

Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction
Jacques Borowczyk,
Daniel Bouté, Gérard Chauvat,
Jacqueline Collet, Roger Crépin,
Luce Dossat, René Gauthier,
Georges le Nezet, Ginette Mison,
Serge Parpay, Raymond Torrent,
Michel Mirault, René Metregiste.

Rédaction
Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat
Madeleine Schlienger

Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monsellier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement
120 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 90 F.
Abonnement étranger : 120 F.

Photocomposition et maquette
Techniques Graphiques du Futur
Limoges

Photogravure et impression
Fabrègue - Limoges

Commission paritaire
63181 - ISSN 0397-7471

Editeur
Associations régionales
de l'APMEP de Poitiers,
Limoges, Orléans-Tours,
Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse
Brest, Caen, Clermont-Ferrand et
La Réunion

Diffusion
Adecum (Association pour le
développement de l'enseignement
et de la culture mathématique).
Publié avec le concours
du Centre National des Lettres et
du Ministère de la Coopération

SOMMAIRE

- Editorial

01

CONGRES GUADELOUPE

- Géométrie grand public - R. Pallascio - Cirade - Montréal 02
- Le rétroprojecteur - J. Fromentin & N. Toussaint - Niort - Reims 07
- Espace et perspectives en BTS d'Arts appliqués
F. Colmez, B. Parzysz, C. Thomas - Irem Paris 15
- Les 6 merveilleuses projections - D. Hoyois - Lausanne 20

Suite du n° 55

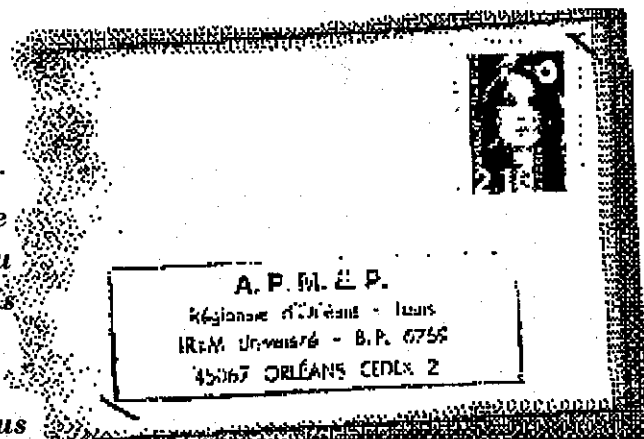
- Dessiner dans l'espace - Bouteiller et Dupérier - Tours & Chartres 23
- Perception : évocation et démonstration - A. Taurisson - Montréal 26
- Perspectives et enseignement professionnel - G. Vaton - Abidjan 36
- Perceptive, parallèle ou cavalière ? - B. Parzysz - Metz 41
- Perspectives d'autobus - Noël Blotti - Paris 43
- Mathématiquement vôtre 45
- ISTRON - Jean-Michel Kantor - Paris 45
- RÉAbonnements - bon de commande matériels PLOT 48

EDITORIAL

**Le réabonnement, un problème,
une charge importante pour l'équipe.**

Depuis 4 ans plusieurs méthodes ont été utilisées jusqu'à l'enveloppe timbrée pour la réponse.

Malgré cela, des lecteurs fidèles attendent de nous rencontrer lors de journées Apm par exemple, pour dire "Tiens, au fait!! peux-tu vérifier si je me suis réabonné..."



Pour 92, nous vous proposons de le faire dans la foulée de la lecture de ce DERNIER PLOT de l'année. Et cela au tarif préférentiel de 80 F. Mais attention, cette offre n'est valable que jusqu'en Janvier!

Après ... on vous enverra une enveloppe timbrée!!! Pour que vous puissiez lire les numéros de 92: le zéro, l'infini, les mathématiques ... francophones etc...

De toute façon, bonne année et joyeuses fêtes.

L'équipe Apmep du PLOT

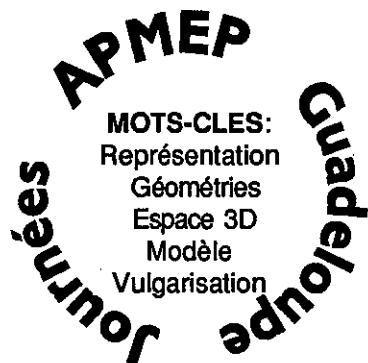
GÉOMÉTRIE GRAND PUBLIC

Richard PALLASCIO

CIRADE, Université du Québec à Montréal



Université du Québec à Montréal



Une grande partie du travail des scientifiques et des technologues consiste à mettre au point et à rendre optimaux des modèles, de type iconique, analogique, formel ou théorique. Dans chaque cas, il s'agit d'élaborer une représentation du réel au cours de laquelle on opère des réductions et des simplifications qui permettent par voie de comparaison et d'analogie, de rendre compte des phénomènes. La manipulation ou la création de modèles inédits sont des activités qui font appel à une participation cognitive active au sens où elles invitent à imaginer un modèle ou à en explorer la fécondité. Une équipe de recherche sur la représentation spatiale a développé des modules d'exposition scientifique sur ce thème, dans le but de fournir des outils d'appropriation de l'univers de la science et de la technologie informatique.

MATHÉMATIQUEMENT VÔTRE !

Défis et perspectives pour l'enseignement des mathématiques

A Way with Math !!!

De juin à septembre 1990, les expositions françaises conçues par l'Adecum et co-produites avec la cité des Sciences: **L'esprit Informatique / Data on the Move** et **Horizons mathématiques / A Way with Math** ont été offertes au grand public du Musée National des Sciences et de la Technologie, à Ottawa. Depuis elles sont en itinérance à travers le pays. A ces expositions, nous avons ajouté quatre modules portant sur la représentation spatiale, sujet sur lequel notre équipe de recherche se penche depuis quelques années, dans le contexte de la didactique des mathématiques, plus précisément celui de l'enseignement de la géométrie.

Extraits majorés, tirés de «Modélisation et représentation du réel», dans Sciences, techniques et imaginaire, Giordan, A., Martinand, J.-L. et Souchon, C. (éd.), Actes des XII^e Journées internationales sur l'éducation scientifique, 1990, pp. 251-256.

Les raisons qui peuvent être invoquées pour justifier la nécessité de fournir au grand public des outils d'appropriation de l'univers de la science et de la technologie sont multiples et de divers ordres. A la suite d'une étude sur l'enseignement des sciences, le Conseil des Sciences du Canada suggérait qu'il s'agissait là d'une condition nécessaire à une participation éclairée des personnes à la vie démocratique de notre société. On comprendra qu'il s'agit là d'un objectif très englobant. Toutefois, dans cette ligne d'idées, nous avons choisi de centrer notre attention sur l'un des aspects cruciaux de l'appropriation mentionnée plus haut, c'est-à-dire la compréhension de l'usage de l'idée de modèle. En permettant au visiteur d'une exposition comme *L'esprit Informatique* de jouer avec de tels modèles, nous pouvons mettre en évidence l'activité du scientifique comme créateur de modèles.

Les maths, créatrices de modèles

Une grande partie du travail des scientifiques et des technologues consiste à mettre au point et à rendre optimaux (Libouty, 1985) des modèles en vue soit d'expliquer des phénomènes, soit d'en prévoir le déroulement ou, encore, de planifier des expérimentations qui, rétroactivement, fourniront l'information nécessaire à la spécification des modèles. Ceux-ci peuvent être de natures diverses allant du plus concret au plus abstrait. Ainsi en est-il par exemple des types de modèles suivants (Guibert et Osborne, 1980):

- modèle iconique: réductions à l'échelle, photographies...;
- modèle analogique: simulations, représentations cybernétiques...;
- modèle formel: programmes d'ordinateur, systèmes d'équations mathématiques...;
- modèle théorique: systèmes de principes et de relations abstraites.

Mais, en tout état de cause, il s'agit dans chaque cas d'élaborer une représentation du réel au cours de laquelle on opère des réductions et des simplifications qui permettent par voie de comparaison et d'analogie, de rendre compte des phénomènes. Par exemple, on étudiera le comportement des gaz à l'aide du modèle corpusculaire, celui de la matière à l'aide du modèle atomique, celui de la transmission héréditaire à l'aide du modèle de l'ADN, celui des

systèmes météorologiques à l'aide de modèles simulés sur ordinateur... Ainsi, contrairement à la croyance populaire, scientifiques et technologues ne travaillent pas directement sur les phénomènes dont la complexité est souvent a priori rebutante, mais plutôt sur des modèles qui permettent «... de traduire les questions difficiles concernant le phénomène en questions plus faciles qui concernent le modèle» (Régner, 1974), ce qui, cela va de soi, indique bien que la connaissance produite n'est jamais complétée. Or, la prise de conscience de celle-ci constitue une condition nécessaire à une appréciation critique des savoirs produits par les sciences et les technologies.

Nous avons choisi un contexte para-scolaire et muséal pour explorer ce type d'activités, afin d'offrir une liberté d'action au jeune public visé et de laisser place à une dimension essentielle de l'enfant qui ne s'exprime qu'avec difficulté à l'école: l'imaginaire. Ayant contribué à une recherche ces dernières années sur la perception et la représentation spatiale, nous avons adapté un certain nombre de nos outils d'investigation dans le but de développer des modules d'exposition scientifique et de permettre l'appropriation d'une partie de l'univers de la science et de la technologie.¹

LA REPRÉSENTATION SPATIALE

La représentation spatiale est cette capacité d'intérioriser de façon qualitative un modèle spatial par l'analyse et la synthèse de ses propriétés géométriques, et d'effectuer des opérations mentales sur ce modèle.

Nous distinguons deux dimensions principales dans le développement des habiletés spatiales: analytique et opératoire. La dimension **analytique** concerne la perception ou la reconnaissance des formes et de leurs propriétés géométriques. La dimension **opératoire** concerne la représentation mentale d'une transformation géométrique, suite à une opération portant sur une forme.

Plusieurs métiers et professions requièrent une bonne perception et une bonne

¹ Equipe de recherche sur la représentation spatiale (Jacques Désautels et Marie Larochelle de l'Université de Laval; Richard Allaire, Maurice Bélanger, Claude Janvier, Jean-Baptiste Lapalme et Richard Pallascio de l'UQAM), CIRADE, en collaboration avec Michel Darche, concepteur de l'exposition "L'esprit informatique".

représentation spatiale: opérateurs de grue mécanique, designers, architectes, chimistes, cristallographes, etc. De plus chaque citoyen peut bénéficier d'habiletés spatiales développées dans la maîtrise de son environnement: orientation dans l'espace, appréciation de formes modernes, transformation de matériaux (menuiserie, sculpture...), etc. Enfin, au niveau intellectuel, il semble que la compréhension de tout concept s'accompagne d'images spatiales. Par exemple, la plupart des occidentaux conçoivent le temps à l'aide d'une droite ordonnée, où le passé se situe à gauche (les nombres négatifs), le présent à l'origine (le point zéro) et le futur à droite (les nombres positifs). Or le passé n'a rien à voir avec la gauche, ni le futur avec la droite! Mais cette image spatiale permet de se représenter mentalement le concept de temps. On peut supposer que des concepts plus difficiles vont faire appel à une visualisation spatiale plus développée.

