La réflexion sur la place des mathématiques dans la science, dans la culture et dans la société se fait jour maintenant plus vigoureusement qu'à d'autres époques.* Elle s'accompagne d'un renouveau de l'histoire des mathématiques, d'un développement original en France de leur didactique.

Il existe aussi des amorces, brillantes mais encore isolées, de rapprochements entre mathématiciens et philosophes. Dans l'histoire occidentale, mathématiques et philosophie ont eu les rapports les plus intimes et les plus orageux. Au-delà du divorce

actuel, les mathématiques ont besoin, plus encore que les autres sciences, d'une réflexion globale sur leurs origines, leurs démarches, et ce par quoi elles participent à l'intelligibilité du monde. La vraie surprise réside en effet plutôt dans la fréquence extraordinaire avec laquelle des concepts créés par les mathématiciens pour des raisons qui leur étaient propres se révèlent pertinents dans d'autres sciences, ce que Eugène Wigner appelle « *l'efficacité déraisonnable des Mathématiques dans les Sciences de la Nature* ». Ce fait mérite certainement une réflexion plus approfondie de nature philosophique qui ne semble pas disponible actuellement.

4 — Le rôle spécifique des mathématiques : quelques exemples

Les mathématiques fournissent aux autres sciences aussi bien qu'à leurs propres branches des concepts et des outils. Nous avons déjà mentionné certains outils de « calcul », mais que seraient la mécanique, la physique, ou même la chimie, sans le cadre que leur procurent les structures algébriques, géométriques, ou probabilistes ?

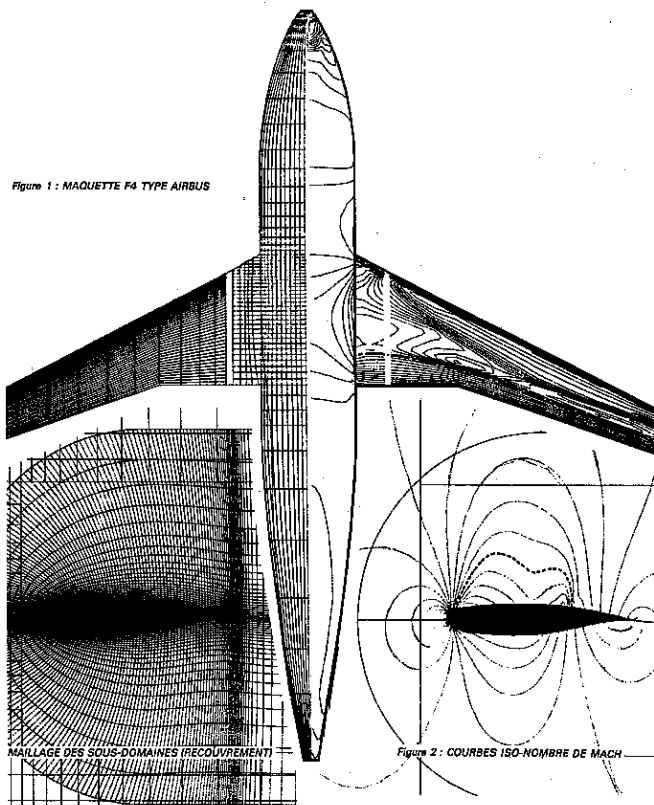
Particulièrement dans la recherche fondamentale, les concepts et le langage des mathématiques, qui tend à l'universel, permettent l'unification et la compréhension des processus différents, au point de faire quelquefois d'elles un pont entre disciplines différentes. Le parallèle construit au XIXe siècle entre phénomènes électriques et hydrauliques est un exemple de la nécessité de cette comparaison pour atteindre un niveau de compréhension supérieur. Les mathématiques, dont une des fonctions est d'établir des relations entre notions abstraites, permettent d'identifier des modèles qui ont la même structure. (Henri Poincaré n'expliquait-il pas que « *faire des mathématiques, c'est arriver à donner le même nom à des objets différents* »). Un exemple moderne d'une branche des mathématiques où cette faculté est particulièrement visible est fourni par la théorie des systèmes dynamiques dont le champ d'utilisation s'étend de la biologie à la physique, de la mécanique à l'économie.

Un exemple : la recherche en Systèmes Dynamiques en France

L'étude des Systèmes Dynamiques a pris un développement considérable les 15 dernières années, dans le monde et tout particulièrement en France. C'est une branche des mathématiques qui met en jeu des outils très variés et a des applications dans des domaines très divers de la physique ou de la technique, de sorte que ses connexions avec les autres branches sont multiples.

Son domaine naturel d'application est, bien sûr, *l'étude de l'évolution autonome des systèmes*, qu'ils soient physiques, mécaniques, chimiques, biologiques, écologiques, économiques ou financiers... Cette étude est centrale en turbulence, en mécanique céleste, en technologie (exemple: la maîtrise des oscillations du TGV). Mais *a contrario* rappelons que des exemples aujourd'hui fondamentaux dans la théorie des systèmes dynamiques ont été introduits par le biologiste R. May, par le météorologue Lorenz, par l'astronome Hénon, par le physicien des solides Aubry. Cette théorie a aussi des applications dans lesquelles « le temps » du système dynamique n'est pas le temps habituel. C'est le cas en théorie de la renormalisation, qui étudie les phénomènes critiques et la mécanique statistique, où le passage du

Figure 1 : MAQUETTE F4 TYPE AIRBUS



MAILLAGE DES SOUS-DOMAINES (RECOURVEMENT)

Figure 2 : COURBES ISO-NOMBRE DE MACH

Airbus - Centre de calcul vectoriel de Palaiseau

microscopique au macroscopique est vu comme une itération de changements d'échelles, le nombre d'Avogadro étant assez grand pour correspondre à une évolution à long terme.

En considérant les branches des Systèmes Dynamiques représentées en France, et en indiquant leurs relations avec d'autres branches (certains mathématiciens se partagent entre plusieurs tendances), nous pouvons donner plus de substances à ces affirmations.

L'étude de la dynamique hamiltonienne est proche de la géométrie symplectique, mais voisine aussi avec les équations aux dérivées partielles non linéaires. Elle a des ramifications dans l'étude des modèles financiers, et l'étude des structures spatiales.

Partant des bifurcations dans les problèmes de turbulence (d'origine astrophysique et mécanique), donc en dimension infinie, une étude systématique a porté sur des problèmes de petites dimensions, et finalement sur certains types particuliers d'applications (parfois discontinues) de l'intervalle ou du cercle.

La dynamique en petites dimensions s'épanouit dès qu'on entre dans le champ complexe donnant naissance à la dynamique holomorphe qui intéresse directement certains physiciens théoriciens qui y trouvent une source d'interprétation de la renormalisation déjà évoquée précédemment. Signalons la relation étroite entre la dynamique holomorphe et l'étude des groupes kleinien, donc des surfaces de Riemann et de l'espace de leurs déformations. Un thème voisin est celui des feuilletages holomorphes ou transversalement holomorphes qui rejoint la théorie des équations différentielles singulières.

Parmi les concepts fondamentaux de la théorie des systèmes dynamiques figure celui d'attracteur. Un de ces avatars, le concept d'attracteur étrange dû au physicien Ruelle*, peut se révéler la clef de la transition des systèmes ordonnés vers le chaos, et, à ce titre, a acquis droit de cité en mécanique statistique. De la même façon, la notion de variété stable apporte des points de vue nouveaux dans l'étude de certaines équations aux dérivées partielles, et convenablement généralisée, y compris dans le cas d'équations dissipati-

ves comme les équations de Navier-Stokes. Les améliorations attendues devraient avoir des conséquences sur la simulation numérique.

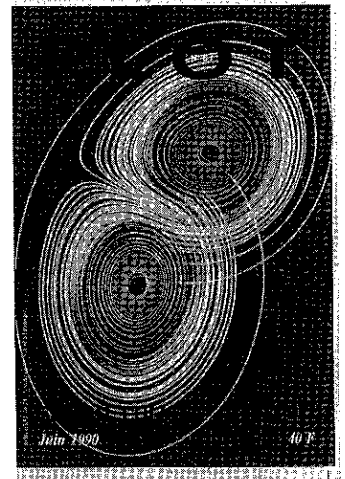
Deux aspects importants de l'étude des Systèmes Dynamiques qui mériteraient d'être développés sont la recherche de mesures invariantes, qui mène à la Théorie ergodique, et la Dynamique symbolique, qui peut s'appliquer à certains problèmes de codage.

Si l'informatique interagit avec toutes les sciences en leur fournissant un outil et des concepts, son lien avec les mathématiques est consubstantiel. Le premier ordinateur moderne fut une machine idéale, la machine de Turing. Aujourd'hui, au contraire, les architectures parallèles se mettent en place avant qu'on en ait une théorie. C'est un défi pour les mathématiciens, et on voit des mathématiciens purs, comme W. Thurston, prendre la géométrie de telles architectures comme sujet de recherche. L'informatique abonde en problèmes stimulants pour les mathématiciens dont nous donnons maintenant un exemple spécifique.

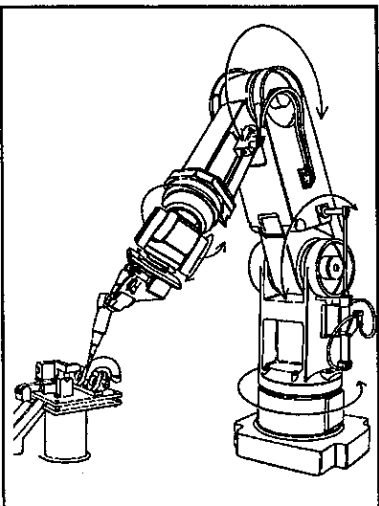
Mathématiques et informatique : un exemple pris en robotique

Les travaux actuels concernant les robots mobiles fournissent un bon exemple pour analyser les interactions profondes entre mathématiques et informatique.

Pour comprendre la problématique, imaginez que vous entrez dans une pièce les yeux fermés et les oreilles bouchées, mais en connaissant ses dimensions, sa forme, le nombre et la forme des objets qui l'encombrent. Vous souhaitez vous asseoir sur une chaise qui se trouve à l'autre bout, en évitant, bien sûr, de heurter les objets environnants. Avant toute chose, vous souhaitez savoir si vous pouvez faire un tel mouvement, et si oui faire cette action le plus vite possible. Cet exemple, simpliste, met en jeu des outils mathématiques et informatiques sophistiqués qui, à l'heure actuelle, ne permettent de résoudre qu'imparfaitement le problème dans toute sa généralité. Des solutions efficaces et programmables n'existent que pour des clas-



* cf Plot 51, le chaos à la Villette



ses contraintes : déplacement d'un polygone ou d'un disque dans le plan ou dans un couloir, etc...

Savoir si le déplacement est possible met en jeu des procédures de décidabilité sur les nombres réels et des questions difficiles de logique. Les contraintes dues à votre morphologie et à l'environnement sont modélisées par un système d'équations et inéquations qu'il faut résoudre le plus rapidement possible. Cette partie est de loin la plus coûteuse. La structure utilisée pour représenter les transformations géométriques à effectuer a également une influence énorme sur le coût réel en temps et en place mémoire du programme que vous serez amené à écrire : ici les quaternions présentent des avantages importants. Le problème se pose également de savoir comment spécifier ces contraintes. Par exemple, à l'heure actuelle, une inéquation est transformée en équation en introduisant une nouvelle variable réelle intervenant par son carré. Cette démarche a l'inconvénient d'introduire des variables supplémentaires alors que le bon sens mathématique indique qu'il faudrait en supprimer, d'où le besoin d'un langage de haut niveau permettant de spécifier et de résoudre efficacement ces contraintes numériques. Des travaux sont en cours dans ce domaine, les difficultés à surmonter relevant de la logique mathématique, notamment de la démonstration automatique. Il s'agit de mécaniser le raisonnement et non plus de faire du calcul numérique. Lorsque les équations sont polynomiales, on utilise les outils du calcul formel (algorithmes de recherche de solutions d'équations polynomiales, factorisation, simplification des polynômes à plusieurs variables), mais les moyens actuellement disponibles sont très insuffisants.

La recherche de solutions effectives pour effectuer le déplacement souhaité passe aussi par la mise en œuvre d'algorithmes géométriques permettant de trouver rapidement l'intersection de polygones ou de polyèdres, de trouver l'enveloppe convexe de nuages de points, etc. Des solutions à ces problèmes existent, mais les performances réelles (*i.e.* en moyenne) des algorithmes correspondants sont encore très mal connues. Les lacunes existant actuellement dans le domaine des probabilités géométriques y sont pour beaucoup. Des travaux récents font appel à des résultats fins de topologie et géométrie algébrique (notamment sur les ensembles

stratifiés). Récemment il a été possible de passer d'un coût en temps (dans le pire des cas) doublement exponentiel à un coût simplement exponentiel, puis simplement polynomial en place mémoire.

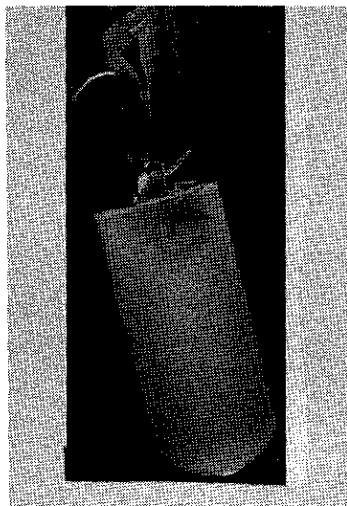
Il peut paraître assez surprenant que l'algorithme des robots mobiles nécessite la mise en œuvre de techniques mathématiques aussi sophistiquées. Si les obstacles sont mobiles, les problèmes mathématiques sont encore plus difficiles et on ne sait pas les résoudre actuellement.

5—Vers la constitution d'équipes multidisciplinaires

Dans le cadre du rapport nouveau existant entre la biologie et les mathématiques, les biologistes insistent sur la nécessité de développer des équipes interdisciplinaires. D'excellentes thèses de mathématiques sont issues de problèmes posés par la biologie, et particulièrement la neurobiologie, et leur qualité a dépendu d'un contact constant entre le chercheur mathématicien, le biologiste à l'origine du problème, et des mathématiciens bien avertis des méthodes modernes. La question des équipes interdisciplinaires, posée avec force par les biologistes, n'est-elle pas, au-delà même de la biologie, une question-clé pour le développement d'interactions efficaces ?

Avec ces développements se pose en effet maintenant avec acuité le problème de chercheurs ayant une formation scientifique double comportant une composante mathématique. Ce problème de formation original est assez différent de celui de la formation d'ingénieurs généralistes, car le niveau de compétence requis est plus avancé, et, de plus, les buts poursuivis supposent une réelle familiarité avec le travail scientifique.

Plusieurs pays avancés (Etats-Unis, Grande-Bretagne, URSS) vont ou viennent de faire des efforts remarquables pour la constitution de centres de recherche par définition pluri-disciplinaires avec l'ambition de faire se rencontrer au niveau post-doctoral des spécialistes de domaines théoriques ou appliqués. La présence régulière de visiteurs français dans ces nouvelles institutions mériterait d'être envisagée. ■



François Viète et l'ART ANALYTIQUE

Richard WITMER - Columbia

1591 - 1991
4 siècles déjà

Naissance aux mathématiques

François Viète naquit en 1540 dans la région historique du Poitou (1) à Fontenay-le-Comte, en Vendée. Son père Etienne Viète homme de loi, était le cousin germain par alliance de Barnabé Brisson qui fut un certain temps président du Parlement de Paris. Pendant sa jeunesse, François Viète a d'abord étudié dans le cloître franciscain de Fontenay (là-même où, 50 ans auparavant, François Rabelais vécut et étudia pendant 15 années) puis, alors qu'il était âgé de 18 ans, Viète entra à l'université de Poitiers. De retour à Fontenay en 1559, titulaire d'une licence en Droit, il débuta dans la profession. Son étude semble avoir été prospère (selon nos sources, il comptait parmi ses clients Mary Stuart et la Reine Eléonor d'Autriche) et il obtint le titre de Sieur de la Bigotière. Néanmoins, l'événement le plus important pour son avenir fut sa prise en charge des affaires légales de la famille Soubise en 1564 et en l'occurrence lorsqu'il devint le secrétaire particulier d'Antoinette d'Aubeterre, membre de cette famille. Antoinette avait épousé en 1553 Jean de Parthenay-l'Archevêque, un huguenot dévoué à la cause, qui commanda Lyon pendant que la ville était assiégée par les forces catholiques. La perte de Lyon lui valut de graves accusations. L'une des raisons pour lesquelles Antoinette eut particulièrement recours aux services de Viète fut pour assurer la défense de son mari contre ces mêmes accusations. De plus il fut nommé tuteur de sa fille âgée de onze ans, Catherine de Parthenay, qui d'après nos sources manifestait beaucoup d'intérêt pour l'astrologie et l'astronomie, sciences auxquelles Viète dut totalement s'initier. (2)

Quatre ans après la prise de fonction de Viète auprès de la famille Soubise, Catherine (alors âgée de 15 ans) épousa un aristocrate. Un conflit opposa celui-ci à sa



François Viète, "inventeur" de l'algèbre.

Il y a 400 ans, les Espagnols, en guerre contre les rois de France Henri III puis Henri IV, inventèrent un code très ingénieux pour communiquer entre eux. En effet, interceptés par l'adversaire, leurs messages demeuraient indéchiffrables. Un jour pourtant, un homme parvint à les lire sans peine. Pour les Espagnols, surpris, cela tenait de la magie. Il en était rien : cet homme, François Viète, était en fait un grand mathématicien.

belle-mère qui plia bagages et emmena toute la maisonnée, y compris Viète, à La Rochelle. C'est là que Viète fit la connaissance de Jeanne d'Albret, cousine germaine de Françoise de Rohan, la tante d'Henri III, et de la sœur de René de Rohan qui devint l'époux de Catherine après que son mari fut tué lors du massacre de la Saint-Barthélemy. Viète quitta La Rochelle pour Paris en 1570, où l'année suivante il devint conseiller au Parlement de Paris. Paris accueillait nombre d'importants mathématiciens de cette époque dont, selon Ritter, Viète fit la connaissance.

De Paris, Viète partit pour la Bretagne en 1574, où il devint conseiller au Parlement qui siégeait à Rennes. Le travail là-bas

A l'occasion du quatrième centenaire de l'édition de l'important ouvrage de François Viète *Isagoge in Artem Analyticem (Introduction à l'Art Analytique)* imprimé à Tours en 1591 nous publions avec la permission de l'éditeur une traduction de l'introduction de l'ouvrage de Richard Witmer *The Analytic Art : Nine Studies in Algebra, Geometry and Trigonometry from the Opus Restitoe Mathematicae Analyticae*, publié par Kent State University Press en 1983. Cet ouvrage présente aux lecteurs de langue anglaise une traduction d'une grande partie de l'œuvre mathématique écrite en latin de François Viète.

Cette traduction en français a été réalisée par l'Atelier de traduction de L.E.A. (Langues étrangères appliquées) de l'Université de Poitiers, Université qui décerna le baccalauréat de droit à François Viète.

étant succinct et Viète étant pour ainsi dire aux portes du Poitou, il a vraisemblablement passé beaucoup de temps sur sa terre natale de prédilection à se consacrer à ses loisirs dont l'étude des mathématiques.

Diplomatie et Cryptographie

Par ailleurs, il avait été remarqué par Henri III, qui monta sur le trône en 1574, à la suite du décès de Charles IX. Ce furent des personnages comme Barnabé Brisson (alors avocat général au Parlement de Paris), Françoise de Rohan et Henri de Navarre qui recommandèrent Viète à Henri III. Très rapidement ce dernier fit appel à Viète pour des conseils particuliers ainsi que pour des missions en négociations confidentielles. Ceci et la réussite de Viète dans la recherche d'une issue à la querelle malencontreuse qui opposait Françoise de Rohan à Anne de Ferrare autrement dit Anne d'Esté (3), conduisirent Viète à être nommé maître des requêtes à la Cour et membre du Conseil privé en 1580. Ceci, bien entendu, le fit revenir à Paris où il demeura jusqu'à fin 1584 début 1585, période à laquelle il fut destitué en raison d'intrigues conduites par les familles de Guise et de Nemours qu'il avait offensées par son intervention dans l'affaire Françoise de Rohan-Anne de Ferrare. Il retourna peu de temps à Garnache puis à Fontenay et à la Bigotière qui se trouvait à proximité. En 1589 Henri III déplaça le siège du gouvernement de Paris à Tours et Viète fut rappelé à la cour, cependant Tours n'étant pas très éloigné de Fontenay, il put continuer à y passer une bonne partie de son temps. Une de ses missions à Tours consistait à décrypter les messages circulant parmi les ennemis d'Henri III. Son succès fut tel que, semble-t-il, certaines personnes, en particulier à Rome, le dénoncèrent en argumentant que le déchiffrement ne pouvait être que le résultat d'une sorcellerie et d'une nécromancie. Henri III fut assassiné le 31 juillet 1589. Henri IV lui succéda sur le trône. Les compétences de Viète à mener les négociations ainsi que sa relation précédente avec Henri III firent de lui l'un des hommes les plus influents à la cour, cependant il fit de son mieux pour rester à l'arrière-plan. (Ce fut à Tours, selon Ritter, que Viète se maria, n'étant probablement plus de pre-

mière jeunesse) (4). La cour retourna à Paris en 1594 et Viète, appelé à devenir conseiller privé, la suivit. Apparemment la maladie le gagna et l'histoire se termine lorsqu'il fut chargé d'une mission délicate au cœur du Poitou, qui lui donna la possibilité de vivre à Fontenay. Il se retira de son poste en 1602 et mourut l'année suivante. Voici en bref ce que fut la vie professionnelle de Viète. Si elle s'était résumé à ceci, son nom aurait disparu des livres depuis longtemps exceptés ceux traitant de l'histoire locale et familiale. Cependant tout au long de sa vie professionnelle il en mena une autre — plus contemplative, si l'on veut (5). Ce fut cette vie-là, qui produisit ses ouvrages mathématiques : les deux qui sont contenus dans cette traduction et d'autres encore, qui par la suite lui assurèrent la célébrité.

Viète, mathématicien

Sa vie de mathématicien se divise, pour autant que nous puissions en juger aujourd'hui, en deux périodes assez distinctes. La première commença probablement pendant ou juste après son emploi à plein temps chez la famille Soubise en 1564 et s'arrêta en 1571 quand Jean Mettayer, l'imprimeur du roi, rendit son imprimerie disponible pour la publication du *Canon Mathematicus* et de l'*Universalium Inspectionum Liber Singularis*, tous les deux publiés à Paris en 1579. Ces travaux, deux sur les quatre prévus, consistaient surtout dans des tables de fonctions trigonométriques à un niveau ambitieux, car Viète faisait ses calculs pour chaque minute de l'arc et au dix millionième près.

Son calcul sur le sinus d'une minute de l'arc était basé sur un polygone inscrit de 6 144 côtés et un polygone circonscrit de 12 288 côtés. La valeur qu'il en tira était de 29 083 819,59 sur 10 000 000. Bien qu'il essayât rapidement de retirer son ouvrage de la circulation, à cause, selon lui, de ses nombreuses erreurs, quelques parties, notamment celles traitant des triangles sphériques ont été réimprimées dans son *Variorum de Rebus Mathematicis Responsorum Liber VIII*. (6)

La deuxième période active de sa vie de mathématicien commença, pour autant qu'on puisse en présumer, vers 1584. C'est pendant cette période que la plus grande partie des travaux contenus dans ce vo-

lume, plus quelques autres, furent produits. Leur publication se faisait petit à petit, bien que Viète les considérât apparemment comme un tout. Le tout premier travail fut publié en 1591, là encore par Jean Mettayer, et les derniers après sa mort.

Aussi bien pour lire ses travaux que pour évaluer les contributions de Viète au développement des mathématiques, il convient de rappeler, comme ces dates (1540-1603) l'indiquent, qu'il venait une génération après Girolamo Cardano (1501-1576) et un peu plus d'une génération avant René Descartes (1596-1650) et Pierre de Fermat (1601-1665). (7)

Manifestement, sa contribution la plus connue au développement de l'algèbre fut son adoption et son utilisation systématique des lettres de l'alphabet — il les appelait espèces — pour représenter à la fois les termes constants et variables de n'importe quelle équation. Bien que, comme l'avait démontré Cardan, il n'était pas impossible d'établir les formules de résolution des équations cubiques et bicarrées avec l'ancienne nomenclature, le nouveau procédé de Viète avait l'avantage de rendre plus visibles les opérations qui allaient en se développant ou de résoudre une série complexe de termes. Ceci est dû plus à sa substitution des données par les lettres — une substitution qui, d'après ce qu'on en sait, était la propre contribution de Viète — qu'à l'utilisation de lettres pour représenter les variables. (Après tout, les *res*, *positio* et *quantitas* de Cardan, soit tout ce qui est utilisé pour représenter la première puissance d'une inconnue ou de plusieurs inconnues sont très simples et pas beaucoup plus économiques que les *A*, *E* ou *O* de Viète). Mais les coefficients numériques ont tendance d'une part à obscurcir le caractère général de ce qui est proposé et d'autre part, à se mélanger entre eux, ce que les lettres ne font pas quand une expression donnée est soumise à une transformation. (8)

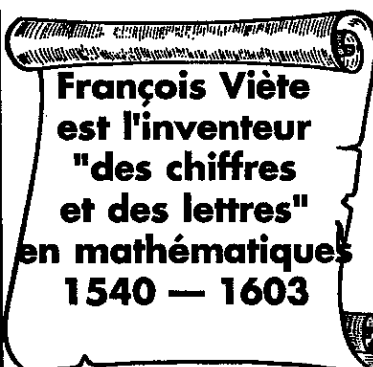
La construction des écritures algébriques

Pourtant, encore un autre pas devait être franchi avant d'arriver à la réalisation totale de l'organisation du système de lettres de Viète. Car bien que, pour Viète, un terme comme *quadrato-quadratum* dans

A quadrato-quadratum — ou comme il l'abrégeait souvent, *A quad-quad*, ou encore *Aqq*, ou même comme nous pourrions l'abréger *A^{qq}* — était devenu virtuellement un exposant, un nombre pur, ce terme conservait encore un peu de la saveur d'un objet multidimensionnel, qu'il avait chez Cardan et d'autres contemporains, quand il ne représentait pas l'exposant seul, mais le couple inconnue-exposant. En y repensant, on s'étonne que Viète n'ait pas lui-même franchi le pas suivant, celui qui aurait consisté à convertir ses exposants verbaux en exposants numériques, ou même (bien que cela eût peut-être constitué un pas trop radical) en lettres analogues à celles qu'il utilisait pour les termes élémentaires de ses opérations. Le fait qu'il n'ait pas franchi ce pas pourrait bien indiquer que les travaux de Raffaello Bombelli et Simon Stevin, presque ses contemporains, ne lui étaient pas familiers, car ceux-ci avaient tous les deux utilisé dans des travaux datant d'avant Viète (exceptions faites du *Canon Mathematicus* et de l' *Universalium Inspectionum*), des chiffres supérieurs attachés à des coefficients pour montrer les puissances de l'inconnue à laquelle les coefficients appartiennent.

De plus, un autre progrès de Viète sur ses prédécesseurs a découlé ou a été rendu possible par son adoption des espèces comme moyen premier de s'exprimer. En d'autres termes, il pouvait se libérer presque complètement des diagrammes géométriques sur lesquels reposaient les preuves de la majorité des propositions algébriques de Cardan. En réalité, Viète n'utilise pas de tels diagrammes lorsqu'il s'agit d'un contenu explicatif sauf s'il a affaire à des triangles. L'utilisation de diagrammes à titre de preuves, n'était pas seulement peu commode — voir par exemple la solution de Ferrari-Cardan pour la biquadratique dans *Le Grand Art* — mais il pouvait être et était inévitablement une entrave à la progression pour des puissances plus élevées.

Un troisième point intéressant dans son travail est l'insistance qu'il met à démontrer que résoudre des équations revient à comprendre comment elles sont construites au départ — une idée qui aujourd'hui semble tellement évidente qu'elle ne mérite même pas d'être citée. Mais l'insistance de Viète et ses expériences renouvelées sur ce sujet l'ont sans aucun doute mené



$$a = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

à de nombreux résultats parmi les plus importants.

Parallèlement à cette insistance et à ces expériences, il tenta dans les cas respectifs des équations du second et du troisième degrés de déterminer leurs composantes — l'inconnue, les parties affectées, la donnée, en termes de composantes d'une progression arithmétique. Bien que l'idée de convertir des progressions arithmétiques en équations et vice versa ne fût pas de lui, il considéra la relation équation-progression comme fondamentale. Ce fut un exercice intéressant mais pas de ceux qui portèrent leurs fruits.

Ces progrès dans la méthodologie, en particulier les deux premiers, s'accompagnèrent d'un archarnement en vue de généralisations qui dépassaient fréquemment les réalisations de Viète mais qui, étant donné les développements plus amples de la génération à venir, étaient très fructueux. Trois exemples éclairciront ce point. Le premier est son approche de la formule bicarrée telle que Descartes l'a développée. Nous pouvons voir cela dans les *Notes Préliminaires*. On peut penser que ceci le conduisit à sa méthode — une fois de plus presque généralisée — publiée dans sa *Correction d'Equations* pour se débarrasser de la puissance la plus proche de la plus élevée pour toute équation. Le troisième exemple qui provient aussi de *Notes Préliminaires*, est celui des règles concernant la multiplication d'un angle d'un triangle rectangle et la découverte des fonctions d'un nouvel angle qui en résulte. Ainsi, si l'on traduit ses conclusions en termes modernes, il avait presque trouvé les formules suivantes :

cos.....

Au-delà de ces contributions plutôt générales à l'étude des mathématiques, les historiens ainsi que d'autres personnes ayant écrit sur Viète ont remarqué un nombre impressionnant de contributions spécifiques de sa part. Si on lui avait demandé ce qu'il considérerait de plus important, il aurait probablement indiqué (comme il le fit vers la fin de *Introduction à l'Art Analytique*). Ses méthodes pour diviser un angle en trois, pour trouver deux proportionnelles ou plus entre des quantités données, et pour découvrir la valeur d'un heptagone régulier inscrit dans un cercle. Un autre mathématicien illustre,

commentant les contributions de Viète, insista particulièrement sur son application de l'algèbre à la géométrie, renversant ainsi le rôle historique de la géométrie comme mère de l'algèbre et son principal terrain nourricier. Henry Percy, comte de Northumberland et l'un de ses disciples qui édita et publia *Artis Analyticae Praxis* de Thomas Harriot, œuvre issue directement du travail de Viète, fut particulièrement impressionné par la méthode utilisée par Viète pour la résolution numérique des équations. D'autres ont indiqué sa découverte de la résolution du «cas irréductible» de la cubique, sa formulation de la tangente,

$$(a + b)(a - b) = \tan(a + b)/2 / \tan(a - b)/2,$$

sa démonstration de la formule :

$$2/\pi = \sqrt{1/2} \times \sqrt{1/2} + 1/2\sqrt{1/2} \times \sqrt{1/2} + 1/2\sqrt{1/2} + 1/2\sqrt{1/2} \dots$$

son exposition des différentes manières par lesquelles des équations données peuvent être transformées pour être plus maniables, et son tour de force qui a consisté à donner presque du jour au lendemain vingt-deux réponses à l'équation posée par Adriaen van Roomen :

$$45x - 3795x^3 + 95634x^5 - 1138500x^7 \dots + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = N$$

Dire tout cela n'est cependant pas suffisant. Ce que Viète a proposé n'a pas toujours résisté à l'épreuve du temps. On trouve en particulier un exemple de cela dans l'insistance qu'il a mis à vouloir doter des coefficients de dimensions de telle sorte que tous les termes de toute équation donnée soient de même dimension. Bien qu'il y attachât beaucoup de prix, très vite, cela devint tout simplement un fardeau inutile et fut abandonné.