UN EXEMPLE: LA RIGIDITE DES STRUCTURES

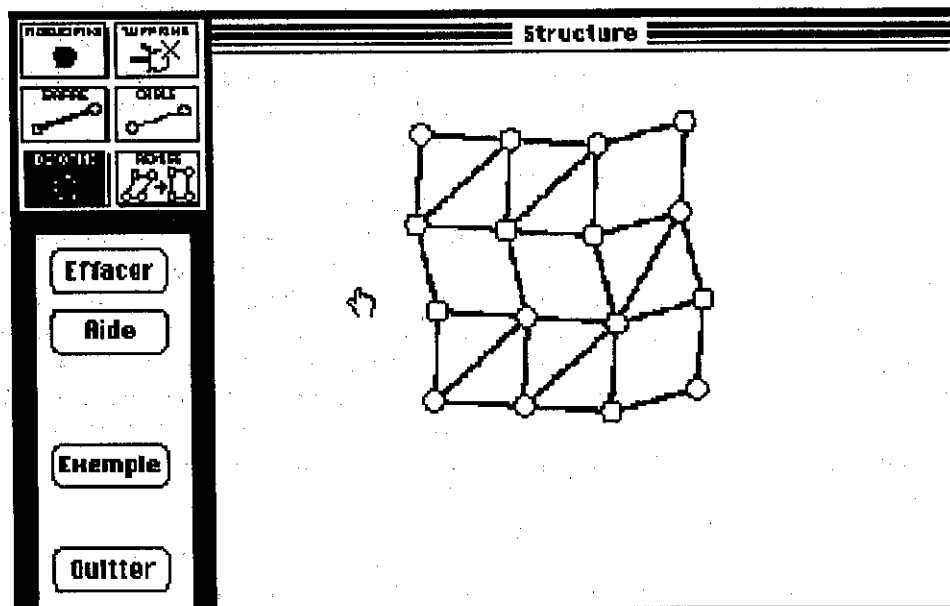
Le problème qui suit est présenté sous forme de manipulation à effectuer. Une structure orthogonale 4x4 sommets et des diagonales sont placées sur la table, avec la consigne suivante: «essayez de rendre rigide la structure en choisissant judicieusement le plus petit nombre de diagonales; vérifiez chacun de vos essais.» En plus du modèle physique, un modèle ana-

logique² est proposé (voir la figure qui suit) afin de tester à l'aide d'une simulation par ordinateur (Baracs et Langlois, 1989), la rigidité de différentes structures, dont la précédente:

Ce type de modèle analogique force l'individu à essayer de prévoir le comportement d'une structure de son invention et à imaginer l'articulation de ses éléments. La manipulation ou la création de modèles inédits sont des activités qui font appel à une participation cognitive active au sens où elles invitent à imaginer un modèle ou à en explorer la fécondité.

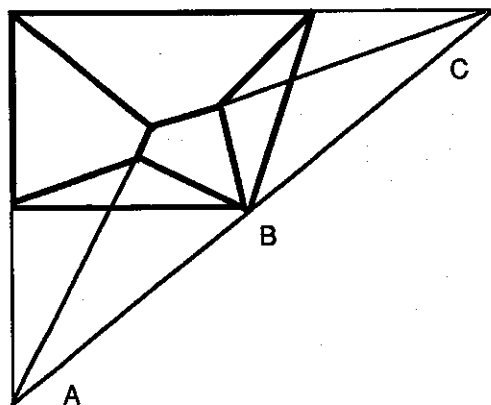
Les éléments de solutions à ce problème relèvent évidemment de règles mathématisées, par exemple: $2s - 3 = a_m$, où s désigne le nombre de sommets dans la structure planaire et a_m indique le nombre minimal d'arêtes nécessaires pour rendre la structure rigide. Comme il y a déjà 24 arêtes, il est donc nécessaire de disposer de 5 diagonales: $2 \times 16 \text{ sommets} - 3 = 24 + 5$. Quatre des cinq diagonales ne doivent jamais être disposées en circuit, entraînant la dépendance de l'une d'entre elles par rapport aux trois autres (voir la figure ci-dessus).

D'autres problèmes de structure, cette fois en lien avec l'espace tridimensionnel, sont posés à l'élève ou au visiteur de l'exposition scientifique. Par exemple, deux structures bidimensionnelles quasiment identiques, l'une rigide, l'autre déformable, sont suspendues par deux de leurs sommets consécutifs respectifs, avec la question

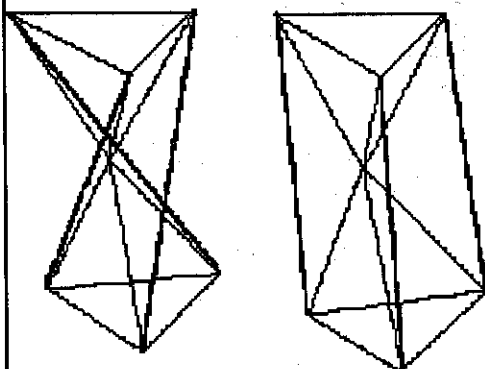


² La fonction «déforme» permet de tester la rigidité de la structure, alors que la fonction «barre» permet d'ajouter des arêtes.

« quelle structure peut être déformée? » La solution, tout à fait non triviale, réside dans le fait que l'une des structures est le graphe correspondant à la projection d'un polyèdre. Par contre, la visualisation de la condition (A, B et C colinéaires) est tout à fait simple à vérifier:



De même, deux structures tridimensionnelles, l'une rigide, l'autre déformable, sont posées sur la table de l'exposition, avec la question: « tentez de trouver quelle structure est rigide, sans y toucher; vérifiez si votre intuition vous a bien secondé(e). »



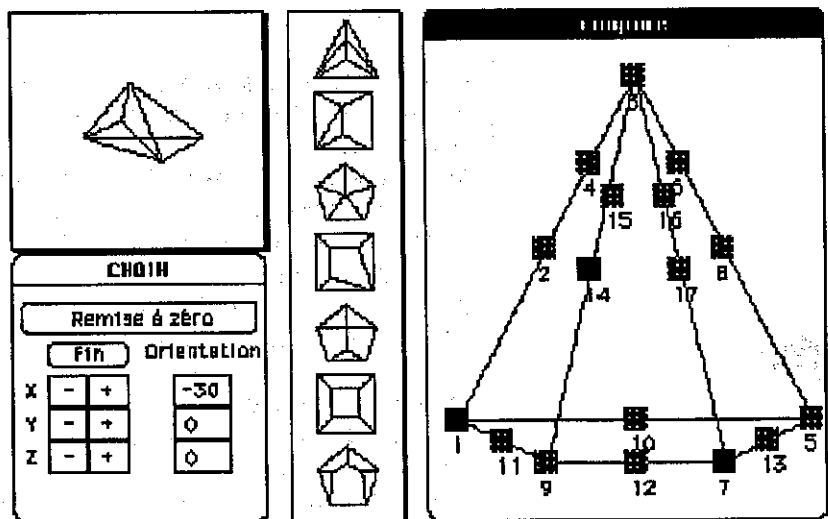
UN AUTRE EXEMPLE: LA GÉNÉRATION DE FORMES PAR TRONCATURE

Un autre logiciel de l'exposition place l'utilisateur en mesure de simuler l'espace tridimensionnel à l'écran. Il se retrouve devant la représentation d'une pyramide

quadrilatérale. Il doit pointer judicieusement trois endroits de la pyramide³ permettant à l'aide d'un plan de coupe imaginaire d'engendrer une nouvelle forme. L'ensemble des nouvelles formes engendrées⁴ sont des hexaèdres, au nombre de sept, dont le cube, la pyramide pentagonale et le bitétraèdre.

La simulation sur ordinateur fournit à l'utilisateur un modèle analogique lui permettant de développer ses habiletés perceptives et représentatives: la perception des éléments de la forme de départ, le plan de coupe, la forme engendrée si ses choix s'avèrent corrects, la rotation simulée de cette forme selon l'un des trois axes orthogonaux de l'espace tridimensionnel, l'identification du graphe de Schlegel de cette forme. Un problème plus difficile consiste à déterminer quel plan de coupe permettra d'obtenir la forme correspondant à un graphe prédéterminé.

La figure qui suit indique que les points 1, 7 et 14 permettent d'engendrer un bitétraèdre (1er graphe en haut, au milieu).



³ Par trois points non alignés passe un et un seul plan.

⁴ Une troncature doit engendrer une forme d'une variété topologique différente de la forme de départ.

TOUT MODÈLE N'EST JAMAIS LA RÉALITÉ.

Il n'en est qu'une représentation plus ou moins imparfaite! Par contre tout modèle au moins localement exact peut s'avérer utile à l'une ou l'autre des étapes de l'apprentissage de l'individu, surtout dans un domaine aussi symbolisé que les mathématiques, une métaphore de la réalité, comme d'autres, les arts par exemple, créés par l'être humain.

L'individu doit apprendre que, parfois, son intuition lui joue des tours, et qu'il doit travailler de façon à pouvoir composer avec elle, par exemple en apprenant à extérioriser ses attentes intuitives, et nous, en lui fournissant le support approprié. Les élèves, comme nous tous, ont des représentations plus ou moins spontanées et plus ou moins proches de la réalité. Le modèle le plus récent, créé par un membre de la communauté scientifique ou... par un enfant, ne sera toujours qu'une représentation de la réalité, imaginée par l'esprit humain, sans toutefois jamais atteindre cette réalité.

Cela se reflète dans notre conception d'un musée. Il s'agit d'une grosse boîte dans laquelle les visiteurs peuvent trouver du matériel didactique, des outils, des problèmes à résoudre, leur permettant d'élaborer ou de tester des modèles. Il s'agit, dans le cas d'un musée à vocation scientifique, de permettre aux visiteurs, jeunes ou adultes, de construire de nouvelles relations avec la science et également avec la société qui a à la produire et à l'utiliser. Nos modules d'exposition sont donc conçus comme un médium polyvalent qui permet de communiquer et de mettre le corps, les sens, les émotions et l'esprit à l'oeuvre et à l'épreuve. ■

Pour en savoir plus :

1. Baracs (J.), Langlois, (L.), 1989. *Structure*, Université de Montréal, 25 p.
2. Guilbert, (J. K.), Osborne, (R. J.), (1980). The Use of Models in Science and Science Teaching, *European Journal of Science Education*, 2(1), 3-13.
3. Lilibouty, (L.), 1985. Modèles et révolution, *La recherche*, n° 163, 272-278, Février
4. Régulier, (A.), 1974. *La crise du langage scientifique*, Paris, Ed. Anthropos.
5. Article de Dewdney in *Pour la Science* n° 165, Juillet 1991
6. voir aussi les articles de l'auteur in PLOT passés et à venir.

Pour aller plus loin :

Ces logiciels (sur Macintosh) et panneaux sur la perception de l'espace sont disponibles auprès de :

Centre Sciences,
CCSTI de la région Centre,
72 faubourg Bourgogne
45000 Orléans.



*La science est l'asymptote de la vérité,
elle approche sans cesse et ne touche jamais!
(Victor Hugo, dans Shakespeare)*

LE RETROPROJECTEUR

Bien communiquer pour mieux enseigner

Jean Fromentin et Nicole TOUSSAINT , Niort & Reims

Le rétroprojecteur rend aussi l'enseignant plus disponible auprès de ses élèves ; la projection d'un document «simple», écrit à la main ou photocopié, dispense du temps d'écriture au tableau et permet d'être davantage «présent» dans la classe. Il faut cependant auparavant prendre le temps de préparer le document ; mais c'est un INVESTISSEMENT de longue durée.

Pour réaliser de tels documents il faut se procurer un matériel spécifique à la rétroprojection :

- des transparents «écriture main»
- des transparents spéciaux pour photocopieur
- des feutres «permanents» qui ne s'effacent qu'à l'alcool ou avec une gomme spéciale
- éventuellement des feutres solubles qui s'effacent avec un linge humide.

D'autres matériels sont nécessaires; mais certains font déjà partie de la panoplie du Professeur de Mathématiques (instruments de mesure et de dessin), et nous signalerons les autres le moment venu.

Remarques : le rétroprojecteur s'utilise en plein jour, et il n'est pas nécessaire d'avoir un écran; on peut très bien projeter sur le tableau et même travailler à la craie sur le document projeté.

L'objectif de cet atelier était de montrer, par la présentation de documents déjà réalisés, les possibilités techniques et pédagogiques du rétroprojecteur et de démontrer, par des séances de fabrication, que ces réalisations sont à la portée de tous. Il semble que l'objectif ait été atteint car les nombreux participants ont demandé des séances supplémentaires!

Voyons maintenant les différents modes d'utilisation, les techniques associées et leurs intérêts pédagogiques

Les utilisations les plus courantes

- Tout texte, pas trop long, peut être écrit sur transparent (écrire assez gros) et projeté en classe : un exercice, un problème, une définition à faire noter sur le rétroprojecteur...

- Un dessin long à réaliser peut être préparé sur transparent. Un conseil cependant: le réaliser d'abord sur papier puis décalquer; c'est plus sûr ! Mais si l'intérêt du dessin réside dans sa construction il vaut mieux alors le réaliser (ou le faire réaliser) au tableau.

- Les élèves travaillent sur un document photocopié (tableaux, graphiques, cartes routières, figures géométriques à compléter ...), la photocopie du document sur transparent permet de travailler «au tableau» sur le même document que les élèves, de donner sur ce document des informations qu'il serait difficile de donner autrement, d'apporter des aides précises en cours d'activité et éventuellement de faire le point avec toute la classe en fin d'activité.

Remarque : si le travail consiste à compléter le document, on peut fixer un transparent vierge sur le premier et y porter les compléments en conservant ainsi le document intact. Et si le travail n'est pas terminé en fin de séquence, il est ainsi mémorisé et peut être repris en l'état à la séquence suivante.

Le rétroprojecteur , au même titre que les autres moyens audiovisuels, est une aide à la communication, à la transmission de l'information, aspect capital de notre métier. Et les idées de réalisation viennent à l'esprit dans notre pratique quotidienne, lorsqu'on éprouve avec le seul «tableau noir» des difficultés à transmettre une information ou lorsqu'on se rend compte qu'on peut améliorer, à l'aide du rétroprojecteur, une explication.

- On travaille par exemple sur les changements d'unités de mesures. On peut réaliser sur transparent les tableaux de changement d'unités, on projette au tableau et on complète à la craie le document projeté. En effaçant les nombres, on n'efface pas les colonnes!

Signalons à ce sujet les «Quadrillages» de toutes sortes de l'IREM d'ORLEANS (même un quadrillage millimétré) qui, projetés au tableau, servent de support aux graphiques, aux tracés de droites dans le plan repéré, aux travaux géométriques sur quadrillage et autres...

- Les élèves eux-mêmes peuvent travailler sur transparent (il faut avoir suffisamment de feutres). On peut ainsi présenter leurs réalisations à toute la classe (ils peuvent aussi le faire eux-mêmes) et s'en servir comme base de travail.

Bien d'autres utilisations simples sont possibles; vous les découvrirez en vous lançant dans la rétroprojection.

Nous allons voir maintenant quelques techniques particulières qui demandent un certain apprentissage, et c'était aussi l'objet de cet atelier. Nous ne pouvons pas décrire tous les documents que nous y avons présentés; nous avons choisi les plus caractéristiques.

Technique des «rabats».

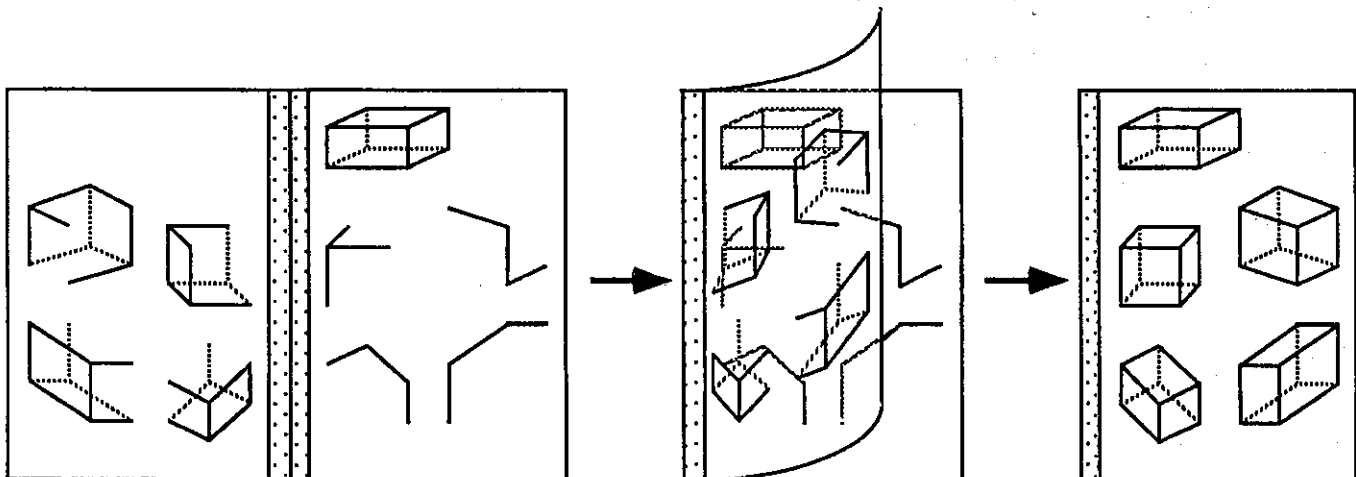
Exemple : Dessin en perspective d'un parallélépipède rectangle.

Les élèves ont à reproduire un parallélépipède rectangle sous des points de vue différents, trois arêtes caractéristiques étant données.

Le transparent de «base» correspond au document «papier» sur lequel les élèves doivent travailler. Il peut être utilisé seul dans un premier temps pour présenter l'activité ou pour apporter des aides en cours d'activité (travail à la craie au tableau par exemple). Le rabat sur lequel sont tracés les compléments des figures permet, une fois rabattu sur le transparent de base, de présenter le travail fini et de faire le point en fin d'activité. Le document complet peut servir aussi de vérification individuelle ; on le fait passer dans la classe et les élèves contrôlent leur travail en le superposant à leurs propres dessins.

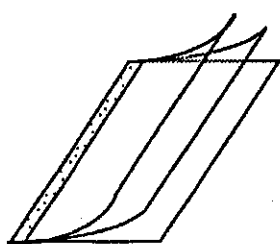
Réalisation :

- 1- Faire tous les tracés sur le document papier.
- 2- Placer côte à côte deux transparents vierges et les «scotcher» avec un ruban adhésif **non invisible**; celui-ci sert de charnière. Ne pas utiliser de ruban adhésif invisible (sur papier) qui devient opaque en projection et qui casse facilement.
- 3- Rabattre l'un sur l'autre les deux transparents et fixer, avec des trombones, celui du dessous sur le document papier.
- 4- Décalker sur le transparent de base puis sur le rabat les parties du dessin qui conviennent. En opérant ainsi, la superposition est parfaite !
- 5- Séparer les transparents du document papier; le document «rétroprojecteur» est prêt.

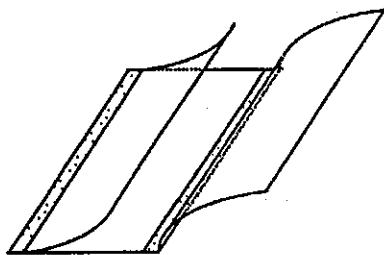


Remarques :

- Il est possible d'installer plusieurs rabats



Rabats liés

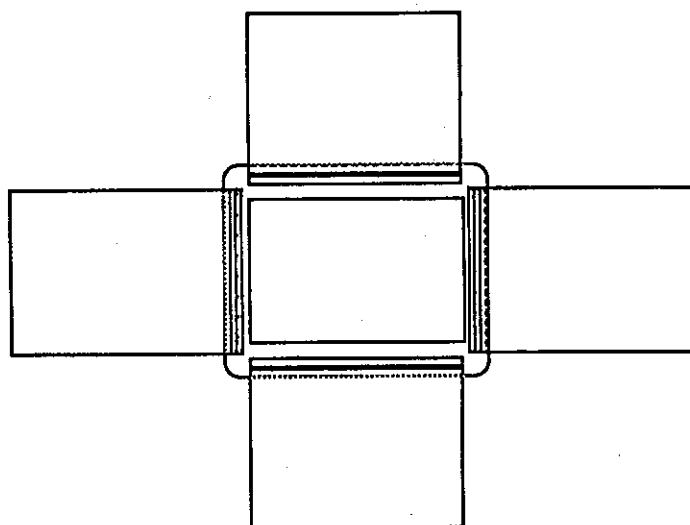


Rabats indépendants

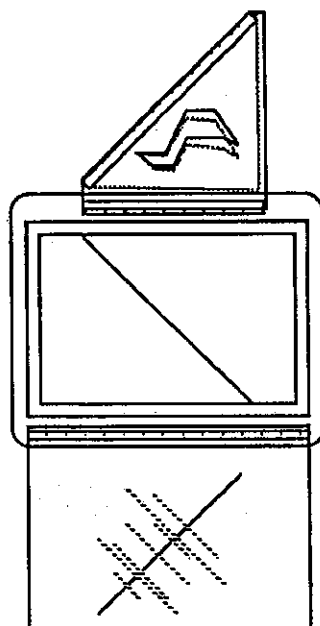
- Lorsqu'il y a beaucoup de rabats, on peut fixer transparent de base et rabats sur un cadre en carton qu'on trouve dans le commerce ou qu'on découpe soi-même. Ce cadre consolide l'ensemble et cache, en projection, les rabats non encore utilisés.