En outre, la grande lacune dans le travail de Viète est sa négligence en ce qui concerne la possibilité de solutions négatives à des équations. Bien qu'il ait reconnu que les équations, ou du moins certains types d'équations, puissent avoir plusieurs solutions, il n'indiqua pas pourquoi il ne tient aucun compte ou oublie ou rejette, choisissez le verbe qui vous convient, la possibilité de solutions négatives, et, mis à part un ou deux exemples pour lesquels il a sans doute fait preuve d'étourderie, il évite soigneusement les cas qui aboutissent clairement à des solutions négatives et fuit toute discussion à ce propos. Cela

amène à se demander, nonobstant toute autre preuve du contraire, avec quel soin il a étudié Cardan, car à cet égard, il était visiblement loin derrière son grand prédécesseur et il ne contribua pas à la théorie des équations autant qu'il aurait pu le faire, loin s'en faut.

Pour en savoir plus

Tous les travaux contenus dans ce volume figurent dans *Opera Mathematica* de Viète, édité par Frans van Schooten et publié à Leyden en 1646. En plus de l'édition de van Schooten, il y a les tirages suivants des travaux individuels contenus dans ce volume.

Isagoge in Artem Analyticem (Introduction à l'Art Analytique) - Tours, 1591 ; Paris, 1624 ; Paris, 1631, avec d'importantes annotations de Jean de Beaugrand, dont beaucoup ont d'ailleurs été reportées dans l'édition de van Schooten ; Leyden, 1635. *Ad Logisticem Speciosam Notae Priores (Notes Préliminaires à la Logistique Symbolique)* - Paris, 1631, avec des annotations de Jean de Beaugrand.

Zeteticorum Libre Quinque (Cinq Livres de Zététique) - Tours, 1591 ou 1593).

De Aequationum Recognitione et Emendatione Tractatus Duo (Deux Traités sur la Compréhension et la Correction des Equations) - Paris, 1615, avec une introduction d'Alexander Anderson.

De Numerosa Potestatum ad Exegesis Resolutione (De la Résolution Numérique des Puissances par l'Exégétique) - Paris, 1600, avec une postface de Marino Ghetaldi.

Effectio Geometricarum Canonica Recensio (Etude Systématique des Constructions Géométriques) - Tours, 1593.

Supplementum Geometriae (Supplément à la Géométrie) - Tours, 1593.

Ad Angularium Sectionum Analyticem Theoremata (Théorèmes sur l'Analyse des Sections Angulaires) - Paris, 1615, avec des preuves fournies par Alexander Anderson.

En préparant cette traduction, j'ai consulté et utilisé toutes les éditions ci-dessus à l'exception du *Supplementum Geometriae* qui n'était pas disponible. Dans les notes en bas de pages, les renvois aux traductions de ces éditions ainsi que *Opera Mathematica* sont faits en fonction de la date uniquement.

En outre, il y a eu quatre traductions de l'*Introduction* en français : celle de Jean-

Louis Vaulezard, celle d'Antoine Vasset, celle de Nicolas Durret et celle de Frédéric Ritter. Ritter a également publié une traduction en français des Notes Préliminaires, Vaulezard et Vasset, des traductions de *Zététique*, et Durret, une traduction des *Constructions Géométriques* et d'une partie de la *Résolution Numérique*.

Exception faite de l'*Introduction*, il n'y a pas eu à ma connaissance de traduction en anglais. L'*Introduction* a été traduite par J. Winfree Smith et publiée comme appendice du livre de Jacob Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of algebra (La pensée mathématique grecque et l'origine de l'algèbre)*.

Les références à ces traductions françaises et anglaise figurent dans l'*Art Analytique*, dans les notes en bas de page, uniquement sous le nom du traducteur).

En plus des œuvres citées ci-dessus, je me suis parfois aidé du livre de Carlo Renaldini, *Opus Algebricum*, ouvrage qui contient de larges passages pratiquement intacts de Viète, mais en y intercalant à l'occasion des explications, ainsi que du livre de James Hume, *Algèbre de Viète, d'une Méthode Nouvelle, Claire et Facile*. Les références à ces livres sont faites par nom d'auteur.

Cette traduction a été commencée il y a de nombreuses années, suite à la suggestion de feu le Professeur Frédéric Barry, de l'Université de Columbia. Dans un premier temps, elle a été soutenue financièrement par une bourse du Conseil pour la Recherche en Sciences Humaines de l'Université de Columbia.

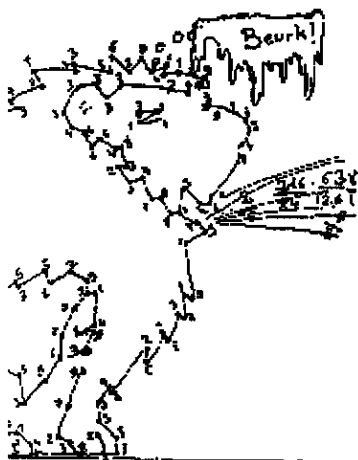
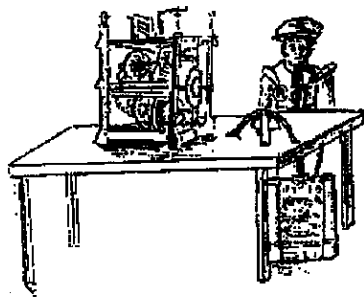
(1) Il n'existe pas de biographie complète de Viète à ma connaissance. Ceci et ce qui suit est en grande partie inspiré des essais biographiques de Frédéric Ritter, *François Viète, Inventeur de l'algèbre moderne* (Paris 1895) et de Joseph E. Hofmann dans l'introduction à la réimpression en fac-similé de l'*Opera Mathematica* de Viète (Frans van Schooten, initialement publié à Leyden, 1646 ; réédition Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1970). Une note jointe à l'œuvre de Ritter signale qu'il avait préparé une biographie complète, dans l'intention d'accompagner une traduction en français des œuvres complètes de Viète, qui devait faire 350 pages. Cependant on ne sait rien de ce manuscrit. (N. d. T. ce manuscrit a été déposé à la Bibliothèque de l'Institut à Paris).

(2) Viète est demeuré un ami et conseiller de Catherine tout au long de sa vie. L'édition de 1591 de son *Introduction à l'Art Analytique* comporte une chaleureuse dédicace à son intention.

(3) Françoise avait été fiancée à Jacques de Savoy, le duc de Nemours. Un fils illégitime était né d'eux mais Nemours refusa de l'épouser et à la place épousa Anne d'Esté, la veuve de François de Guise. Françoise demanda que le mariage soit déclaré

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

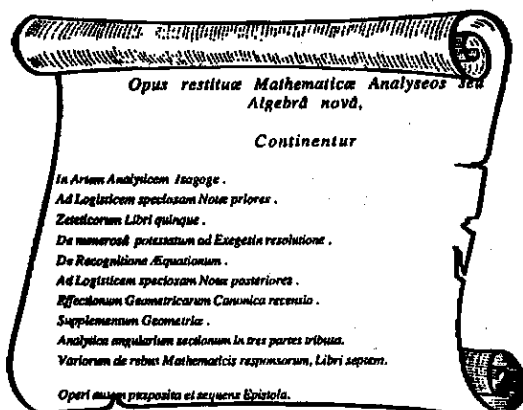
des chiffres aux lettres



François Viète presume que
le nombre 2 n'est pas
une fraction.

28

Extraits de "Histoire illustrée
des Mathématiciens"
J.L. Romet. Collège de
Romilly sur Audelle - 27610



illégal et les enfants d'Anne déclarés bâtards et qu'elle soit reconnue comme la femme de Jacques de Nemours. Les deux clans ayant de puissants amis à la Cour, Henri III fit tout ce qu'il put pour échapper à cette discorde, et demanda à Viète de résoudre le problème. En 1580, le Parlement de Paris reconnut à François le droit d'être la femme légitime de Nemours et lui alloua le titre de Duchesse du Loudinois. Cependant le mariage de Jacques et Anne fut ultérieurement justifié comme ayant été dissolu, ainsi l'honneur d'Anne et de ses enfants ne fut pas compromis.

(4) François Viète, *op. cit.*, p. 31. Ritter pense aussi que Viète n'a eu qu'un seul enfant, une fille qui mourut sans avoir été mariée (p. 5). Hofmann croit qu'il s'est marié deux fois et qu'il a eu trois enfants de sa première femme et un autre de sa seconde femme (dans *Opera Mathematica*).

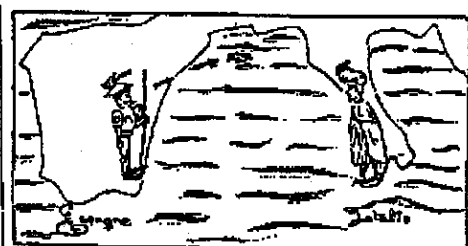
(5) Elle a vraiment dû être contemplative, à moins que Jacques de Thou ne se soit laissé emporter par un excès d'imagination dans son *Historiarum Sui Temporis*, vol. 5 1060 (Geneva, 1620), lorsqu'il dit : «sa méditation était si profonde qu'il a souvent été vu perdu dans ses pensées pendant trois jours d'affilée, assis à sa table de séjour à la lueur de sa lampe, sans prendre le temps de manger ni de dormir sauf lorsqu'il s'assoupissait sur son coude, et sans bouger de sa place pour se dégourdir de temps en temps». On peut retrouver ce passage replacé dans son contexte, dans *Opera Mathematica* de 1646.

(6) Tours 1593 chapitre XIX. Egalement dans l'*Opera Mathematica*, p. 400 sqq.

(7) Bien que Viète soit assez explicite sur ce qu'il doit aux écrivains de mathématiques grecs, en particulier Diophantos, il laisse en suspens ce qui concerne sa connaissance des travaux de Cardan, Ludovico Ferrari, Nicolo Tartaglia, Simon Stevin et d'autres de cette époque. On trouve dans les travaux de ce volume seulement deux références à *Practica Arithmetica* de Cardan (Milan, 1539) et aucune référence à l'œuvre beaucoup plus importante qu'est l'*Ars Magna* (Nürnberg, 1545 ; 2e édition, Bâle, 1570). Il est quand même tout à fait probable qu'il connaissait au moins quelques uns de leurs ouvrages. Ritter (François Viète, p. 11) par exemple,

mentionne parmi les noms de mathématiciens connus qui vivaient à Paris quand Viète y était, celui de Georges Gosselin qui traduisit les œuvres de Tartaglia en français. Si, comme Ritter le croit, Viète a fait la connaissance de Gosselin, ce qui est fort probable, il pouvait difficilement ignorer le travail de Tartaglia, et sachant cela, il pouvait difficilement ignorer le *Grand Art* de Cardan puisque Tartaglia et Cardan étaient rivaux et même ennemis depuis la publication du *Grand Art*, et Tartaglia ne s'était pas privé d'accabler Cardan de calomnies. De plus, Moritz Cantor conclut (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, 2e édition, Leipzig, 1900, vol. II, p. 636) que la résolution des équations cubiques de Viète à partir d'une progression arithmétique à quatre parties ressemble à s'y méprendre à celle de l'école italienne, qu'il devait être familier avec leur travail et (*ibid.*, p. 638) que son élaboration de la résolution des équations du quatrième degré dénote la même chose avec une référence particulière à l'exposition par Ferrari et Cardan de ce problème. (Cf. J.F. Montucla, *Histoire des Mathématiques*, vol. I, nouvelle impression, Paris, 1960, à partir de la nouvelle édition de Paris, 1796, p. 601 : «A l'égard des équations cubiques, M. Viète les résoud d'une manière différente de celle de Cardan et de Bombelli»). Cependant, Viète néglige tellement certaines contributions de Cardan (cf. p. 6 infra) qu'on est amené à se demander à quel point il connaissait le travail de ce dernier.

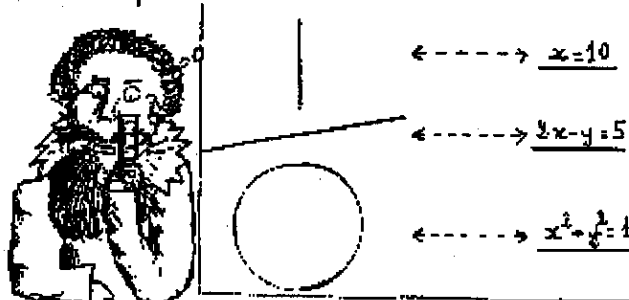
(8) Pour reprendre John Wallis dans son *Traité Historique et Pratique d'Algèbre* (Londres, 1675), l'avantage de l'algèbre symbolique sur l'algèbre numérique est le suivant : «en algèbre numérique, les nombres choisis au départ sont ensuite perdus ou bien disparaissent engloutis par ceux qui en sont dérivés après diverses opérations, et ceci pour qu'ils ne restent pas en évidence ou qu'ils ne soient pas facilement discernables dans le résultat. A l'inverse, en algèbre symbolique, les nombres sont très bien préservés du début jusqu'à la fin pour qu'ils soient en évidence pendant les diverses opérations les affectant ; ainsi, ils servent à la résolution de la question donnée, mais ils servent également de solution générale aux questions similaires dans d'autres quantités, pour différentes qu'elles soient».



François Viète, nommé conseiller au parlement de Paris par Henri III, déchiffre les dépêches secrètes qu'écrivent Italiens et Espagnols.

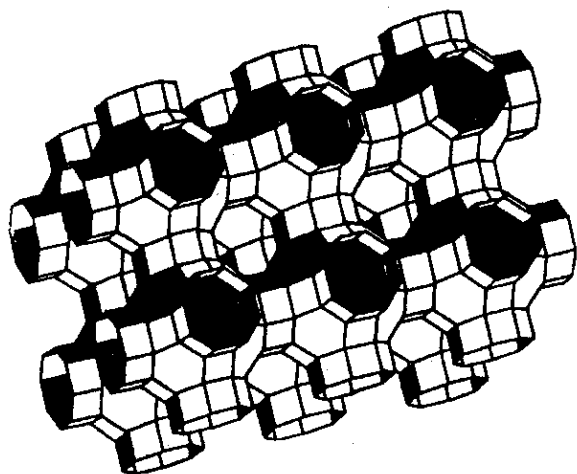
PROBLÈME :	RÉSOLUTION :
Le somme de deux nombres est 32. leur différence est 8. Quels sont ces deux nombres ?	$x = 1^{\text{er}} \text{ nombre}$ $y = 2^{\text{e}} \text{ nombre}$ $x + y = 32$ $x - y = 8$ $2x = 40 \quad x = 20$ $x = 20 \text{ dans } y = 8$ Les 2 nombres sont 20 et 8

2) Il invente l'algèbre, en introduisant dans les calculs des lettres (connues pour les inconnues, voyelles pour les données.)



3) Il ouvre la voie à la géométrie analytique en établissant des relations entre l'algèbre et la géométrie.

LES KITS-POLYEDRES



DEUX POCHETTES DE MATERIEL
contenant chacune

- des feuilles pré-découpées de carton de deux couleurs permettant de réaliser, sans colle ni ciseaux (mais avec des élastiques fournis en quantité suffisante) des polyèdres réguliers, semi-réguliers, duals des précédents, étoilés, adoucis, ...
- une description succincte des premiers polyèdres que l'on peut réaliser avec chaque pochette de matériel.

Polyèdres 1 : 25 feuilles de carton 20x30 cm et 20 g d'élastiques (nouveaux et ... élastiques). De chaque feuille vous pourrez retirer des polygones réguliers pré-découpés pour faire des polyèdres de toutes les formes.

Polyèdres 2 : 25 feuilles de carton 20x30 cm et 20 g d'élastiques.

De chacune d'elles vous pourrez retirer de quoi réaliser des polygones à 8 et 10 côtés et d'autres polyèdres semi-réguliers, leurs duals, les étoilés réguliers, des polyèdres imbriqués...