- Attention à la position des charnières et à la dimension des rabats; il faut que chacun se loge à l'intérieur de la zone formée par les trois autres charnières.

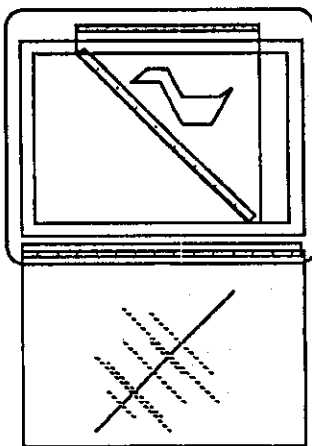
- Un rabat peut «supporter» un autre rabat. Voir l'exemple suivant.

**Autre exemple :****La symétrie orthogonale.**

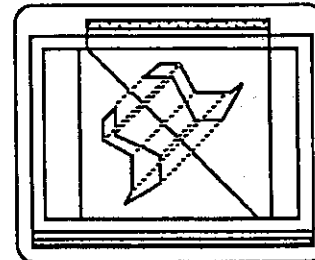
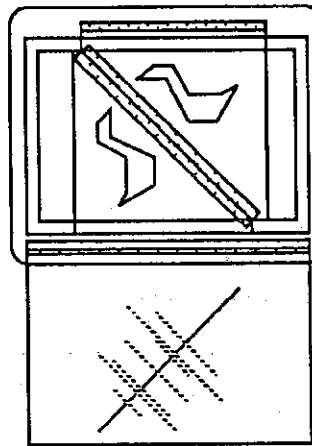
La technique des rabats fait tout naturellement penser à la notion de symétrie orthogonale. Voici un exemple de document où l'un des rabats supporte un autre rabat dont la charnière correspond à l'axe de symétrie.



Document déployé



Présentation de l'activité

Mise au point
en fin d'activité

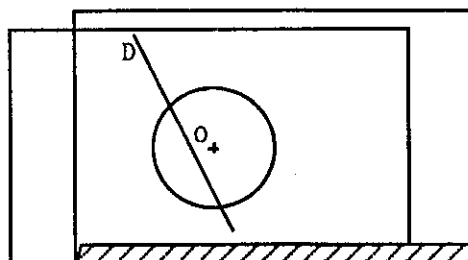
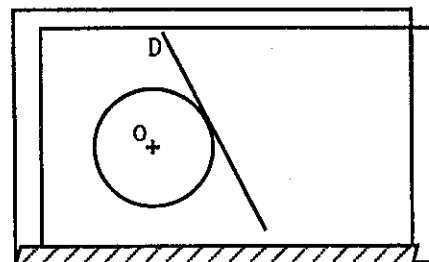
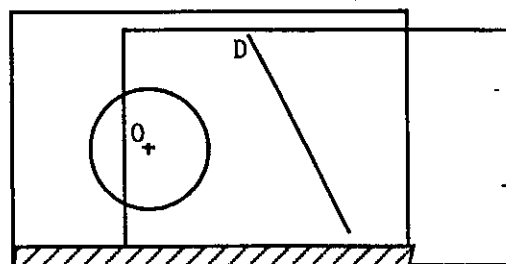
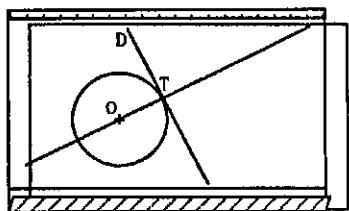
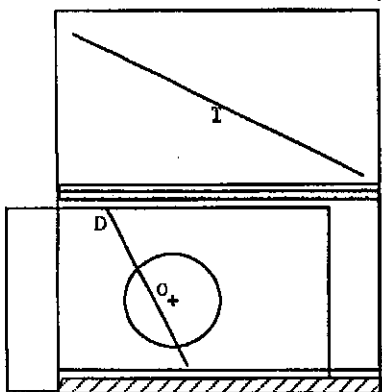
Technique des «glissières».

Exemple : Intersection d'une droite et d'un cercle.

A propos de l'intersection d'une droite et d'un cercle, trois cas de figure se présentent, qu'il faut dessiner séparément au tableau. La technique de la glissière permet de considérer les trois cas en «continu».

Et si en plus on trace sur un rabat la droite passant par le centre du cercle et perpendiculaire à la droite D, on peut faire observer que pendant son déplacement la droite D garde la même direction et reste donc perpendiculaire à l'autre droite.

Ainsi dans le cas où la droite D est tangente au cercle au point T, on fait remarquer qu'elle est perpendiculaire au rayon [OT] ; d'où la présentation «naturelle» de la construction de la tangente en un point d'un cercle.



Réalisation :

1°) Placer une règle plate sur le transparent à 1,5 ou 2 cm du bord et bien l'appliquer d'une main.

2°) Relever avec l'ongle le bord du transparent contre la règle (faire plusieurs passages). Le «pré-pli» est ainsi bien droit.

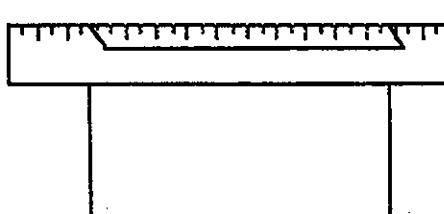
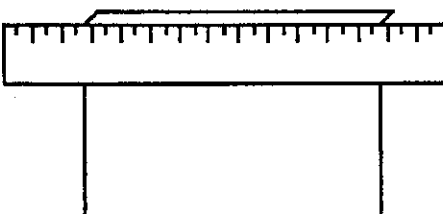
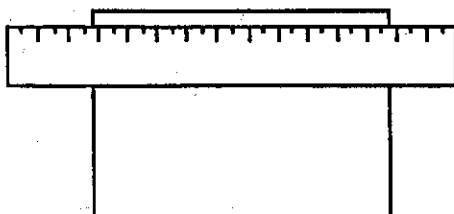
3°) Enlever la règle et rabattre le morceau

relevé sur le transparent.

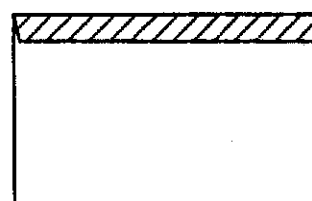
4°) Fixer le pli avec, par exemple, un anneau de ciseaux.

Une telle glissière sert à positionner rapidement un document à superposer ou sert de guide pour un déplacement par glissement.

10

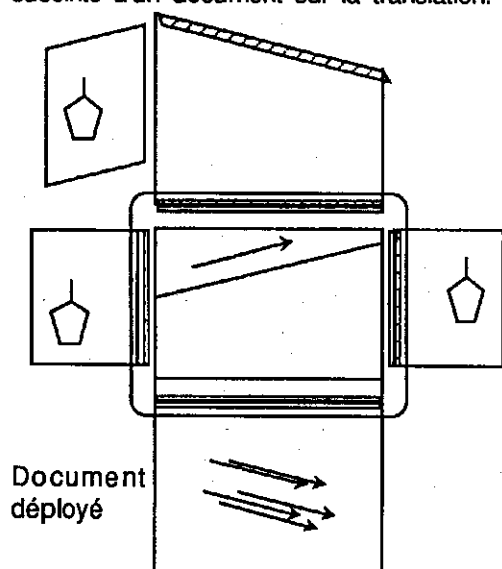


On a, dans l'exemple précédent, combiné les deux techniques «rabat» et «glissière». On peut être amené à réaliser des documents où le transparent qui glisse possède lui-même une glissière pour un autre transparent. On peut ainsi déplacer un objet en tout lieu de la zone «permise».

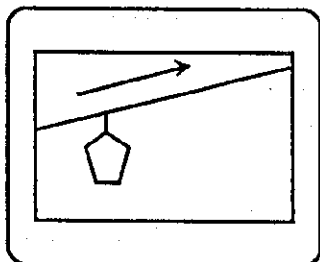


Autre exemple : La translation.

La technique de la glissière fait tout naturellement penser aux notions de translation et de projection. Voici la présentation succincte d'un document sur la translation.

**Activité :**

Sur leur document papier, les élèves doivent dessiner le téléphérique dans sa position finale.

**Aide possible en cours d'activité :**

On fait glisser le transparent «volant» et le point qui se déplace sur la flèche sert de «repère» à la translation.

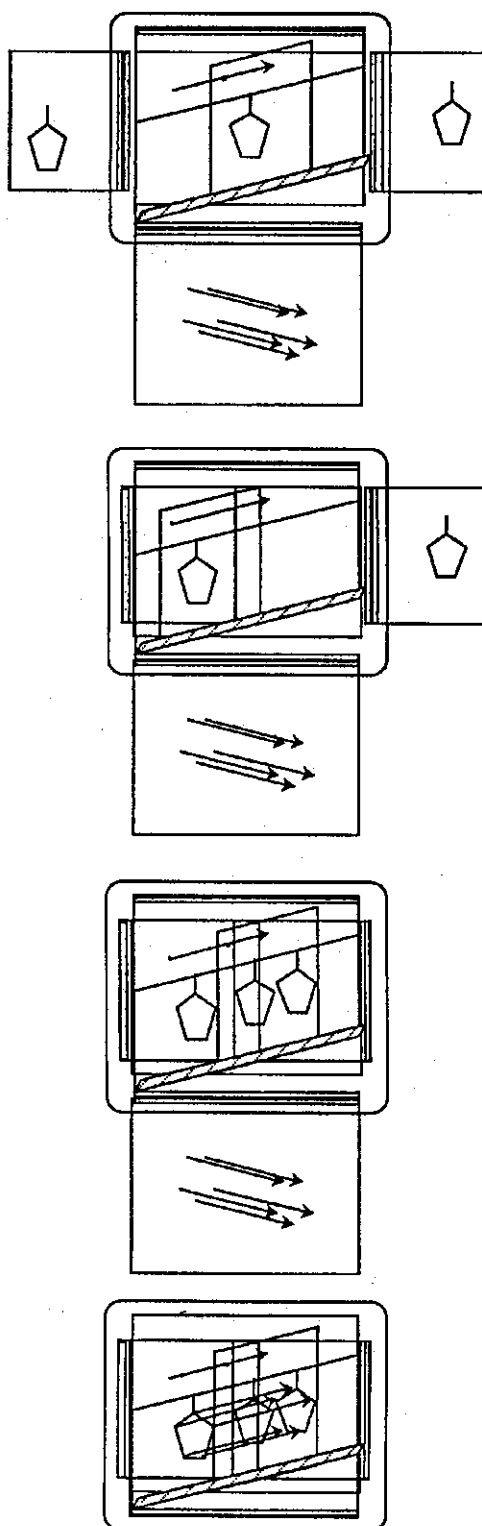
Mise au point en fin d'activité :

Présentation des segments parallèles et de même longueur sur lesquels se déplacent les sommets du polygone.