UN DOSSIER TECHNIQUE «polyèdres dans l'espace»

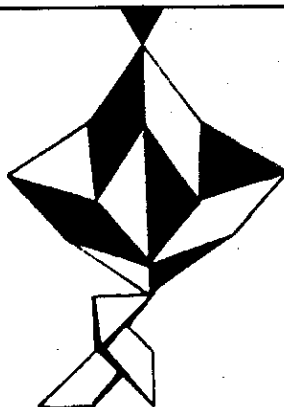
Un texte descriptif de 80 pages comprenant 20 fiches donnant les informations techniques avec dessins et photos sur plus de 150 polyèdres réalisables avec les matériels 1 et 2, et des empilements de polyèdres réguliers, semi-réguliers, quelconques, ...

UN DOSSIER PEDAGOGIQUE «Activités polyédriques»

proposant diverses pistes de recherche pour les élèves de l'élémentaire, les jeunes et les adultes en formation en passant par le collège et le lycée...

Des aides à la formation à l'activité mathématique de tous.

Les mathématiques de l'ORIGAMI



I. PAPIERS ACCROCHES

Un dossier complet décrit le matériel, conçu par Raoul Raba, qui par accrochage des éléments permet de réaliser par un véritable jeu de construction dans le plan et dans l'espace des pavages, polyèdres et structures flexibles présentés dans le dossier et bien d'autres formes que vous pouvez inventer.

Avec les éléments fournis, en jouant sur les différentes couleurs vous mettrez en évidence la géométrie des structures et les structures géométriques des objets.

II. PAPIERS PLIES

Un dossier complet, pilages, conçu par une équipe régionale de l'APMEP avec l'aide du MFPP (Mouvement Français des Plieurs de Papier) et de mathématiciens-pliers japonais qui vous apprendra à faire les premiers pas de plieurs mathématiciens.

Puis, pli à pli, vous irez aux confins des mathématiques... pliables en parcourant l'univers des nombres, la géométrie des formes, les suites numériques, la combinatoire, Thalès...

Ce dossier peut se suffire à lui-même, le matériel étant constitué de ... feuilles de papier !

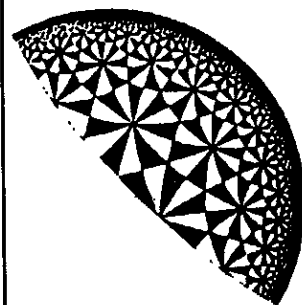
Pochettes de matériel :

Cependant pour faciliter certaines constructions de polyèdres et rendre agréable à l'œil vos réalisations nous diffusons des pochettes de feuilles de format carré colorées sur une face, pour des pliages plus artistiques.

Vous en trouverez des échantillons dans le dossier.

Les
matériels
et
dossiers
du

PLOT



et,
en

1991 :

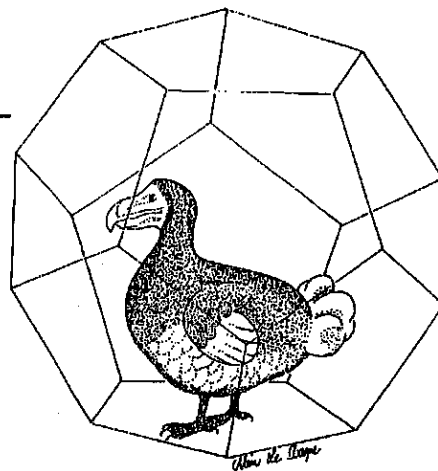
Pavages

et

entrelacs !!

DU CM² AU COLLEGE

Alain LEBON - Saint-Denis de la Réunion



L'exigence principale et légitime des professeurs à l'entrée en 6e est la parfaite connaissance des techniques opératoires des quatre opérations et bien sûr des tables. Quoiqu'on en dise, un gros effort est toujours fait sur l'apprentissage de ces tables et sur le calcul mental.

Connaître une technique opératoire, c'est trouver un résultat juste avec une grande fréquence et dans un temps raisonnable ; on peut ajouter savoir estimer la vraisemblance du résultat trouvé. Hélas, beaucoup de collègues enseignant les mathématiques, la physique ou la géographie demandent une technique particulière, généralement celle qu'ils ont eux-mêmes apprises.

Je vous propose de passer en revue les différentes techniques opératoires enseignées actuellement à l'école élémentaire.

ADDITION

Que ce soit dans l'ensemble des naturels ou des décimaux, il n'y a jamais de conflit entre le primaire et le collège sauf à propos de la connaissance des tables. Pourtant, je demande aux instituteurs de ne pas utiliser la rengaine habituelle : je pose ... et je retiens ... car les plus faibles mélangent souvent les deux. Il est plus simple de ne rien dire et d'écrire dans le bon sens.

exemple : $38 + 24$

dire : $8 + 4$ c'est 12, écrire le 1 d'abord dans la colonne des dizaines puis le 2 dans la colonne des unités.

Je demande aussi d'écrire ensuite systématiquement l'égalité, et dans les 2 sens : $38 + 24 = 62$; $62 = 38 + 24$ pour essayer de conserver l'idée que l'égalité est une relation et n'a rien d'opératoire.

SOUSTRACTION

Trois techniques au moins sont en concurrence !

Nous avons tous appris celle qui provoque le plus grand nombre d'erreurs, celle qui ne peut être comprise au moment de son apprentissage. Vous savez, on emprunte (on ne sait où ni à qui) 10 unités que l'on rendra sous forme d'une dizaine et ceci accompagné d'une chanson à paroles variables.

Ancienne version : 8 ôté de 3 ça ne se peut pas, je dis 8 ôté de 13. Ayant trouvé 5, je pose 5 et je retiens 1 que j'écris quel-

quefois précédé du signe + sous le 6.

Version plus récente : «ôté de» n'est pas mathématique, on dira donc 3 moins 8 qui ne se peut pas et donc 13 moins 8, etc...

2e technique : casser des baguettes, des plaques ou si vous préférez, des dizaines, des centaines, etc... Cette technique s'apprend assez facilement, est bien comprise des enfants mais a le grave défaut aux yeux de beaucoup d'enseignants de présenter de nombreuses ratures. Les maîtres de CM1 ont donc pris l'habitude de faire passer les élèves qu'ils reçoivent de la technique :

$$\begin{array}{r} 13 \\ 24 \\ - 68 \\ \hline \end{array}$$

à la technique habituelle :

$$\begin{array}{r} 2413 \\ - 68 \\ \hline \end{array}$$

J'ai vu des élèves de 4e, et quelquefois plus vieux encore, réutiliser cette 2e technique en cas de fatigue.

3e technique : dite «par complément»

L'apprentissage se fait à partir des additions à trous et ne pose pas de difficultés.

On passe de

$$\begin{array}{r} 27 \\ + \quad \quad \\ \hline 243 \end{array} \quad \text{à} \quad \begin{array}{r} 243 \\ - 27 \\ \hline \end{array}$$

en conservant la même «histoire» :

$7 + \text{combien} = 3$ ou 7 pour aller à 3 ? impossible

$7 + \text{combien} = 13$ ou 7 pour aller à 13 ? en écrivant la retenue (au-dessus du 2 dans l'addition, au-dessous du 2 dans la soustraction) et le 6 trouvé à la place du point ; puis $2 + 1$ c'est 3, $3 + 1$ c'est 4, écrire ce 1 etc...

Terminer en écrivant l'égalité

$$243 - 27 = 216 \quad 216 = 243 - 27$$

Au CM, on fait accélérer en disant simplement 7 et 6 13 ; le 1 étant ou non écrit selon les enfants. Cette technique est simple, propre et rapide.

MULTIPLICATION

Comme pour l'addition, à part la connaissance des tables, pas de différences entre les pratiques des enfants et les attentes

$$\begin{array}{r} 243 \\ - 68 \\ \hline \end{array}$$

des collègues de collège. Je propose aux maîtres de CM de ne pas faire poser une opération telle que $2,43 \times 5,6$ mais de faire poser 243×56 puis de mettre la virgule seulement lors de l'écriture de l'égalité. Cette méthode permet aux plus faibles de ne pas confondre avec les techniques de l'addition ou de la soustraction, de ne pas se poser de questions sur l'alignement des virgules.

A titre de curiosité voici une autre technique efficace appelée multiplication par Gélosia (fig. 1)

DIVISION

$$545645 = (134 \times 407) + 27$$

fig. 2

Ce sont les 2 techniques rencontrées : on pose ou non les soustractions. Celle de gauche paraît plus longue, surtout qu'ici on n'a pas recherché la plus grande rapidité, **mais plus longue sur le papier ne signifie pas plus longue en temps d'exécution**. Remarquons qu'elle se relit aisément, qu'on peut donc rapidement y retrouver une erreur éventuelle.

La technique de gauche exige une moins grande charge mentale de la part du calculateur, elle est moins fatigante et donc plus fiable. Elle reste aussi plus proche du «sens» de l'opération.

Amener les enfants au CM à ne plus poser les soustractions demande beaucoup de temps, or seuls les pays francophones ont l'habitude de faire les divisions sans poser les soustractions; ce temps serait bien utilisé à faire de la géométrie et à chercher des problèmes.

Dans le déroulement de la technique, nous demandons aux enfants de commencer par trouver le nombre de chiffres du quotient ; à la place du quotient à venir, on place alors autant de points qu'on a trouvé de chiffres ce qui peut éviter d'oublier le 0 ici dans 407.

Au lieu de dire «j'ai 3 chiffres au diviseur, j'en prend 3 au dividende», je propose de ne rien dire, de conserver le terme diviseur au cas type : 2 est diviseur de 14, 6 admet 4 diviseurs. Dans la technique, si j'ai trouvé qu'il y aura 3 chiffres au quotient donc des unités, dizaines, centaines, je vais pointer au dividende unités, dizaines et centaines et je vais «prendre» tous les chiffres à partir des centaines et à gauche.

$$\begin{array}{r} 54565 \\ \overline{) 143} \\ \dots \end{array}$$

Enfin l'écriture systématique de l'égalité permet une vérification des calculs en faisant la multiplication puis en ajoutant le reste. Cette habitude facilite aussi l'utilisation de la calculatrice pour trouver le reste. Bien que la technique de division d'un décimal par un décimal n'ait pas, d'après les programmes, à être maîtrisé au CM, les maîtres font assez largement travailler les enfants sur ce cas, étant entendu que de tels calculs seront à entretenir régulièrement en 6e et en 5e. La technique est habituelle, compte tenu de ce qui a été exposé plus haut.

PROPORTIONNALITE

Au primaire, les tableaux sont disposés verticalement, même si au cours de quelques exercices, la disposition en 2 lignes est utilisée. Or en 6e, la majeure partie du travail se fait avec la disposition horizontale, les enfants n'y étant pas habitués et celle-ci se prêtant moins bien au raisonnement, les résultats déçoivent souvent les collègues.

Aux professeurs enseignant la géographie et donc l'ECHELLE, nous conseillons de ne donner que 2 éléments aux enfants:

1) le tableau suivant

distance réelle en cm	distance sur la carte en cm
-----------------------	-----------------------------

2) la définition : l'échelle est le nombre par lequel on multiplie les distances réelles pour obtenir les distances correspondantes sur la carte exprimées avec la même unité.

Tout calcul d'échelle ou de distances se fera avec ces 2 choses sans qu'il soit besoin de donner une quantité de formules que les élèves oublient et mélangent très rapidement.

Enfin la «bonne vieille règle de trois» n'est plus enseignée au primaire depuis un certain nombre d'années.

Durant les années 70, on a assisté à une quasi disparition de la pratique des problèmes, heureusement, on assiste actuellement à une reprise.

Normalement, le cours de mathématiques à l'école élémentaire n'est pas traité par une suite d'exposés du maître suivis d'exercices d'application mais par des résolutions par l'enfant de problèmes bien choisis suivies de mises en commun puis de synthèses élaborées avec l'aide du maître.

	1	7	8	9	X
0	0/1	0/7	0/8	0/9	1
3	0/9	6/3	7/2	8/1	9
5	0/9	6/3	7/2	8/1	9
6	0/2	1/4	1/6	1/8	2
	3	6	8	8	=

Multiplication par "Gélosia"

fig. 1

$$\begin{array}{r} 54565 \\ -536 \\ \hline 965 \\ -938 \\ \hline 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 134 \\ 407 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54565 \\ 965 \\ 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 134 \\ 407 \\ \hline \end{array}$$

fig. 2

Vive le chocolat !

J. Lubczanski

Approche discrète de l'offre et de la demande.

Le chocolat c'est bon.
 Tout le monde aime ça !
 J'achète des tablettes,
 Tu achètes des tablettes,
 Elle achète...
 Et les producteurs
 fabriquent des tablettes,
 Et les distributeurs vendent
 des tablettes,
 Mais à quel prix ?

Objectif : explorer une situation économique avec des outils mathématiques simples.

LES DONNEES DU PROBLEME

1. L'envie d'acheter

Acheter du chocolat, d'accord, mais pas à n'importe quel prix : chaque consommateur a ses limites.

Pour estimer le prix qu'accepterait de payer le client pour une tablette de chocolat, le distributeur a fait effectuer un sondage dont voici les résultats sur un échantillon de mille clients :

x	prix de la tablette	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	nombre de clients acceptant ce prix	1000	820	670	540	440	330	260	190	150	110	100

a - dans un repère où 1 cm représente 1 franc en abscisses et 100 clients en ordonnées, tracer les points correspondant au tableau,

b - relie ces points par une courbe bien « lisse » : c'est la **courbe de demande**,

c - quel est le sens de variation de la fonction $x \rightarrow y$? Pourquoi ?

2. L'envie de produire

Côté producteur, voici les questions qui se posent :

Combien de tablettes faut-il fabriquer ? Et à quel prix les vendre ? La réponse à ces questions obéit au principe de profit maximal, pour la bonne santé de l'entreprise. Augmenter la production signifie de nouveaux investissements, de nouvelles immobilisations : le producteur n'est prêt à le faire que si le profit qu'il en retire augmente de façon significative. Il en ressort que plus il pourra vendre cher ses tablettes, plus il sera prêt à en fabriquer, et donc à en proposer une grande quantité sur le marché.

Pour avoir une idée plus précise de la situation, le producteur a demandé une étude chiffrée. En voici les résultats que vous utiliserez pour tracer la **courbe d'offre**, représentant la fonction $x \rightarrow y$.

LA SOLUTION IDEALE : à la tête du client ?

1. Pour le distributeur :

Ce serait de faire payer à chaque client le prix maximum qu'il est prêt à mettre pour une tablette : à chaque client son prix ! De cette façon, il récupérerait tout l'argent prêt à être dépensé en tablettes de chocolat par l'ensemble des clients.

a - calculer d'après le tableau A1, le nombre de clients prêts à payer une tablette 4 F, mais pas plus, 5 F mais pas plus, ... etc...

b - calculer la masse d'argent que les mille clients de l'échantillon sont prêts à dépenser en tablettes de chocolat,

c - en déduire la valeur moyenne d'une tablette pour le consommateur.

2. Pour le producteur :

Ce serait d'augmenter le prix de vente en même temps que la quantité produite, en suivant la courbe d'offre : les 490 premières tablettes à 4 F, les 10 suivantes à 5 F, les 20 suivantes à 6 F, etc...

a - calculer la somme d'argent que rapporterait dans ces conditions la vente de 1.000 tablettes.

b - en déduire la valeur moyenne à la vente d'une tablette pour le producteur.



* C'est le prix au détail, compte tenu de la marge du distributeur.

x	prix de la tablette*	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	nombre de tablettes à proposer à ce prix	490	500	520	540	570	610	650	710	780	860	1000

LA SOLUTION THEORIQUE : le point d'équilibre

La théorie économique de l'offre et de la demande affirme que le prix du marché est celui pour lequel il y a équilibre entre l'offre et la demande.

a - Quelles sont les coordonnées du point de rencontre des courbes d'offre et de demande : quel est le prix d'équilibre ? Quelle est la quantité de tablettes alors vendue ?

b - Comparer le prix d'équilibre aux valeurs moyennes calculées en B. Ce prix est-il satisfaisant pour le distributeur ? pour le producteur ?

c - La vente au prix d'équilibre partage les consommateurs en deux catégories :

— les frustrés, qui ne vont pas acheter : combien sont-ils, en pourcentage ?