Ce document est l'occasion de faire sentir aux élèves qu'il n'y a pas 6 translations (une par sommet!) mais une seule, celle obtenue par LE glissement du transparent, ni 6 vecteurs mais un seul, celui qui définit LA translation.

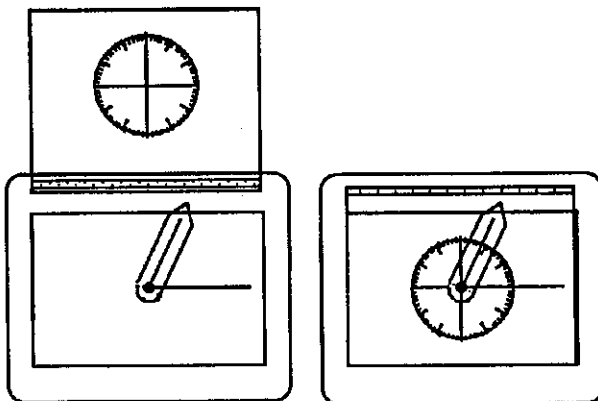
Présentation de l'activité :

Par glissement du transparent, le téléphérique se déplace sur le câble. On fixe sa position initiale, et la flèche détermine la translation.



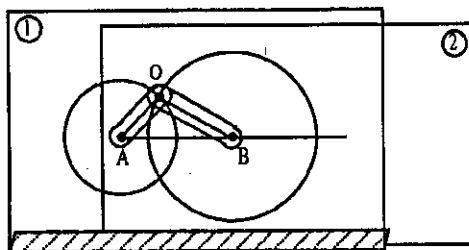
Technique du transparent «articulé».

Exemple : Evaluer visuellement la mesure d'un angle.



On sait combien les élèves se trompent facilement dans la mesure d'un angle par la lecture «aveugle» du rapporteur (confusion entre la mesure d'un angle et celle de son supplémentaire).

Ce document propose aux élèves, de façon ludique, de donner un ordre de grandeur de la mesure de l'angle qu'on peut faire varier à loisir par rotation de la demi-droite «non horizontale». Un rapporteur photocopié sur transparent permet, en rabat, de contrôler les mesures données.



Autre exemple : L'inégalité triangulaire.

Le document précédent combine la technique des transparents articulés avec celle des rabats. Le document suivant combine la technique des transparents articulés avec celle des glissières.

Ce document permet de visualiser de façon dynamique

- l'inégalité triangulaire ($AB \leq AO + OB$);
- la propriété des points alignés ($AB = AO + OB$);
- la position des cercles en fonction de la distance des centres et de la longueur des rayons.

Principe :

Les deux transparents (ou morceaux de transparents) sont reliés par un bouton-pression qu'on se procure en nombre dans les merceries.

Réalisation :

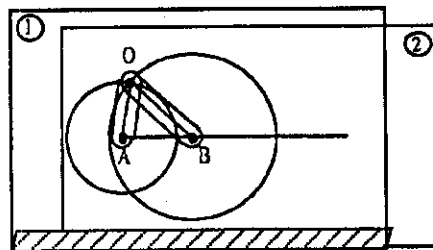
1- Percer les transparents à l'endroit voulu avec une pointe fine de compas. On fait ainsi un «pré-trou» comme les bricoleurs le font pour éviter que la mèche d'une perceuse électrique dévie.

2- Avec une pointe de compas chauffée, agrandir les trous juste assez pour y passer le bouton-pression.

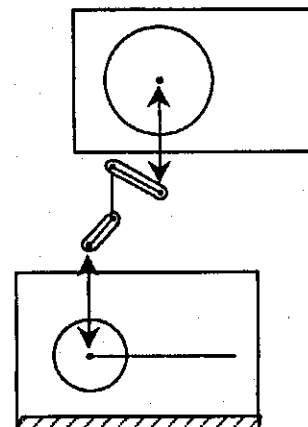
3- A l'aide d'un couteau (cutter), raser les «bourrelets» qui se sont formés sur le pourtour des trous pour éviter toute résistance dans la rotation du transparent.

4- Relier les deux transparents à l'aide d'un bouton-pression.

Remarque : quand c'est possible, il vaut mieux percer d'abord les trous à peu près aux endroits voulus puis tracer les éléments du dessin en fonction de la position de ces trous; le mécanisme sera plus précis.



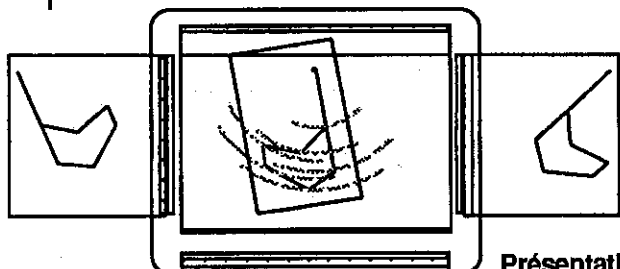
En faisant glisser le transparent 2 sur le transparent 1, on fait varier la distance entre A et B; les rayons [AO] et [BO] se positionnent automatiquement en fonction de cette distance.



Composition du document par superposition des éléments, de bas en haut.

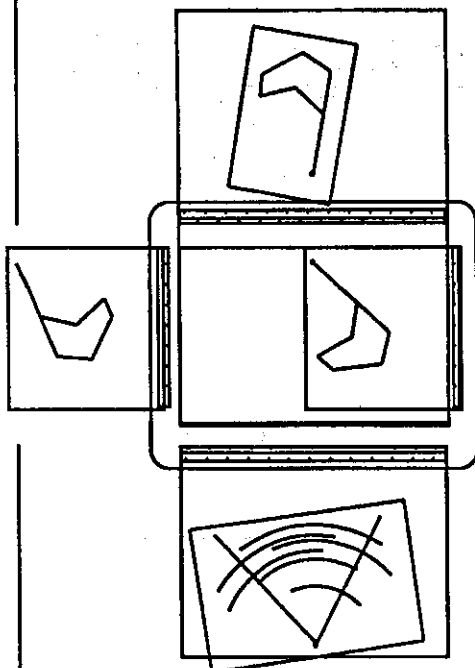
Un autre exemple : La rotation.

La technique du transparent articulé fait tout naturellement penser à la notion de rotation. Voici un document conçu sur le même principe que celui de la translation.



Présentation de l'activité :

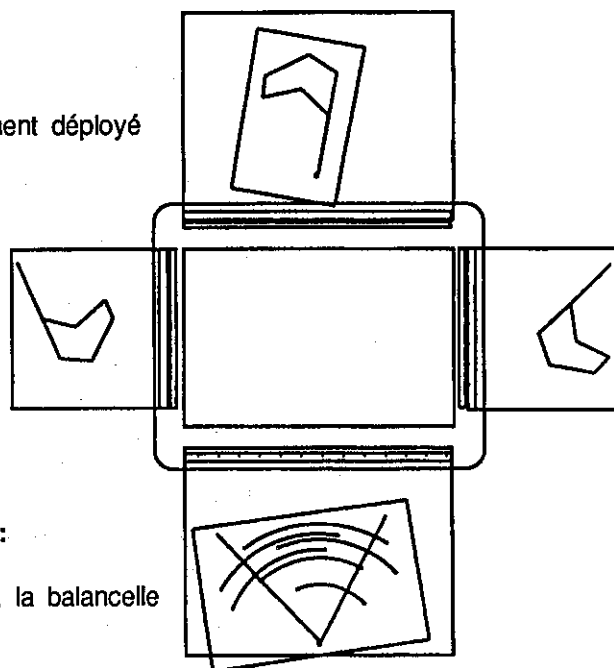
Par rotation du transparent, la balancelle oscille autour de son axe.



Mise au point en fin d'activité :

Les élèves ayant terminé leur travail, on reprend ici le document rétroprojecteur. En général, les élèves ont adopté la stratégie qui consiste à tracer d'abord le « bras » de la balancelle et à dessiner ensuite la nacelle par conservation des longueurs. Le document est donc ici très utile pour faire observer que, dans la rotation, les sommets du polygone se déplacent sur des arcs de cercle tous interceptés par un même angle, même s'ils ont des longueurs différentes.

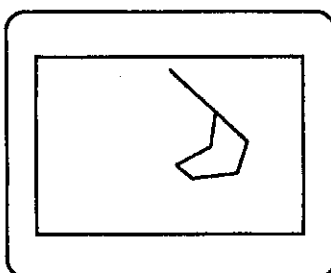
Document déployé



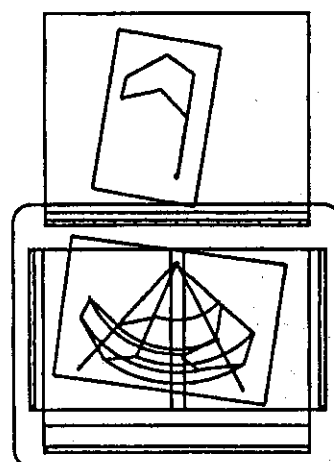
On fixe la position initiale et on décide d'un angle de rotation (70° par exemple).

Activité :

Les élèves doivent dessiner la balancelle sur leur document papier dans sa position finale.



On peut proposer alors aux élèves, s'il n'en ont pas eu l'idée, d'utiliser un calque et de contrôler leur travail en pointant leur compas sur le centre de la rotation. Ils apprécient cette manipulation.



En guise de conclusion :

Le rétroprojecteur a été conçu spécialement pour l'enseignement, pour les conférences. C'est avant tout un outil de COMMUNICATION.

Utilisé habituellement pour des projections de documents «statiques», avec parfois des rabats, le rétroprojecteur, avec les techniques des glissières et des transparents articulés (techniques développées dans les IREM depuis 1975), permet la présentation de documents «dynamiques» et devient un véritable outil d'animation (dans tous les sens du terme!). Il complète les autres moyens audiovisuels (informatique et vidéo) avec la particularité que l'enseignant a la maîtrise de l'animation. Celui-ci peut fabriquer ses propres documents en fonction de ses propres objectifs et suivant sa propre démarche pédagogique. Signalons l'existence du logiciel

«CABRI-Géomètre» (IREM de GRENOBLE) qui, utilisé avec un «écran rétroprojectable» placé sur le rétroprojecteur, permet de présenter des animations «ordinateur» encore plus complexes sur un grand écran à toute la classe.