— les satisfaits, qui vont acheter, et moins cher que ce qu'ils étaient prêts à payer : combien ont-ils «économisé» ?

LA SOLUTION PRATIQUE : la segmentation

1. **Par le bas** : produits sans marque :

Pour diminuer le pourcentage de «frustrés», et surtout pour récupérer l'argent qu'ils n'ont pas pu dépenser, le distributeur peut proposer le même produit à deux prix différents... sous des emballages différents !

C'est la technique des produits «sans marque» des grandes surfaces : ils sont vendus moins chers que les produits de marque, qui eux restent au prix d'équilibre du marché.

En outre, la souplesse qu'a le distributeur pour fixer le prix des produits sans marque lui laisse en général une meilleure marge bénéficiaire que sur les mêmes produits «marqués».

Quant au producteur, il accepte à contre cœur de fabriquer ces produits, sous peine de perdre des parts de marché au profit de la concurrence.

a - On suppose que les clients qui peuvent payer le prix d'équilibre achètent la tablette «de marque», alors que les autres achètent, s'ils le peuvent, la tablette «sans marque». Si celle-ci vaut 4 F, combien de tablettes sont vendues ? Quelle somme d'argent leur vente rapporte-t-elle ?

b - Calculer le prix moyen payé par les

consommateurs pour une tablette. Ce prix est-il satisfaisant pour le distributeur ? pour le producteur ?

c - Reprendre les questions a et b avec un prix de 5 F. Puis avec 6 F. Conclure.

2. **Par le haut** : produits de luxe :

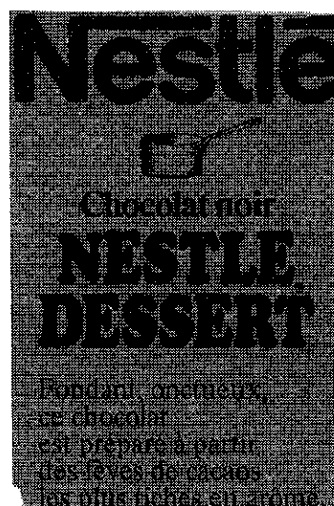
Pour récupérer en partie l'argent économisé par les clients «satisfaits» du prix d'équilibre, le distributeur peut aussi proposer le même produit — ou presque... — sous deux étiquettes : «ordinaire» et «de luxe». Le produit ordinaire reste vendu au prix d'équilibre alors que le produit de luxe est vendu plus cher, et rendu plus attractif pour les clients prêts à payer plus. La question qui se pose alors au distributeur est : «à quel prix vendre le produit de luxe ?»

a - Si on prélève une partie des tablettes devant être vendues au prix d'équilibre pour les vendre à 14 F, combien faut-il en prélever ? Combien cela rapporte-t-il ?

b - Même question si on les vend à 13 F. Puis à 12 F... etc...

c - Quel est le prix de vente le plus intéressant pour le distributeur ?

CONCLUSION : rédiger une conclusion à votre travail.



Et pour ceux qui ne veulent plus entendre parler d'économie...

Si une tablette de chocolat comporte 4 rangées de 10 carreaux, et si je veux séparer ces 40 carreaux, il me faudra casser en deux des morceaux de tablette, l'un après l'autre. Quel est le nombre minimum de cassures nécessaires ? Et le nombre maximum ?

Le Logiciel GRAPHIX

Pierre MOUTTE - Marseille

Le Logiciel GRAPHIX

permet,

sans aucune connais-

sance en informatique,

le tracé rapide avec une

bonne résolution :

- des courbes définies par

des coordonnées

cartésiennes,

paramétriques

et polaires.

- des familles de courbes

à un paramètre

dans l'une des trois repré-

sentations précédentes.

-des courbes représenta-

tives de la dérivée

et des primitives d'une

fonction donnée.

- des courbes représenta-

tives des solutions

des équations différentiel-

les du premier et du

second ordre.

Un outil facile pour tracer

Il permet entre autre l'étude :

- . des changements d'origine et d'unités.
- . des opérations sur les fonctions, toute nouvelle formule pouvant être très simplement écrite en réutilisant les formules précédentes.

- . des transformations sur les coordonnées du type :

$$x' = f(x,y) \quad y' = g(x,y)$$

permettant ainsi l'interprétation géométrique du calcul matriciel.

- . des convergences et des branches infinies.

- . des enveloppes d'une famille de courbes.

- . des vitesses et des accélérations et l'intégration numérique.

- . des phénomènes physiques et technologiques faisant intervenir des équations différentielles.

Les fonctions usuelles et leurs réciproques sont prédéfinies :

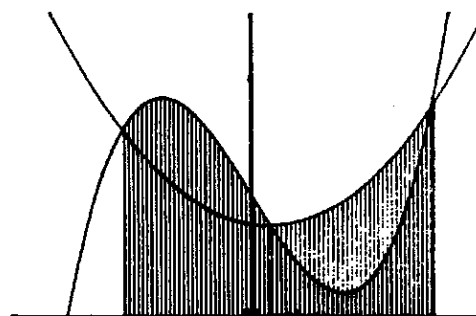
- . fonctions trigonométriques : sinus, cosinus, tangente, arcsinus, arccosinus, arctangente.

- . fonctions logarithmes et exponentielles : logarithme népérien, logarithme décimal, exponentielle, exponentielle de base a.

- . fonctions hyperboliques directes et réciproques.

- . fonctions statistiques : loi binomiale, loi normale.

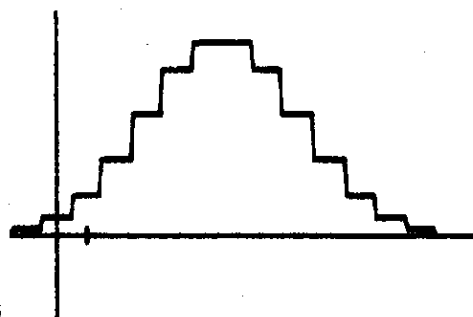
- . fonctions : partie entière, nombre au hasard, factorielle.



Grâce à un analyseur syntaxique et à un évaluateur d'expressions algébriques il peut être mis entre toutes les mains sans aucun risque de «plantage» (division par zéro, argument négatif pour une racine carrée ou un logarithme...).

Un éditeur plein écran permet à l'utilisateur de modifier très simplement les formules ainsi que les divers paramètres de positionnement des courbes (position origine, unités, logueurs des axes...).

Un curseur se déplaçant sur les courbes tracées fournit à l'utilisateur les coordonnées de tout point de l'écran, permettant

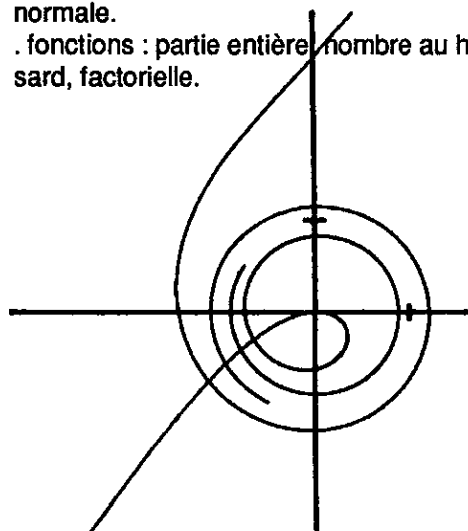


ainsi la résolution des équations et l'intégration numérique.

Un algorithme de lignes cachées permet la visualisation des fonctions de deux variables.

Le système d'accès disque permet la sauvegarde des formules sur disque et le chaînage de courbes préalablement sauvegardées avec les courbes en cours de traitement.

Le nombre de courbes pouvant être simultanément saisies, ne dépend que de la taille mémoire disponible. Avec 640 K, plus de 400 courbes peuvent être saisies et tracées ! Un minimum de 256 K est nécessaire.



Le logiciel GRAPHIX est utilisable sur les diverses cartes graphiques des ordinateurs compatibles IBM :

CGA 640 x 200 hercules - hélios 720 x 350
EGA ... 640 x 350 olivetti - logabax 640 x 400
VGA 640 x 480

Les graphiques sont en couleurs sur les cartes EGA et VGA.

Une disquette contenant plus de 50 exemples d'utilisation permettra à l'utilisateur de se familiariser avec le logiciel et d'en découvrir de nombreuses applications pédagogiques.

Les tracés obtenus sur l'écran peuvent être reproduits sur toute imprimante graphique compatible IBM ou Epson ainsi que sur les tables traçantes compatibles HP-GL (Sekonic SPL-430 équipement classes préparatoires, Sekonic SPL-450, Unic...). Les écrans peuvent être capturés et retraités par Paint Brush de Microsoft

Introduction de la notion de dérivée

Niveau : 1ère A

Prérequis : Equation d'une droite passant par deux points.
Equation d'une droite passant par un point connaissant son coefficient directeur.

I. Exercice préliminaire

On considère la fonction f définie par $f(t) = 0,5t^2 - 3t + 1$ et sa parabole représentative (P). On donne trois points sur cette Parabole :

$A_1(3, f(3))$, $A_2(0, f(0))$, $A_3(4, f(4))$

1°) Donner une équation des droites D_1 , D_2 et D_3 passant par A_1 , A_2 , A_3 et ayant le coefficient directeur a .

2°) Donner une équation de la droite D_4 passant par A_2 et $A_4(k, f(k))$.

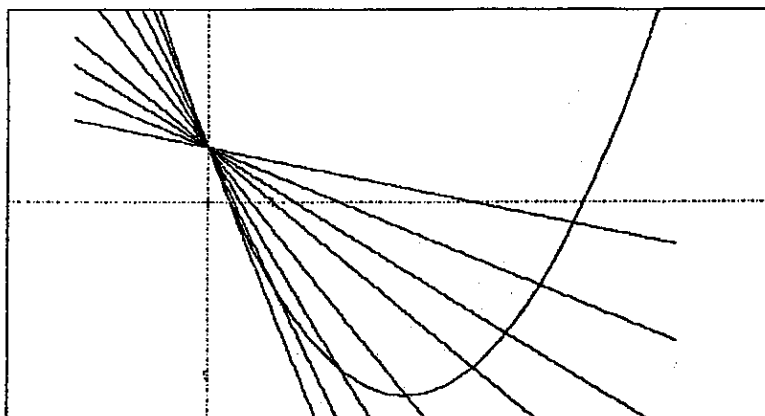
II. Travail sur machine

Après avoir tracé la Parabole (P)

1°) Tracer, en chacun des points A_1 , A_2 et A_3 , la droite qui «se confond le mieux» avec la Parabole. Noter les coefficients directeurs a_1 , a_2 et a_3 correspondants.

2°) Tracer, pour des valeurs de k de plus en plus proches de zéro, la droite A_2A_4 . Comparer avec les résultats du 1°).

Introduction à la notion de dérivée en 1ère A



III. Remarques

Aux points A_2 et A_3 tous les élèves trouvent pour coefficient directeur le nombre dérivé, par contre au point A_1 beaucoup n'osent pas choisir $a = 0$. Tous les élèves ont remarqué que lorsque k se rapproche de 0, on retrouve la droite D_2 .

IV. Synthèse

1°) Le nombre a est appelé nombre dérivé de f en x_0 .

2°) Pour calculer le nombre dérivé d'une fonction en x_0 on utilise les formules suivantes ...

V. Conclusion

- Approche très facile, pour les élèves, de la notion de dérivée.
- Parfaite assimilation entre coefficient directeur de la tangente et nombre dérivé.
- Approche de la notion de tangente comme limite d'une sécante.

Limites et droite asymptotique en terminale F

Limites et droite asymptote

Niveau : Terminale F.

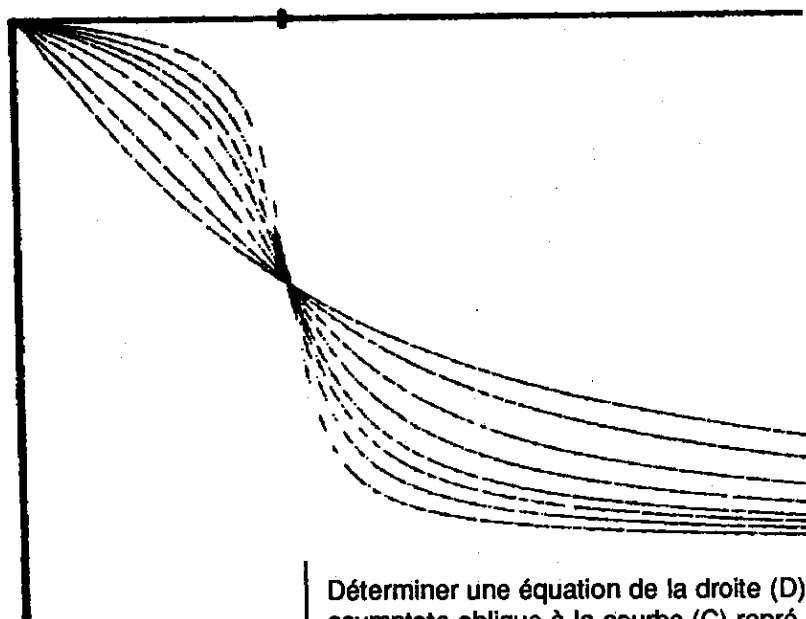
Prérequis : Théorèmes sur les limites.
Définition d'une droite asymptote.

I. Exercices

1°) On considère la fonction f définie par $f(t) = t - 2 + 8 \sin t / t$ ($t > 0$)

En encadrant $\sin t / t$ par deux fonctions simples en déduire $\lim_{t \rightarrow +\infty} \sin t / t$

+ ∞



Déterminer une équation de la droite (D) asymptote oblique à la courbe (C) représentant f .

Etudier le signe de $\sin t/t$. En déduire les positions relatives de (C) et (D).

2° On considère la fonction définie par $f(t) = t \cdot \sin(1/t)$ et (S) sa courbe représentative

a) Etudier la parité de f .

b) Montrer que pour tout t strictement positif $-t < t \cdot \sin(1/t) < t$

c) En déduire la limite de $f(t)$ lorsque t tend vers 0 par valeur supérieure.

d) En posant $u = 1/t$ déterminer la limite de $f(t)$ lorsque t tend vers ∞

II. Travail sur machine

1° Tracer les courbes représentatives des fonctions f_1 , f_2 et f_3 définies par :

$$f_1(t) = -1/t \quad f_2(t) = 1/t \quad f_3(t) = \sin t/t$$

2° Tracer la courbe (C) et la droite (D) du I 1° en plaçant l'origine du repère au coin en bas à gauche de l'écran. Contrôler les résultats du I 1°).

2° Tracer la courbe (S) du I 2° ainsi que les droites ayant pour équations $y = -t$ et $y = t$. On choisira l'origine au centre de l'écran. Contrôler l'encadrement trouvé au b).

Agrandir la courbe à l'origine du repère. Que constate-t-on ?

Changer d'unité pour visualiser la courbe pour les grandes valeurs de t . Vérifier le résultat du d).

Limites et droite asymptotique en Tie. F

Limites et droite asymptote en Terminale F

Polynômes du 2nd degré en 1^{ère} F

Niveau : Première F

Prérequis : Résolution graphique d'une équation et d'une inéquation

I. Etude de représentations graphiques à l'aide du logiciel GRAPHIX

On considère les fonctions polynômes P définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

dans les six cas ci-dessous, ainsi que les paramètres de positionnement sur l'écran:

$$\begin{array}{lll} P_1(x) = -3/4x^2 - x + 1 & & \\ x_0 = 3 & x_{pos} = 5 & x_{neg} = 3 \\ y_0 = 4 & y_{pos} = 4 & y_{neg} = 4 \end{array}$$

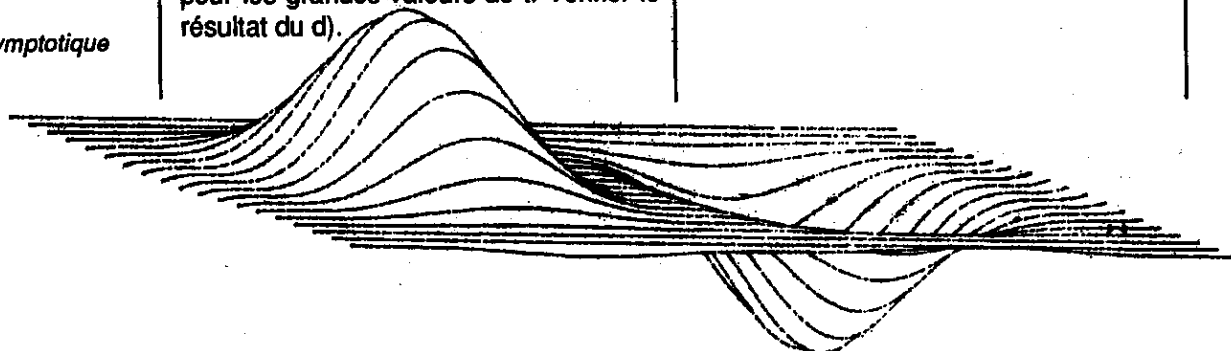
$$\begin{array}{lll} P_2(x) = x^2 - x + 1/4 & & \\ x_0 = 3 & x_{pos} = 5 & x_{neg} = 3 \\ y_0 = 13 & y_{pos} = 4 & y_{neg} = 4 \end{array}$$

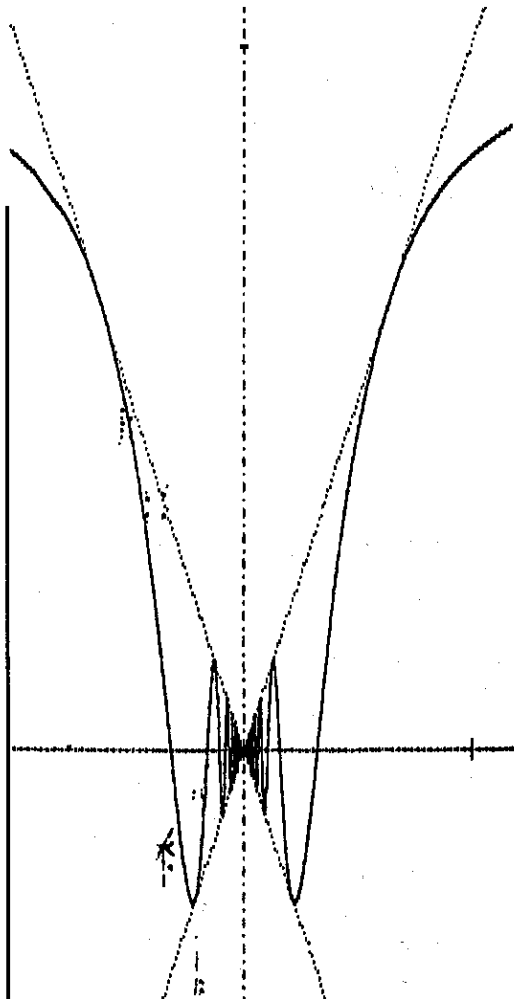
$$\begin{array}{lll} P_3(x) = x^2 + 4x + 1 & & \\ x_0 = 13 & x_{pos} = 3 & x_{neg} = 4 \\ y_0 = 4 & y_{pos} = 4 & y_{neg} = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} P_4(x) = -1/2 x^2 - 2x - 5/2 & & \\ x_0 = 13 & x_{pos} = 3 & x_{neg} = 4 \\ y_0 = 13 & y_{pos} = 4 & y_{neg} = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} P_5(x) = x^2 + 3x + 3 & & \\ x_0 = 21 & x_{pos} = 5 & x_{neg} = 4 \\ y_0 = 4 & y_{pos} = 4 & y_{neg} = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} P_6(x) = -x^2 + 4x - 4 & & \\ x_0 = 21 & x_{pos} = 5 & x_{neg} = 4 \\ y_0 = 13 & y_{pos} = 4 & y_{neg} = 4 \end{array}$$





Traiter successivement les questions 1, 2 et 3 pour chaque fonction avant de passer à la fonction suivante.

1°) Représenter la fonction polynôme P en tenant compte de la position de l'origine et des longueurs d'axes indiquées pour chaque fonction polynôme.

On prendra $[-5,5]$ comme intervalle d'étude et 1 cm comme unité sur chaque axe pour tous les graphiques.

2°) Résoudre graphiquement l'équation $P(x) = 0$. On donnera les valeurs approchées de l'équation au 1/100.

3°) Calculer le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$

4°) Quelles conclusions semblent se dégager de cette étude.

5°) Faire imprimer le graphique final.

6°) Surcharger en rouge les parties des graphiques pour lesquelles le polynôme est positif et en bleu les parties où il est négatif.

II. Résolution des équations du second degré

Dans chaque cas, lorsque cela est possible, calculer les deux nombres :

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

On donnera dans chaque cas la valeur exacte puis la valeur approchée au 1/100. Comparer avec les résultats du I.

Quelle règle, permettant de résoudre une équation du second degré, semble se dégager de cette étude?

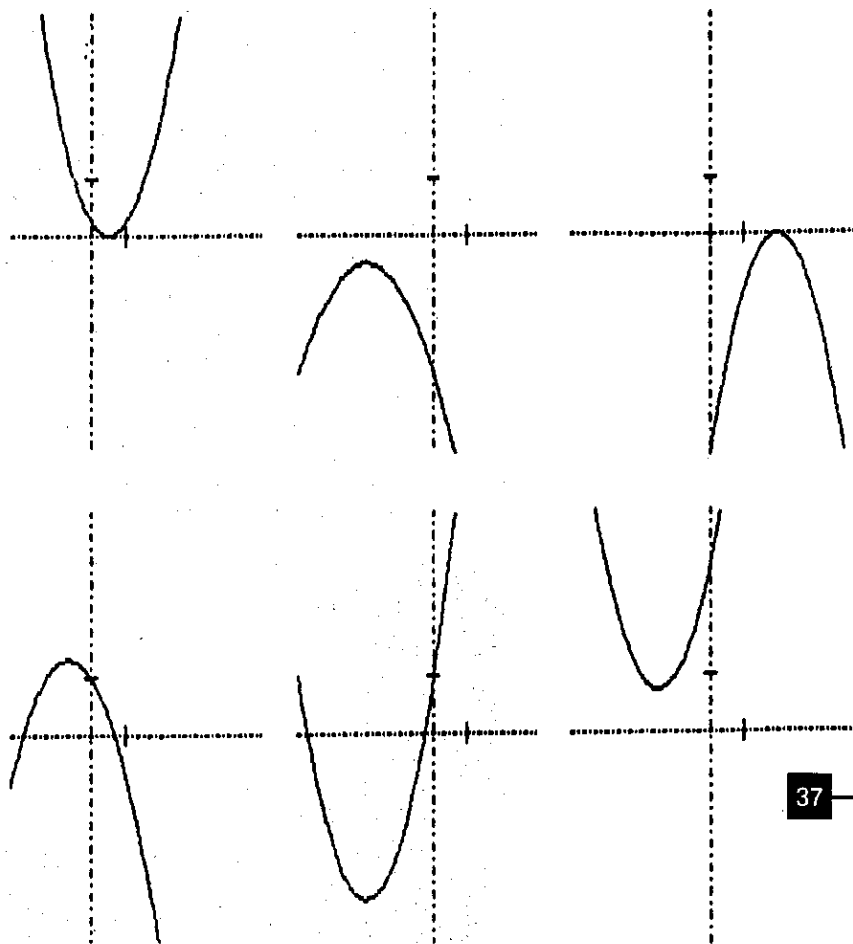
III. Factorisation des polynômes du second degré

Lorsque cela est possible, transformer les polynômes $P(x)$ en produit de deux polynômes du premier degré.

Etudier le signe de chaque polynôme sous forme de tableau. Comparer avec les graphiques du I.

Quelle règle permettant de trouver le signe du polynôme semble se dégager de cette étude?

Etude du polynôme du second degré en première F



Le logiciel est diffusé par :

I.R.E.M. d'Aix-Marseille Faculté des Sciences de Luminy

Case 901-13288 MARSEILLE cedex 9

au prix de 150,00 F la version individuelle, 950,00 F la version EDUCATION autorisant la libre copie sur tous les ordinateurs d'un même établissement. La disquette d'exemples est vendue 150,00 F.

Les certitudes du hasard

A - PLOT - STROPHE CONTINUE

Plus qu'un livre sur les probabilités et les statistiques, ce dernier ouvrage d'Arthur ENGEL est une somme impressionnante de problèmes de toutes natures traités avec des outils mathématiques. Des problèmes très classiques de billes et de roulettes mais aussi comme le montrent les quelques exemples ci-dessous des problèmes tirés de l'environnement concret qui donnent du sens aux notions mathématiques.

Ces problèmes sont bien sûr accompagnés de commentaires techniques mais aussi de considérations sur le sujet lui-même, ce qui en facilite la lecture.

Notons enfin que l'auteur accompagne souvent ses propositions de solutions de petits programmes informatiques, ce qui vous permettra de lire ce livre avec votre calculatrice.

En conclusion, un livre qui vous permettra de renouveler largement vos sources d'exercices pour vos élèves ou vos étudiants. A lire avant la rentrée!!

ARTHUR
ENGEL

Les certitudes du hasard

ALEAS Editeur
15, quai Lassagne
69001 LYON

Quelques exemples

page 182: statistiques néo-natales

Il naît plus de garçons que de filles mais la probabilité d'avoir un garçon (de l'ordre de 0,51 à 0,52 est-elle constante? Comment fluctue-t-elle? Y aurait-il plus de garçons dans les périodes d'après guerre ?!

page 183: les jumeaux

Y a-t-il plus de chance d'avoir deux filles, deux garçons ou un garçon-une fille?

Statistiquement, en RFA sur 12 ans les réponses sont, respectivement: 0,315, 0,335 et 0,350 !! Mais attention, il faut savoir différencier les vrais des faux jumeaux!!!

page 188: diagnostic de cancer

Pour un cancer relativement répandu (1% de la population), on met au point un diagnostic simple. fiabilité du résultat positif, 99%, du résultat négatif : 91% .

Si votre test est positif, vous avez, en fait une chance sur dix d'avoir ce cancer.

Et l'auteur de conclure: pas de panique, pour des événements rares, la plupart des alarmes sont de fausses alarmes.

J'ai encore noté:

page 208: influence des drogues sur la mémoire

page 210: intelligence et poids à la naissance!!

page 227: vitamines ou jus d'orange?

page 248: natalité et passage des cigognes!!

Comme vous le voyez des sujets sérieux ou drôles qui alternent pour le plus grand plaisir du lecteur.

Ce livre (330 p, 150 F) est publié par un nouvel éditeur : **ALEAS Editeur** (15, quai Lassagne, 69001 Lyon) regroupant des

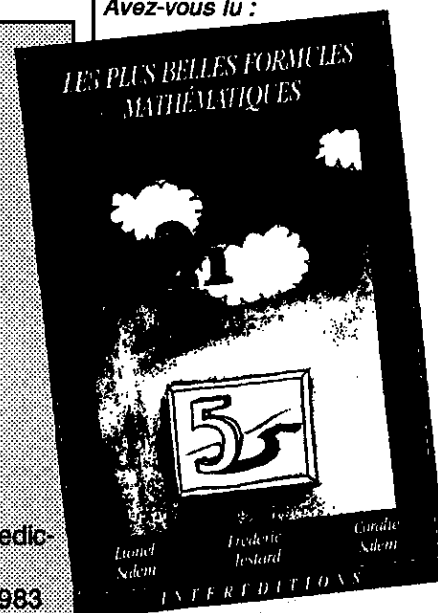
mathématiciens passionnés qui proposent
comme autres titres :

- Le tango des cancras las. M.F. Doray
- La crise de l'enseignement, un problème de qualité. Marc Legrand
- Et pourtant ... ils remplissent N. Claude

Lobry

- Si les jours m'étaient comptés... M.C. Marguin-Lortic
- Dis-moi qui tu aimes... Margot Bruyère
- Le paradoxe de Banach-Tarski. Marc Guinot

Avez-vous lu :



Petite biblio pour préparer ses leçons

Leçons de géométrie

- Géométries affine, projective et euclidienne. C. Tisseron, Hermann 1983
- Géométrie pour l'élève-professeur. J. Fraenkel, Hermann 1973
- Initiation à la géométrie. D. Lehmann et R. Bkouché, PUF 1988
- Géométrie (6 volumes). M. Berger, Cedic-Nathan 1977
- Les fondements de la géométrie. J. Lelong-Ferrand, PUF 1985
- L'enseignement de la géométrie. G. Choquet, Hermann 1964
- Algèbre linéaire et géométrie élémentaire. J. Dieudonné, Hermann 1964
- Invitation à la géométrie. F. Borceux, Ciaco 1986
- Compléments de géométrie. R. Delfheil et D. Caire, Baillères 1951

Exercices d'application

- Calcul barycentrique. Le livre du problème, vol 5. Irem de Strasbourg. Cedic-Nathan 1975
- Mathématiques Term CE, algèbre et géométrie. P. Sauser & C°, Ellipses 1983
- Collection Terracher 2nde et 1re SE. PH Terracher & C°, Hachette 1986
- La géométrie du triangle. Y & R Sortais, Hermann 1987
- Collection Transmath 2nde, 1re SE et Term CE. R. Barra & C°, Nathan 1987
- Géométrie Seconde. Exercices corrigés. Berger, Gauthier & Mison, Belin 1987
- Géométrie de l'espace et du plan. Y & R Sortais, Hermann 1988
- Géométrie 1ère S E. Exercices corrigés. Berger, Gauthier & Mison, Belin 1988
- Collection Fractale 1re SE et Term CE. B. Randé & C°, Bordas 1988
- Mathématiques premières scientifiques. Irem de Strasbourg, Istra 1988
- 200 problèmes de géométrie plane au lycée. Irem de Poitiers 1989
- Remise à l'honneur des méthodes géométriques en lycée. Irem de Limoges 1990

Dans vos IREM

- Amiens: Expérience math-Physique, 1989
- Besançon: l'approche du chaos, 1989. Techniques chinoises du calcul, 1989.
- Bordeaux: Une étude sur les nombres à l'entrée en 2de, 1989.
- Brest: Fiches élèves 3ème, 1989
- Clermont-Fd: Algorithmes et calculatrices, 1990
- Dijon: une année de devoirs en 1ère S, 1989
- Limoges: Approche des fonctions en 2de et 1ère, 1989.
- Lyon: feuille(s) à problèmes n°34 à 39 (89-90)
- Lyon: Formation PEGC, mettre au point vos connaissances mathématiques, 1990
- Montpellier: agrégation interne, préparation à l'écrit, 1989.
- Maths pour les élèves de 2de (3 fasc.) 1989
- Nancy: enseignement des maths en lycée, 1989
- Nice: Suivi des nouveaux programmes de la 3ème à la 2de, 1989
- Orléans: Nouveaux programmes de 3ème (suivi scientifique), 1989
- Poitiers: Entrée au pays de la géométrie avec Euclide, 1990.
- Rennes: Analyse des erreurs en 2de en calcul algébrique, 1990
- Rouen: petite biblio des statistiques dans les Irem. De la figure vers la démonstration, 1989.
- Strasbourg: traitement des problèmes de probabilité en situation de simulation, thèse 1990.
- Toulouse: l'intégrale au lycée, 1989.

LA DIMENSION PERSONNELLE DANS L'ACTE D'ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES

Claudine BLANCHARD-LAVILLE, Université Paris-X, Nanterre.