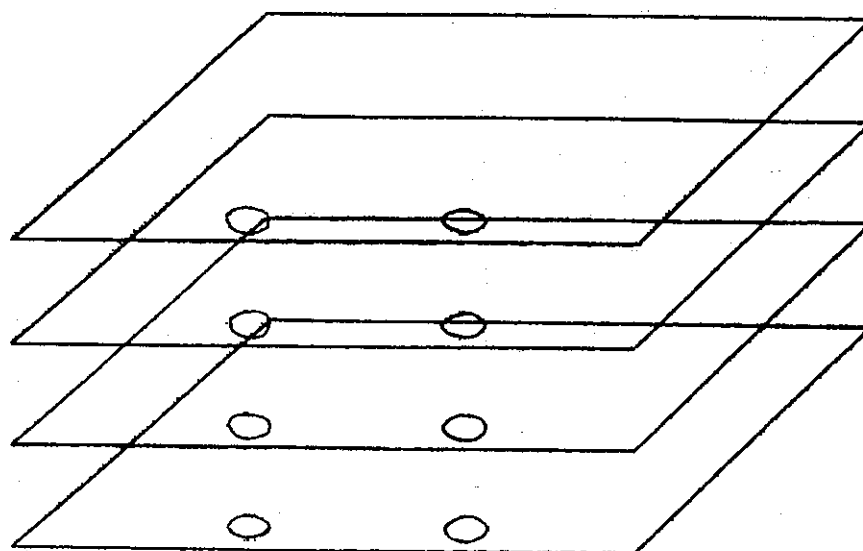
Un danger : avec l'apport de documents «tout prêts» le rétroprojecteur pourrait inciter à être trop directif (mais on peut l'être aussi sans rétroprojecteur!). Il faut donc avoir d'autant plus le souci de mettre les élèves en activité.

Comme l'informatique ou la vidéo, le rétroprojecteur permet des actions irréalisables autrement. Il améliore notre pratique pédagogique et facilite l'accès à la connaissance mathématique. Mais, comme l'informatique, il n'est pas le «remède miracle» !

Pour de plus amples informations écrire ou téléphoner à l'IREM de POITIERS.

Réglotte pour caler vos
transparents -
Irem d'Orléans -
45067 Orléans Cédex

TRANSPARENT EXPRESS



GEOMETRIE DANS L'ESPACE ET PERSPECTIVE EN BTS D'ARTS APPLIQUES

F. COLMEZ, B. PARZYSZ, C. THOMAS - IREM de Paris-7

GÉOMÉTRIE AU LYCÉE

Depuis plusieurs années, le groupe «Géométrie au lycée» de l'IREM Paris-7 élabore et expérimente des ingénieries didactiques relatives à la géométrie dans l'espace et aux représentations planes, en classes de Seconde et de Première S. L'arrivée au sein du groupe à la rentrée 1989 d'un nouveau membre (C.T.), enseignant en BTS à l'Ecole Supérieure d'Arts Appliqués Duperré (Paris), nous a conduits à nous intéresser à un autre aspect des rapports entre géométrie et dessin, avec un «public» non mathéux (et chez qui les mathématiques ne sont guère «populaires»), mais qui possède en revanche des connaissances dans le domaine des «modes conventionnels de représentation» de l'espace (MCR). Ces étudiants ont à leur programme un enseignement de géométrie dans l'espace, portant essentiellement sur les polyèdres et leurs sections.

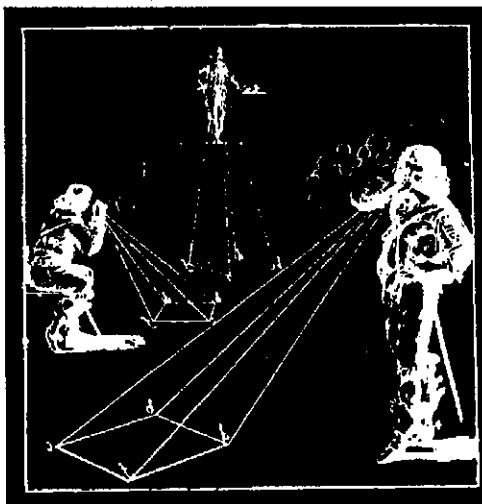
Envisageant les possibilités d'un enseignement de la géométrie dans l'espace à ces étudiants, nous nous sommes posé deux questions préliminaires :

1 - Leurs connaissances dans leur (futur) domaine professionnel peuvent-elles tirer un bénéfice d'un apport de connaissances géométriques ?

2 - Si oui, comment peut-on envisager un tel enseignement de géométrie ?

Nous avons bien sûr notre opinion sur la réponse à la première question. Quant à la seconde, notre idée était de travailler en amont, à la fois sur les modes de représentation et sur les règles d'incidence, en les étudiant au travers de la perspective linéaire (encore appelée centrale, ou conique). Ces règles étant ensuite susceptibles d'être réinvesties dans l'étude des polyèdres (symétries, sections, représentations graphiques) et en CAO.

Mais, avant de nous lancer dans ce travail,



nous voulions connaître l'opinion des étudiants. Plus précisément, nous désirions savoir s'il y avait quelque chance qu'ils soient réceptifs à un tel enseignement.

Le schéma directeur de cette recherche (en cours) a donc été le suivant :

1 - Recherche des conceptions des étudiants sur les rapports entre représentation de l'espace et géométrie.

2 - Recherche des savoirs et des savoir-faire qu'ils sont susceptibles de mobiliser dans des problèmes de représentation spatiale.

3 - Elaboration, mise en œuvre et évaluation d'une ingénierie didactique.

(N.B. : En 1989-90 nous nous étions bornés à la partie exploratoire (voir COLMEZ, PARZYSZ et THOMAS 1990). Mais cette année une première expérimentation de l'ingénierie est en cours, qui sera évaluée en fin d'année scolaire).

LE PUBLIC :

Les étudiants concernés ont deux origines possibles, entre lesquelles ils se répartissent pour moitié :

— après un Bac F 12 (Arts appliqués) : admission directe sur dossier ;

— après un autre Bac ou un Brevet de

Cet «atelier» était en fait destiné à présenter une recherche didactique en cours, et à solliciter les remarques, avis et critiques des participants.

technicien : pré-recrutement (dossier et épreuve de dessin), suivi d'une année de «mise à niveau» avant l'entrée en BTS.

Notre travail a concerné deux classes de BTS d'Arts appliqués :

- expression visuelle et images de communication
- plasticien de l'environnement architectural.

DESSIN D'ART DESSIN TECHNIQUE

Dans le but d'avoir accès aux conceptions des étudiants relatives à la représentation graphique de l'espace, et plus particulièrement au rôle qu'ils y attribuent aux connaissances relationnelles, nous les avons soumis en début d'année à un **questionnaire**. Les questions posées étaient les suivantes :

1 - Expliquez la nature et la durée de votre formation en dessin d'art et/ou en dessin technique (géométrie).

2 - Citez les différents types de représentations planes d'objets de l'espace dont vous avez pu avoir connaissance.

3 - En regardant certains films, génériques, pubs, tableaux, décors, monuments, photos, BD, affiches, etc :

a) Etes-vous généralement sensible à la vraisemblance ou au manque de vraisemblance géométrique ?

b) Vous est-il arrivé d'éprouver une gêne ? Avez-vous alors cherché à en analyser la raison ?

c) Vous posez-vous des questions sur la manière dont ces images ont été obtenues (conditions du tournage, de la pose, de la création du dessin, de l'emplacement de l'appareil, de la focale utilisée...) ?

d) Pour créer une telle image, pensez-vous que l'auteur :

- s'est fié uniquement à son intuition ?
- a utilisé des savoir-faire appris ?

Dans ce cas, ces savoir-faire ont-ils été acquis uniquement par l'expérience auprès des maîtres de la profession ? Ou bien s'agit-il de techniques relevant de connaissances rationnelles ?

Les réponses ont montré que, dans l'ensemble, les étudiants :

- ont fait au moins un an de MCR et 3 ans de dessin d'art.
- possèdent certaines connaissances (au moins verbales) sur les principaux modes

de représentation plane de l'espace.

— sont sensibles à l'aspect rationnel dans les représentations.

— pensent que l'intuition ne suffit pas, et doit s'aider de savoir-faire et de savoirs rationnels.

CENTRALE OU CAVALIERE

Ainsi rassurés sur les rapports qu'entretenaient les étudiants avec les connaissances rationnelles, nous avons voulu savoir sur quels acquis préalables, relatifs à la représentation de l'espace, nous pouvions tabler. Nous avons donc soumis les deux classes à un **pré-test**, composé de 9 exercices portant sur des dessins réalisés, soit en perspective cavalière, soit en perspective centrale. Les questions posées demandaient (explicitement ou implicitement) des tracés complémentaires (soit réels, soit imaginés) ; la question de la vraisemblance du dessin était systématiquement posée, sous la forme :

«Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? Si oui, lesquelles, et comment y remédier ?

Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.»

Nous donnons ci-après, à titre d'exemples, les exercices 4 et 8 (figures 1 et 2).

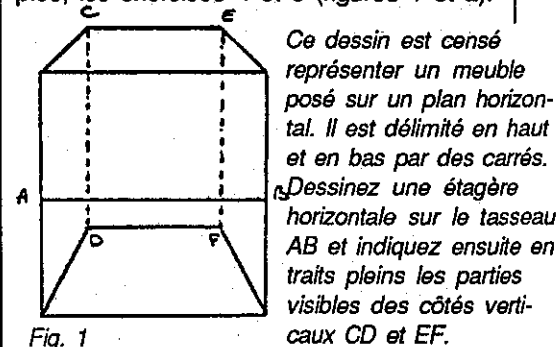


Fig. 1

Ce dessin est censé représenter, en perspective centrale, une structure tubulaire cubique posée sur un plan horizontal.

Le contour en pointillé serait celui de son ombre au soleil si elle était pleine. Dessinez l'ombre au soleil de toutes les arêtes. Pouvez-vous situer le soleil ?

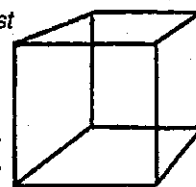


Fig. 2

Une première remarque au sujet de ce test est que, d'une année à l'autre comme d'une classe à l'autre, les résultats obtenus ont été tout à fait comparables. Ils nous ont permis de constater que ces étudiants, contrairement aux lycéens d'enseignement général, ont une préférence marquée pour l'aspect «réaliste» des dessins en perspective linéaire (ce qu'explique bien sûr leur formation). Ils ont des connaissances concernant ce mode de représentation, mais la seule qu'ils utilisent réellement de façon opératoire est le point de fuite principal (point de concours des images des normales au plan du tableau). Lorsque la situation exige le recours à d'autres propriétés de la perspective, ils sont rapidement bloqués et font appel à des théorèmes en acte. Inversement, s'ils reprochent à la perspective cavalière son aspect artificiel, ils réussissent mieux les exercices, du fait qu'elle conserve bon nombre de propriétés des objets représentés (certains de leurs théorèmes en acte y sont de vrais théorèmes). Pour résumer, on peut dire que leurs connaissances en perspective linéaire sont lacunaires et restent au niveau de savoir-faire techniques.

UNE QUESTION D'OMBRE

La séquence didactique :

Les résultats du pré-test ayant montré que les exercices les moins bien réussis étaient ceux qui portaient sur les problèmes d'ombre, nous avons décidé de prendre appui sur la situation de l'exercice 8.