Hypothèses de recherche

Selon moi, dans la classe, l'enseignant est le leader de la situation ; je veux signifier par là qu'il induit fortement ce qui va se passer au niveau de l'atmosphère de la classe ; bien entendu les élèves interviennent aussi à ce niveau, mais c'est toujours en réaction aux propositions dont l'enseignant est totalement responsable.

Son moyen d'intervention privilégié dans la classe reste la parole, même si des canaux de communication non verbaux sont aussi utilisés et même si le cours magistral est aujourd'hui souvent remplacé par la mise en situation d'activité des élèves.

Or, s'il y a bien, dans la situation didactique, au-delà de son rôle d'exposition d'un contenu de savoir mathématique, un sujet présent, un sujet fondamentalement assujéti à son conflit inconscient, un sujet qui, assigné à la place de parole, va s'exposer à travers cette parole tout autant qu'il exposera, c'est le sujet-professeur comme l'avait remarquablement perçu Roland Barthes dans son texte sur la relation enseignante (1) : « ce n'est pas le savoir qui s'expose, c'est le sujet (...) ». Ce sujet, au sens de la théorie psychanalytique, est le sujet de l'inconscient. A ce titre, c'est un sujet divisé, l'inconscient étant à la fois l'acteur et le moteur de ce clivage psychique. Au niveau de son discours, le sujet est masqué à lui-même et cependant, ça parle de lui sans qu'il le sache. D'où le côté extrêmement paradoxal du discours didactique, qui se veut clair à des fins d'explication d'ordre rationnel, et qui dit, à un certain niveau, tout autre chose que ce que le professeur croit dire, et ce, à son insu. Et lorsqu'il s'agit, pour le professeur de mathématiques, de transmettre des énoncés mathématiques, dont on sait bien qu'ils ont acquis leur statut de vérités scientifiques dès lors même que le sujet de leur énonciation s'est effacé, le paradoxe suggéré précédemment est à son comble. Et

Pourquoi ai-je choisi ce thème ?

Lorsque j'ai été amenée à lire les thèmes de réflexion suggérés par les organisateurs des Journées Nationales, l'un d'eux a particulièrement retenu mon attention ; « Comment enseigner les mathématiques demain ? ». A ce thème succédait une liste de sous-thèmes : « gestion souple du temps, pédagogies différenciées, apports des technologies nouvelles etc... » Bien évidemment, j'ai trouvé très intéressantes toutes ces suggestions, mais aussitôt après cette lecture, une question a surgi en moi : qui mettra en œuvre ces propositions ? Qui devra s'adapter à ces nouveaux modes d'enseignement et intégrer les apports de la recherche en didactique et ceux des technologies nouvelles ? Et j'ai immédiatement pensé qu'on oubliait un peu trop facilement que pour cela il faudrait des personnes, ni des robots, ni des ordinateurs, mais des êtres de chair et de parole, pour faire face quotidiennement à une situation de classe bien vivante ; des femmes et des hommes, celles et ceux qui enseignent déjà aujourd'hui, et celles et ceux que nous aiderons à entrer dans le métier de demain.

Bien entendu, si ce questionnement a surgi en moi, c'est qu'il est en lien direct avec mes préoccupations de chercheur en Sciences de l'Éducation. En effet, une grande partie de ma recherche concerne l'acte d'enseignement des mathématiques et se focalise plus particulièrement sur la personne même de l'enseignant de mathématiques.

le professeur de mathématiques, ayant à cœur de rajouter du sujet pour redonner vie à ces énoncés, va parler d'abondance. En quelque sorte, plus il a le souci d'être didactique, plus il va parler, mais en fait, ça parle de lui et lui ne sait pas ce qu'il dit. Il va de soi que si je pousse un peu le trait dans cette description, c'est pour tenter de faire entendre quelque chose dont j'ai aujourd'hui l'intime conviction mais dont l'évidence ne m'a été rendu sensible qu'au terme d'un long et lent cheminement de recherche.

Cadre théorique

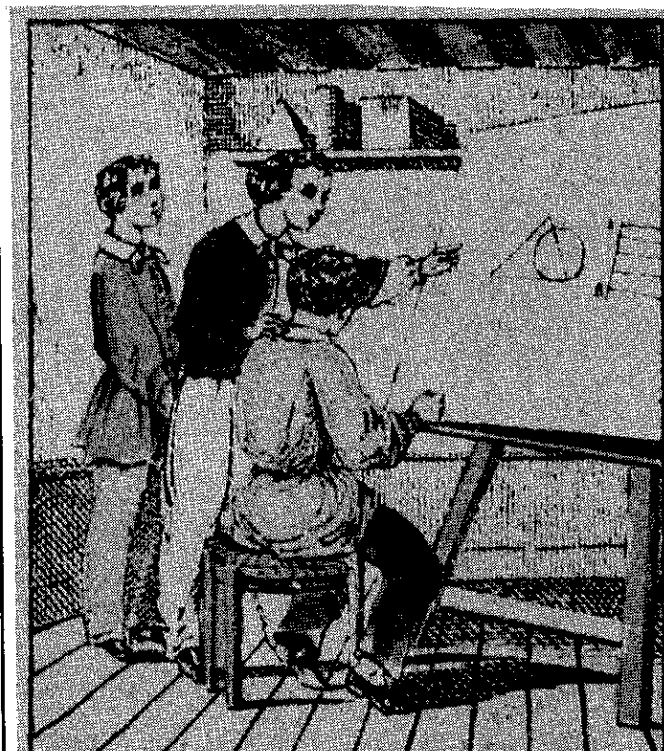
C'est ce qui m'amène à situer schématiquement ma position théorique de chercheur (2). Car, contrairement à l'enseignant qui connaît la situation d'enseignement de l'intérieur, en l'habitant jour après jour, le chercheur doit prendre un certain recul pour appréhender cette situation, vis-à-vis de l'urgence des décisions à prendre sous la pression de l'action. Le choix des références théoriques qu'il effectue l'aide à faire «ce pas de côté».

Pour ma part, le choix qui s'est progressivement imposé à moi, en fonction de mon parcours épistémologique, a été de me référer à l'éclairage apporté par les théories psychanalytiques ; autrement dit, de privilégier, lorsque je m'intéresse à la réalité d'une classe de mathématiques, le registre psychique des acteurs humains en présence ainsi que la dimension relationnelle de la dynamique nouée entre eux, autour de la transaction de l'objet de savoir. D'où les hypothèses que j'ai précédemment évoquées.

Dispositif de formation

Les paradoxes n'ont pas à être réduits à tout prix ; les travailler en tant que paradoxes, est souvent une source de richesse. Et nous savons aujourd'hui que «inconscient», au sens psychanalytique, n'est pas synonyme d'inaccessible. Par contre, pour pouvoir faire un travail psychique qui touche aux phénomènes inconscients, il est nécessaire d'utiliser des dispositifs pensés en conséquence. C'est ainsi que, guidée par les résultats de ma recherche fondamentale et soucieuse d'en voir des retombées concrètes au niveau de la formation des enseignants, j'ai eu l'idée d'utiliser le dispositif groupal dit d'inspiration

Balint (3). Après huit années d'expérience de l'animation de tels groupes, j'ai acquis la certitude que ce dispositif peut accompagner les professeurs de mathématiques qui le souhaitent dans un travail d'exploration de ce que leur psychisme les pousse, à certains moments, à mettre en scène dans la classe, à leur insu, quelle que soit même leur volonté didactique. Il est hors de question de pouvoir raconter ici, comme j'ai eu le loisir de le faire lors de mon exposé oral, le parcours d'un des participants. Ce type de récit ne souffre pas qu'on le résume en quelques lignes. C'est pourtant la seule manière que j'aurais d'illustrer le type de travail mis en jeu dans cette formation et qui ne se réduirait pas à des déclarations d'intention. Mais, puisque le jeu est de faire court, je m'entendrai à dire que, d'une part, ce que je propose dans ces groupes présente la garantie, comme j'ai tenté de le montrer, de s'appuyer sur des hypothèses de recherche et donc de ne pas se réduire à une simple technique ; et que, d'autre part, il ne s'agit pas non plus d'une simple prothèse, pour colmater provisoirement les problèmes rencontrés par les enseignants. Au contraire, il s'agit d'un travail en profondeur sur le soi professionnel qui, s'il est déjà bien avancé, peut se poursuivre tout au long d'une carrière. C'est ce qui justifie que l'on puisse investir un temps non négligeable pour l'effectuer, deux, trois voire quatre années, à raison de séances de deux heures tous les quinze jours.



Dans ce groupe de paroles, à partir de récits d'incidents concrets survenus dans leurs classes, les enseignants participants, volontaires, sont conduits à prendre conscience progressivement de leurs modèles de comportements les plus fréquents en situation d'enseignement ; non pas les comportements qu'ils pensaient avoir, mais ceux qu'ils ont eus effectivement, et que le travail dans le groupe a des chances de leur révéler. Au-delà du repérage de ces comportements, cette exploration leur permet aussi d'identifier les craintes sournoisement à l'œuvre ou les gratifications recherchées qui pèsent de manière prégnante sur ces comportements. Il s'agit de chercher à réduire pour ces enseignants, autant que faire se peut, l'écart entre l'image idéale du soi professionnel et l'image renvoyée par les élèves par exemple, ou encore d'alléger leur système défensif

souvent maintenu à grand renfort d'énergie et peut-être aussi de les amener à accepter les limites de leur action dans la classe, c'est-à-dire à assumer leur non toute-puissance, sans tomber pour autant dans la dévalorisation narcissique.

(1) Cf. «Ecrivains, intellectuels, professeurs», in *Tel Quel*, 1972.

(2) Pour plus de détails sur ces questions théoriques, on pourra se reporter à Claudine Blanchard-Laville, «Questions à la didactique des mathématiques», in *Revue Française de Pédagogie*, n° 89, oct-nov-déc. 1989.

(3) Michael Balint, psychanalyste hongrois, exilé à Londres, ayant mis au point un type de formation en groupe à l'intention des médecins généralistes, qui se perpétue depuis sa mort en 1970. Cette formation a été étendue à d'autres secteurs professionnels pour lesquels la relation humaine joue un rôle prépondérant dans l'exercice même du métier.



Les Sphères-Images

Raoul Raba - Lay-les-Roses

Vous connaissez tous maintenant la Géode de la cité des Sciences de La Villette à Paris. Après le puzzle sphérique de la Géode-miroir dont des milliers d'exemplaires ont déjà été vendus aux visiteurs de la cité des Sciences et des dizaines aux lecteurs du Plot (cf bon de commande), voici la «**Sphère-Image**», un nouveau puzzle sphérique.

Comme son nom l'indique, la «**Sphère-Image**» présente un décor imagé et c'est précisément la reconstitution de ce décor imagé sur une surface sphérique qui reconstitue l'intérêt et l'originalité de ce puzzle.

. Dans la Sphère-Image, la structure sphérique proprement dite et la forme des 60 pièces sont exactement les mêmes que dans le puzzle de la Géode.

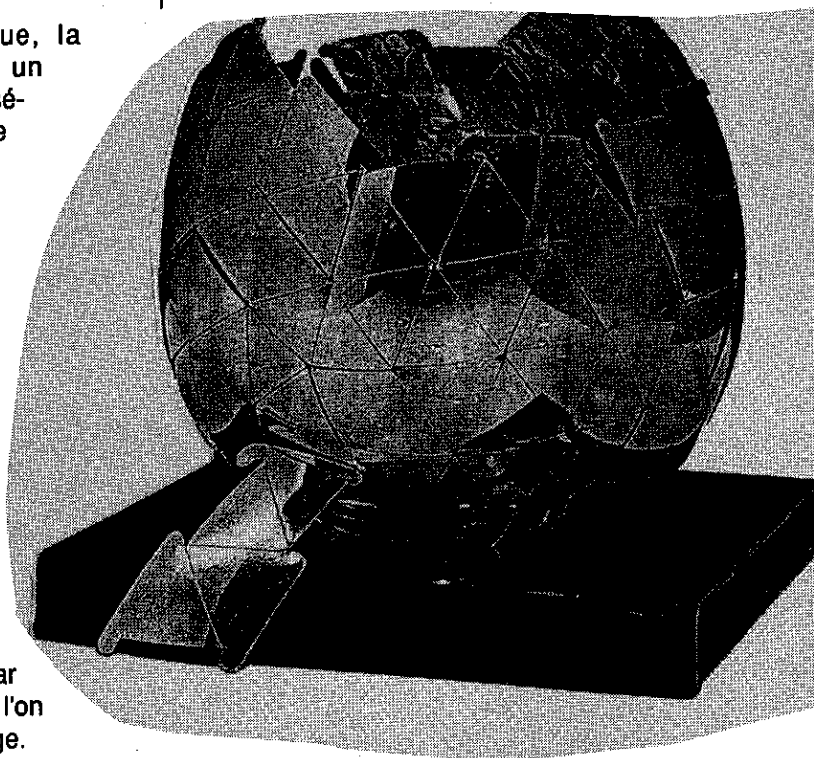
. la différence vient du fait que les pièces sont toutes transparentes et qu'elles sont doublées intérieurement par des «**vignettes images**» que l'on met en place lors du montage.

. Ces «**vignettes images**» sont prises en sandwich dans les accrochages et ainsi parfaitement positionnées et juxtaposées une fois le montage réalisé. Par ce procédé on obtient une sphère dont la surface transparente recouvre et protège une surface imagée.

. Des jeux de «**vignettes images**» différents permettent de composer des motifs et des décors variés. Ces vignettes peuvent être réalisées à partir de photos ou de dessins cadrés et découpés de façon appropriée pour coïncider avec les pièces transparentes.

Les symétries de la sphère

. En utilisant des motifs répétitifs en raison des groupes de symétries qui lui sont propres, la sphère image apparaît comme une sorte de kaléidoscope. La localisation des éléments dominants de l'image met



en évidence tel ou tel des polyèdres réguliers inscrits dans la sphère. Vous pouvez même les faire apparaître explicitement.