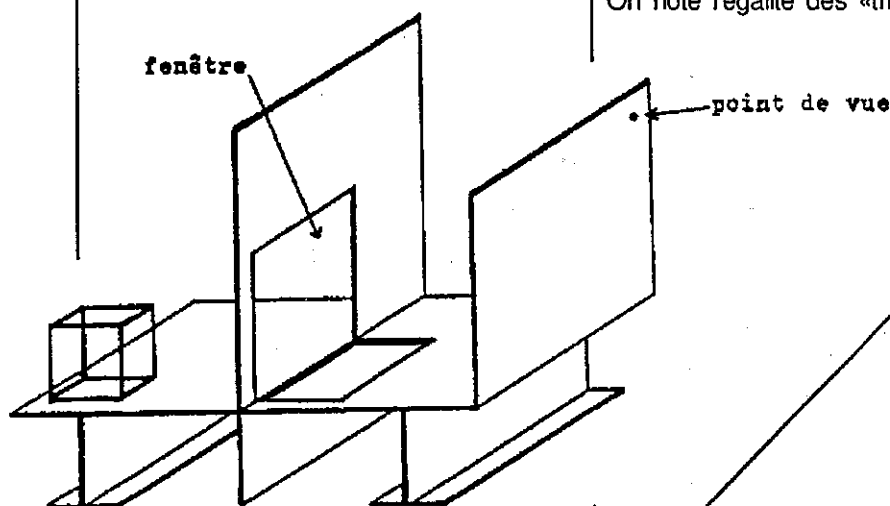


Fig. 3

D'autre part, nos recherches antérieures nous ont conduits à faire l'hypothèse que, lorsque la situation spatiale est un peu complexe, le recours à du matériel tridimensionnel est incontournable (et ceci quel que soit le niveau des élèves). En accord avec cette hypothèse, notre ingénierie s'est fondée sur une «fenêtre de Dürer améliorée» (figure 3) : il s'agit d'une planche horizontale, de 1 m sur 0,50 m, sur laquelle sont fixées deux planches verticales :

- l'une (la fenêtre proprement dite) percée d'une ouverture recouverte de plexiglas;
- l'autre, percée d'un trou (le «point de vue»).

(N.B. : par raison de commodité, les dessins explicatifs sont réalisés en perspective cavalière).

1 - Premier dessin : On commence par une utilisation «normale» de la fenêtre : un cube «squelette» étant placé derrière elle, on pose un transparent sur l'ouverture et on demande à plusieurs étudiants de dessiner ce qu'ils voient. Cette première activité a également pour but de mettre en évidence une indétermination fondamentale : des cubes de tailles différentes peuvent donner le même dessin (il suffit qu'ils se correspondent dans une homothétie ayant pour centre le point de vue).

2 - Passage à l'ombre au soleil : Le cube étant fixé sur une planchette, le professeur, pour matérialiser la direction des rayons solaires, tend un élastique entre l'un des sommets supérieurs du cube et cette planchette, et demande à un groupe d'étudiants de tendre les 3 autres, de façon à obtenir l'ombre du cube (figure 4). On note l'égalité des «triangles d'ombre».

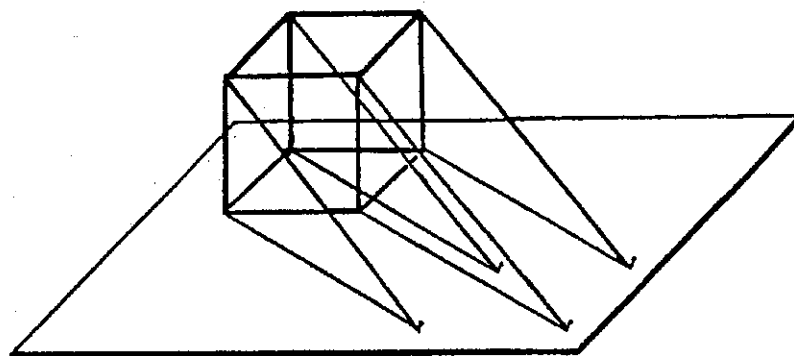


Fig. 4

3 - Retour à la fenêtre : On replace le cube à la fenêtre (cette fois avec les élastiques) dans sa position initiale, et on demande de compléter le dessin précédent. Si on prend un cube de taille moitié, il faut le placer contre la fenêtre (et en avant). Pour réaliser le dessin, on est alors obligé d'avoir recours à une simulation : le point de vue

est remplacé par un crochet, et les rayons lumineux par des élastiques.

4 - Mise au propre : On demande aux étudiants de réaliser un dessin soigné du cube avec son ombre, à partir du transparent obtenu à la fenêtre. Des problèmes apparaissent, dûs au fait que certains élastiques ne figurent

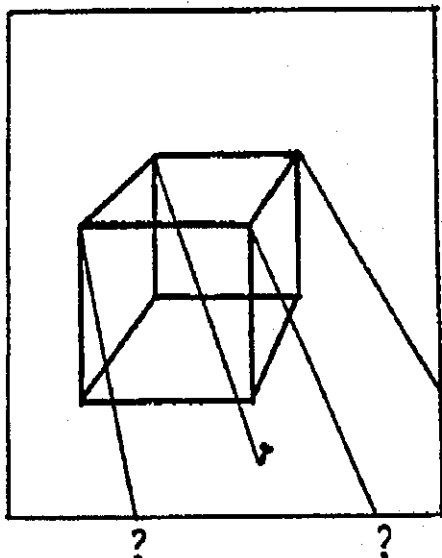


Fig. 5

pas en entier sur le transparent (figure 5). Le point de fuite principal apparaît assez vite sur les dessins ; mais d'autres sont nécessaires pour son achèvement.

5 - Vers les points de fuite : Un nouveau cube est placé contre le plan de la fenêtre, muni de deux segments supplémentaires, parallèles (figure 6). Les étudiants cherchent les perspectives de ces segments en faisant glisser un élastique (fixé au crochet) contre eux. Première phase d'institutionnalisation : on définit ce que sont le plan de visée d'une droite, la perspective d'une droite.

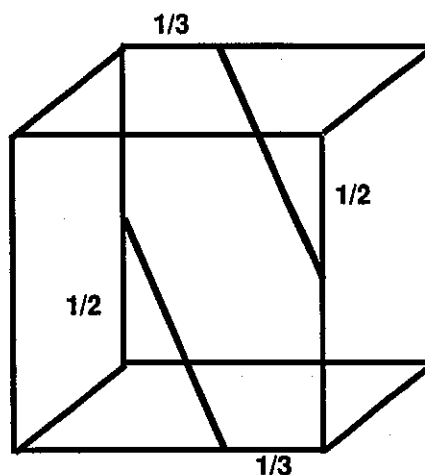


Fig. 6

Le «théorème du toit», nécessaire pour préciser les positions relatives des deux plans de visée correspondant aux deux segments, «passe» mal. D'où le recours, dans un autre groupe, à une activité nouvelle :

«On a une maison en construction à plan rectangulaire, dont il reste à bâtir le toit. On veut un toit à deux pentes, et il faut (voir figure 7) :

— que les pignons ne soient pas isocèles (pas de symétrie) ;

— que la faîtière ne soit pas horizontale.

Réalisez une maquette en bristol d'un tel toit, avec une base rectangulaire de 15 cm sur 10 cm.»

La réalisation de cette tâche (par groupes de 2) conduit à un conflit socio-cognitif entre les étudiants (figure 8) : certains pensent que ce n'est pas possible, d'autres que si. Le débat permet de résoudre le problème (et par la même occasion de démontrer le théorème du toit).

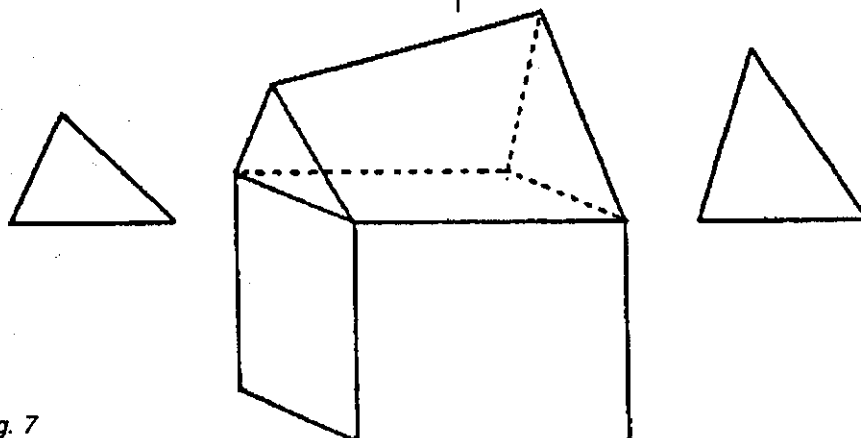


Fig. 7

On peut ensuite institutionnaliser le point de fuite d'une direction, la ligne d'horizon, etc.

6 - **D'autres points de fuite** : Des exercices d'application sont alors donnés, qui