Des globes terrestres

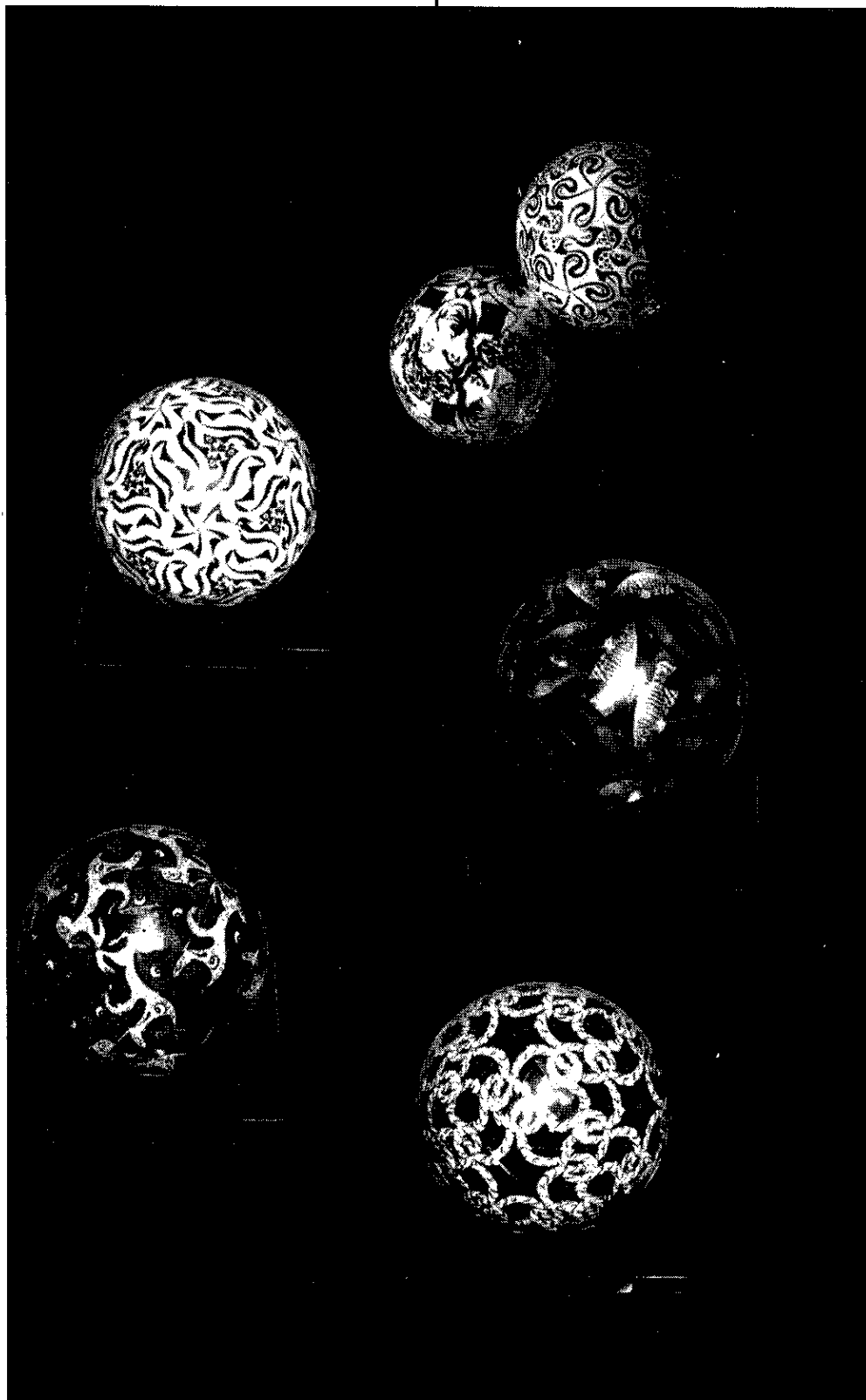
Avec un autre jeu de vignettes vous pouvez partager le globe en deux continents ou plutôt en un super continent et une super mer. C'est la pangée. On peut aussi

réaliser un globe terrestre avec tous les continents actuels à partir d'un jeu de vignettes spéciales dont le positionnement est précisément codé.

Offrez une sphère-image pour Noël!

Sous diverses formes, en permettant de nombreuses manipulations, la sphère-image est un nouvel outil géométrique pour vous familiariser directement avec les mystères de la surface sphérique et c'est, en même temps, un original objet décoratif.

Pour en savoir plus sur la Géode-miroir, relisez le PLOT 39.



Les lecteurs écrivent, pourquoi pas vous ?

Double dérive pour les continents.

La formation des océans in PLOT 51: si un enfant grandit de 5 cm par an du nombril aux pieds, et de 3 cm par an du nombril à la tête, sa «vitesse d'expansion» sera, pour tout un chacun, de 8 cm par an.

De même quand une croûte océanique s'étend de 2 cm par an vers l'Est et de 2 cm par an vers l'Ouest, sa vitesse d'expansion est, en bonne logique, de 4 cm par an et non de ... 2!. Aucun petit génie ne semble s'en être aperçu, heureusement d'ailleurs, il aurait risqué un zéro.

Cette question illustre bien... (voir la conclusion de l'article). Très cordialement à vous,

Pierre Barnouin. 06530 Cabris.

Une classe de Collège «normale»

Une statistique concernant l'évaluation des connaissances de fin de 3ème d'une classe «normale» pour un collège: Classe de 25 élèves, régulièrement classée troisième sur quatre aux contrôles communs. Elle a obtenu 8,3 de moyenne au brevet (8,5 en maths). 13 élèves sont allés en seconde, 12 ont réussi le brevet. Le contenu de l'évaluation (dont nous publierons dans un autre numéro toutes les questions) a été décidé en commun pendant une réunion intercycle (collège-lycée professionnel-lycée). Qu'en pensent les lecteurs du Plot? Ont-ils obtenu des résultats semblables? ou complètement différents dans certains domaines?

Voilà les questions que se posent M. Jean Jehl, professeur dans un collège «normal» à Sainte Eulalie (33560).

Pouvez-vous lui répondre?

Les deux premières questions:

Calcule sous la forme de fractions irréductibles:

a) $1/7 + 3/5 + 3$

b) $4/3 - 2/3 \times 7$

a) 21 réponses justes,

b) 12 et 9 erreurs de priorité.

Ecris sous la forme de fractions irréductibles, sans radical, l'inverse des nombres suivants:

a) $3/5 + 7/3$

b) $\sqrt{5}$

a) 7 réponses justes,

b) 9 (personnes ne connaît le mot radical)

Il y avait 15 questions comme celles là à faire en 2 heures.

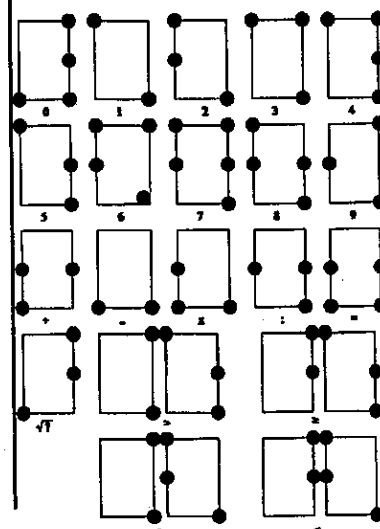
Le chaos modulo 10 ?

Marc Blanchard, auteur et lecteur fidèle du Plot, nous a envoyé ses réflexions sur un exemple de nombres qui s'embaleraient dans le Plot 51 (article sur le chaos). Que pensez-vous de l'application qui à x, entier puis réel, associe son reste modulo 10 ? est-ce vraiment chaotique? Lecteur fidèles du Plot, si vous vous réabonnez, vous pourrez le lire dans le numéro intitulé le zéro et l'infini à paraître courant 91.

Les codes braille mathématiques.

Dans le Plot 52, vous avez cru bien faire en illustrant mon article sur l'enseignement des maths aux déficients visuels par des codes mathématiques braille. Hélas, ce ne sont pas les bons! En effet depuis une vingtaine d'années, les codes ont changé. Vous trouverez ci-contre les nouveaux codes. En ce qui concerne les codes d'inégalités, ils nécessitent chacun deux codes. Peut-être serait-il utile de les signaler aux lecteurs du Plot? Bien Cordialement. F. Magna. (trésorière de l'Apnep)

Ndlr: Voilà qui est fait!



COMPLETEZ VOTRE COLLECTION DE PLOT

Pour les 800 nouveaux lecteurs du PLOT voici la liste des anciens numéros depuis 7 ans.

Le numéro : **25 F**, les quatre numéros de l'année : **60 F**. A vous de choisir !!

Pour commander, renvoyez cette feuille en entourant les numéros ou les années choisis et remplissez le bon de commande page 47.

1984		1988	
N° 26	Les transformateurs. Deleporte-Bouteiller L'analyse vue de Dijon. GRAAFE	N° 42	Dossier spécial Symétrie Lefort, Pérol, Stewart, Léger et BD
N° 27	Rétros pour tous. Monsellier-Mirault La vie des Arbels. G. Chauvat	N° 43	Spécial Congrès Apmep de Loctudy (1987) Serfati, Frattini, Berté, Verdier, Hennequin,...
N° 28	Chronique Australienne. rapport CIEM Réflexions d'un technologue . JC Patrat	N° 44	Spécial expo Horizons Mathématiques Ebenhoh, Fischer, Aebischer, Lefort, Gauthier,...
N° 29	L'ensemble fractal de Cantor. JP Delahaye Pliages et polyèdres . Nury-Duthilleul	N° 45	Dossier spécial Images et mathématiques Emmer, Colonna, Delerue, Parzisz, Taurisson,...
1985		1989	
N° 30	Pliages et accrochages. R. Raba Métamorphoses géométriques. J. Sauvy	N° 46	Dossier spécial Collèges Clinard, Métregiste, Fages, Provost, Gagneux,...
N° 31	Le prix de revient au kilomètre. P. Daudin La parallèle à une droite . JP Guichard	N° 47	Mathématiciens en Révolution . IUT de Tours Quels profs pour demain. M. Dofal
N° 32	La France déformée. JB Touchard L'enseignement de la géométrie . E. Thépot	N° 48	Spécial congrès de Rouen: la curiosité Bourguignon, Bolon, Berté, Dussan, Delclaux
N° 33	Des rectangles en tous genres. Groupe GEM Méthodes numériques en physique. JC Trigassou	N° 49	Popularisation des maths. Kahane, Howson, Pollak Pythagore s'expose au collège. S. Ducloux
1986		1990	
N° 34	Langues et mathématiques. Inrap, Niamey Mu-Math pour la classe. JF Canet	Dossiers :	
N° 35	Modèles erronés en Collège . M. Aubree Une idée de Pascal. R. Stowasser	N° 50	Maths dans la vie
N° 36	Où est le centre de la France? J. Lubczanski Pilote de micro-robots. M. Vivet	N° 51	Dossier spécial Lycées
N° 37	Dossier spécial Aléatoire . Chauvat-Darche	N° 52	Congrès Apmep de Paris
N° 38	Cartographie . P. Monsellier Mesures et dimensions. JP Kahane	N° 53	Les enjeux des Mathématiques. Viète, Graphix et le chocolat.
N° 39	Dossier spécial « voir dans l'espace » Darche, Blanc, Pallascio, Vignes,...	Et n'oubliez pas, les Dossiers, Matériels et Affiches du PLOT Une nouvelle affiche pour la classe: Cercles et Sphères (Poitiers)	
N° 40	Spécial expo: Faire des maths autrement Mison, Guichard, Gauthier, Pagano, Patras		
N° 41	Dossier spécial: Itérer pour approximer Clinard, Darche, Olivier, Crépin, Parot, Cheick		
1987			
N° 38	Cartographie . P. Monsellier Mesures et dimensions. JP Kahane		
N° 39	Dossier spécial « voir dans l'espace » Darche, Blanc, Pallascio, Vignes,...		
N° 40	Spécial expo: Faire des maths autrement Mison, Guichard, Gauthier, Pagano, Patras		
N° 41	Dossier spécial: Itérer pour approximer Clinard, Darche, Olivier, Crépin, Parot, Cheick		

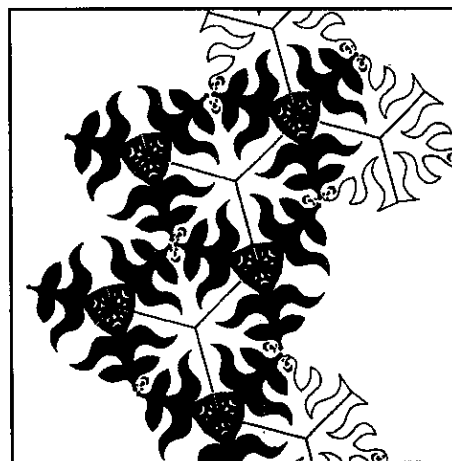
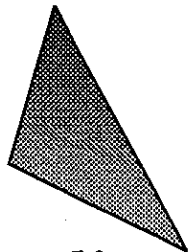
Le PLOT,

journal des régionales de l'Apmep
vous propose, pour 1991, quatre nouveaux
numéros exceptionnels sur :

- n° 54 - Collèges, lycées, les programmes changent
- n° 55 - L'espace redessiné
- n° 56 - Le zéro et l'infini
- n° 57 - L'Apmep en congrès en Guadeloupe

INFO-DERNIERES

Nouveauté 91



**Des livres en couleurs,
couverture cartonnée, presque
des livres objets, à mettre dans
les mains de tous les élèves:**

Pavages et entrelacs de Raoul Raba. «Coupez, collez» et réalisez n'importe quel pavage. Des pavages géométriques aux pavages figuratifs, l'auteur propose des «fiches-coutures» qui vous permettront d'explorer seul ou avec vos élèves les motifs répétitifs en dimension 2 et 3.

Un livre original à lire avec du scotch (!) et des ciseaux.

Prix de souscription: 80 F.

Prix de vente normal: 120 F.

Parution: mars 91.

Maths en pièces de Raymond Torrent et Michel Darche. Là encore un livre à lire avec du carton et un cutter.

Depuis l'origine, les mathématiciens se sont aidés de découpages et de puzzles pour découvrir les mathématiques. Des Grecs aux Chinois, de Pythagore à Euler, les mathématiques se sont aussi construites avec du matériel concret que les auteurs vous invitent à découvrir et à utiliser avec vos élèves, du primaire au lycée.

Prix de souscription: 80 F.

Prix de vente normal: 120 F.

Parution: juin 91.

Une idée

originale

du PLOT:

les

dossiers -

matériels

47

Bon de commande en souscription (1)

☐ Pavages et entrelacs,
116 pages. 80 F

nom: _____

☐ Maths en pièces,
116 pages. 80 F

adresse: _____

☐ Les deux dossiers-matériels: 150 F
(franco de port)

ville: _____

(1) Adressez votre commande
accompagnée de son règlement à:

ADECUM
B.P. 6759

45067 - ORLEANS - Cedex 2
CCP - La Source 1 775.07 H

Le journal PLOT - Tarifs 1991

Nom et prénom
ou établissement

Adresse complète

Code postal et ville

Pour les 4 numéros de :

1984	☐	1989	☐
1985	☐	1990	☐
1986	☐	1991	☐
1987	☐	1992	☐
1988	☐	1993	☐

Ecole élémentaire ☐

Collège ☐

Lycée ☐

Supérieur ☐

Autre ☐

Réabonnements

	Tarif normal et établissements*	et Adhérents Apmp	Supplément avion	Total à payer
Pour un an	120 F	90 F	+ 40 F	
Par année supplémentaire	+ 90 F	+ 70 F	+ 40 F	

désire facture
nouvel abonné ☐

Co-abonnement :

	à PLOT et à Tangente	Jeune Archimède	Tangente & J.A.	Suppl ^t avion	Total à payer
Pour un an	215 F	150 F	275 F	+ 85 F	
Par année supplémentaire	195 F	130 F	255 F	+ 85 F	

* 2 exemplaires pour les établissements

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

RÉDUCTION 20% pour les abonnés au PLOT

Prix unitaire normal

Matériel (nombre) Dossier (nombre) Coût Total

Les
Dossiers
et
Matériels
du PLOT
— Tarifs 91 —

50 F	Kit Polyèdres n°1 - Dossier technique			
50 F	Kit Polyèdres n°2 - Dossier pédagogique			
50 F	Papiers accrochés			
50 F	Pilages et mathématiques			
50 F	Pavages et symétries			
50 F	Les Dossiers "Ludi-Math" (Poitiers)	n° 3	n° 4	
50 F	Catac gue exposition : Mosaïque Mathématique			
100 F	Dossiers "Spécial II" (300 p Adcs)			
10 F	Affiches pour la classe : Format minimum 40 x 60 cm			
10 F	1. Horizons Mathématiques 2. L'esprit informatique			
10 F	3. Volume impossible 4. Polyèdres dans l'espace			
10 F	5. Pavage hyperbolique(1) 6. Pavage hyperbolique (2)			
20 F	7. Triangles (1) ou (2) 8. Cercles et sphères			
20 F	Pour envoi des affiches roulées dans un tube (en option)			
50 F	Pochettes pour rétroprojecteur n° 5 à 10, 12 à 14			
100 F	Pochettes de diapositives n° 1 à 6			
100 F	Géode - miroir ☐ Sphère - image ☐			
Sous total				
Réduction 20% pour les abonnés au Plot				
Frais d'envoi forfaitaires*				20 F
TOTAL A PAYER				

* Frais d'envoi par avion à compter en plus

NOM :
Adresse :
Code Postal :

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

SOMMAIRE du N° 54

- Frises du plan - Michel Soufflet, Nouakchott
- Enseigner les maths en 2.002
- La division de Lazard - P. Cognée, Poitiers
- Le chaos : convergences et divergences
- Une expérience en lycée: des maths pour tous, Orléans
- Pavages de la sphère - R. Raba, Lay-les-Roses
- L'école d'été d'automne de l'Apmp - G. Chauvat, Tours