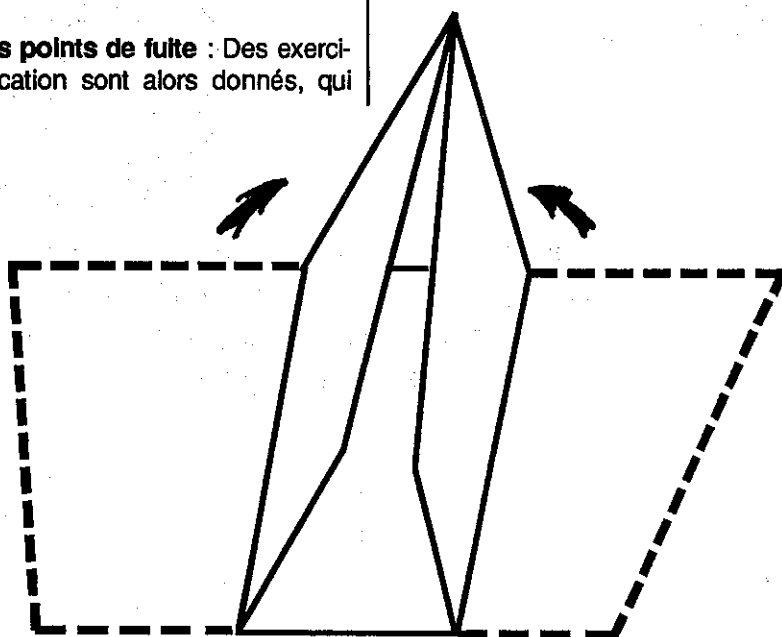


Fig. 8

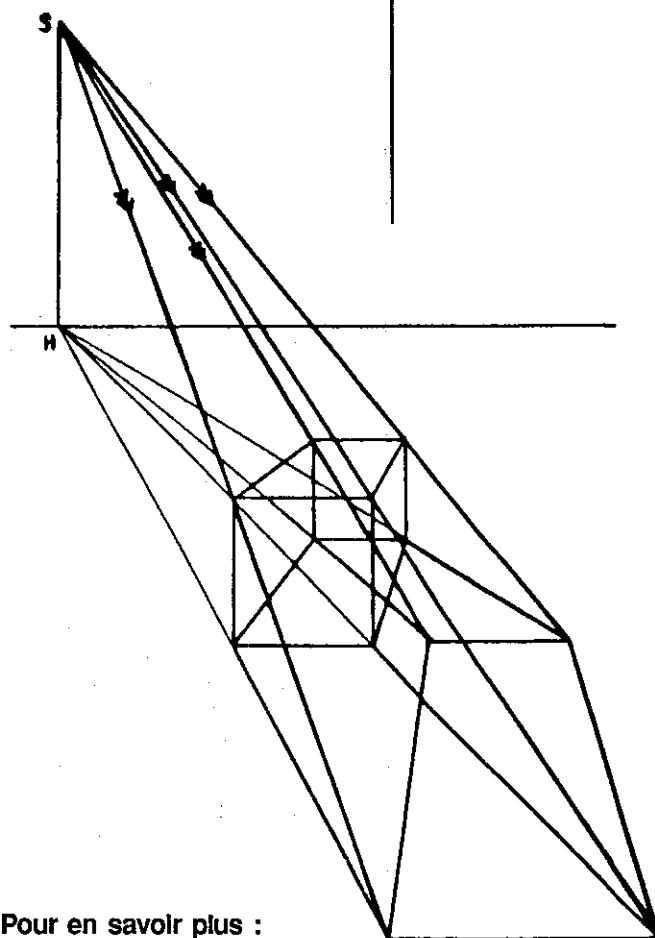
conduisent à rechercher de nouveaux points de fuite et à préciser leurs positions relatives. Le lien est fait entre perspectives et photographie.

7 - **Le dessin d'ombre** : On peut enfin proposer la réalisation d'un dessin en perspective du cube avec son ombre, cette fois à partir d'un énoncé indiquant la taille de ce cube et sa position par rapport au tableau, ainsi que le point de fuite de la direction des rayons solaires (figure 9).

IL RESTE A EVALUER

La séquence expérimentée s'arrête ici ; il reste maintenant à l'évaluer. Il est bien sûr trop tôt pour tirer des conclusions, mais nous pouvons déjà dire que, dans leur majorité, les étudiants se sont investis dans les tâches qui leur étaient demandées. Nous avons pu à la fois faire de la géométrie dans l'espace et approcher « de l'intérieur » les principales règles de la perspective. La suite dira si cet enseignement a été bénéfique, dans un domaine comme dans l'autre.

Signalons enfin que les participants à l'atelier — même s'ils n'enseignaient pas à ce niveau — se sont montrés particulièrement intéressés par certains points qui pourraient être utilisés (peut-être légèrement modifiés) dans l'enseignement secondaire général). ■



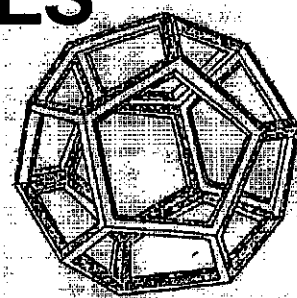
Pour en savoir plus :

Colmez F., Parzysz B., Thomas C. : Enseignement de la géométrie dans l'espace en BTS d'Arts appliqués, in Actes du Colloque inter-IREM de géométrie (Port d'Albret 1990), pp. 225-241. Ed. IREM de Bordeaux.

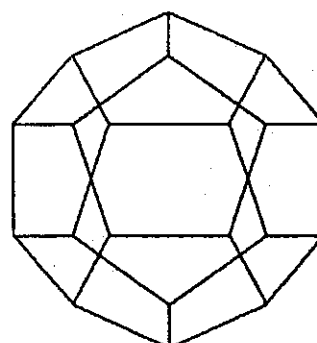
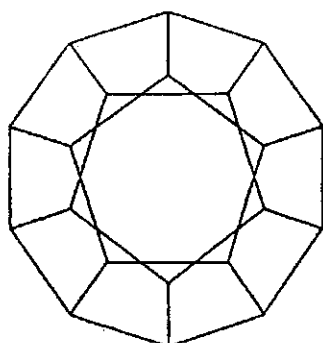
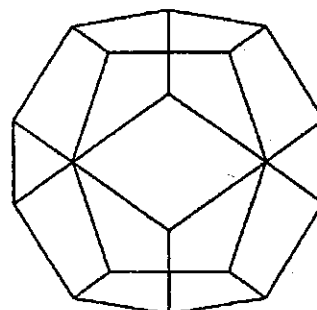
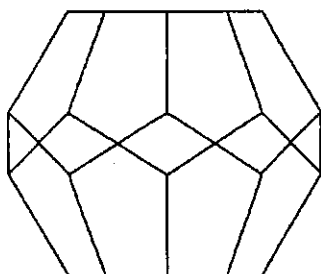
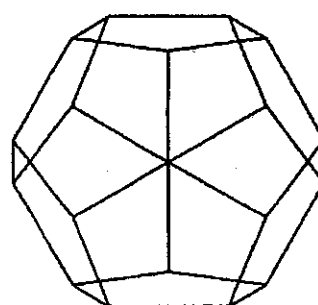
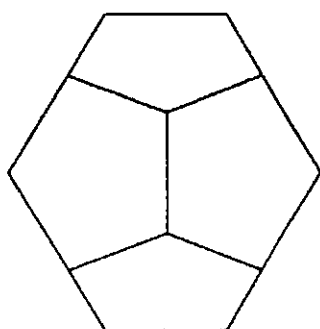
Fig. 9

LES SIX MERVEILLEUSES PROJECTIONS

Dominique Hoyois, Lausanne



*Lorsqu'on projette un beau polyèdre sur un plan,
on n'obtient pas forcément une belle figure !
Mais voici les six plus belles projections orthogonales
du dodécaèdre régulier*



Notez les superpositions et les alignements remarquables, ainsi que le foisonnement de sections d'or ...

Ces projections peuvent être dessinées au moyen du programme Pascal suivant :

```

program Dodecaedre;

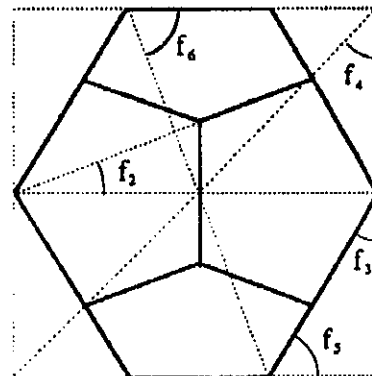
const
  a = 310; {centrage horizontal}
  b = 370; {centrage vertical}
  c = 130; {échelle}
  aurum = 1.618034; {nombre d'or}
  rad = 0.0174533; {= pi/180}
var
  f, g, h, sf, sg, sh, cf, cg, ch: real;
  a11, a12, a13, a21, a22, a23: real;
  t, u: real;
  R: Rect;
function A1 (x, y, z: real): real;
begin
  A1 := a11 * x + a12 * y + a13 * z;
end;
function A2 (x, y, z: real): real;
begin
  A2 := a21 * x + a22 * y + a23 * z;
end;
procedure MTO (x, y, z: real);
begin
  moveto(round(A1(x, y, z)) + a, round(A2(x, y, z)) + b);
end;
procedure LTO (x, y, z: real);
begin
  lineto(round(A1(x, y, z)) + a, round(A2(x, y, z)) + b);
end;
a11 := ch * cg;
a12 := cf * sh + sf * sg * ch;
a13 := sf * sh - cf * sg * ch;
a21 := -cg * sh;
a22 := cf * ch - sf * sg * sh;
a23 := sf * ch + cf * sg * sh;
t := c * aurum;
u := c / aurum;
PenSize(2, 2);
MTO(0, -u, t); {1}
LTO(0, u, t);
LTO(c, c, c);
LTO(u, t, 0);
LTO(c, c, -c); {5}
LTO(0, u, -t);
LTO(0, -u, -t);
LTO(c, -c, -c);
LTO(u, -t, 0);
LTO(c, -c, c); {10}
LTO(0, -u, t);
LTO(-c, -c, c);
LTO(-u, -t, 0);
LTO(-c, -c, -c);
LTO(0, -u, -t); {15}
MTO(0, u, -t);
LTO(-c, c, -c);
LTO(-u, t, 0);
LTO(-c, c, c);
LTO(0, u, t); {20}
MTO(u, -t, 0);
LTO(-u, -t, 0);
MTO(u, t, 0);
LTO(-u, t, 0);
MTO(c, -c, c); {25}
LTO(t, 0, u);
LTO(c, c, c);
MTO(c, -c, -c);
LTO(t, 0, -u);
LTO(c, c, -c); {30}
MTO(t, 0, u);
LTO(t, 0, -u);
MTO(-c, -c, c);
LTO(-t, 0, u);
LTO(-c, c, c); {35}
MTO(-c, -c, -c);
LTO(-t, 0, -u);
LTO(-c, c, -c);
MTO(-t, 0, u);
LTO(-t, 0, -u); {40}
end.

```

```

begin
  SetRect(R, 0, 38, 640, 870);
  SetDrawingRect(R);
  ShowDrawing;
  write('angle f = ');
  readln(f);
  write('angle g = ');
  readln(g);
  write('angle h = ');
  readln(h);
  f := f * rad;
  g := g * rad;
  h := h * rad;
  sf := sin(f);
  sg := sin(g);
  sh := sin(h);
  cf := cos(f);
  cg := cos(g);
  ch := cos(h);

```



Le programme demande 3 angles f, g et h (en degrés).

Il calcule ensuite les coefficients de la matrice (a_{ij}) de l'axonométrie obtenue en effectuant successivement 3 rotations d'angles f, g et h autour des axes de coordonnées Ox, Oy et Oz (respectivement), et en projetant orthogonalement sur le plan Oxy :

Il applique alors cette axonométrie aux sommets d'un dodécaèdre régulier bien placé, sommets dont les coordonnées sont toutes du type $0, \pm c/\varphi, \pm c, \pm c\varphi$, où φ désigne le nombre d'or $(\sqrt{5}+1)/2 \approx 1,618$.

Enfin, le programme trace à l'écran les images par l'axonométrie des 30 arêtes du polyèdre, au moyen des procédures MTO et LTO.

Ajoutons encore que pour dessiner les 6 merveilleuses projections, il suffit d'entrer les valeurs suivantes de f, tout en annulant g et h :

$$\begin{array}{lll}
 f_1 = 0^\circ & f_2 = 20,91^\circ & f_3 = 31,72^\circ \\
 f_4 = 45^\circ & f_5 = 58,28^\circ & f_6 = 69,09^\circ
 \end{array}$$

Ces angles sont "naturels" au dodécaèdre régulier, comme le montre la figure ci-dessus. En fait, ils ont pour tangente les nombres que voici :

$$0, 1/\varphi^2, 1/\varphi, 1, \varphi, \varphi^2.$$

Et la plus belle des projections, la cinquième, correspond au nombre d'or! ■

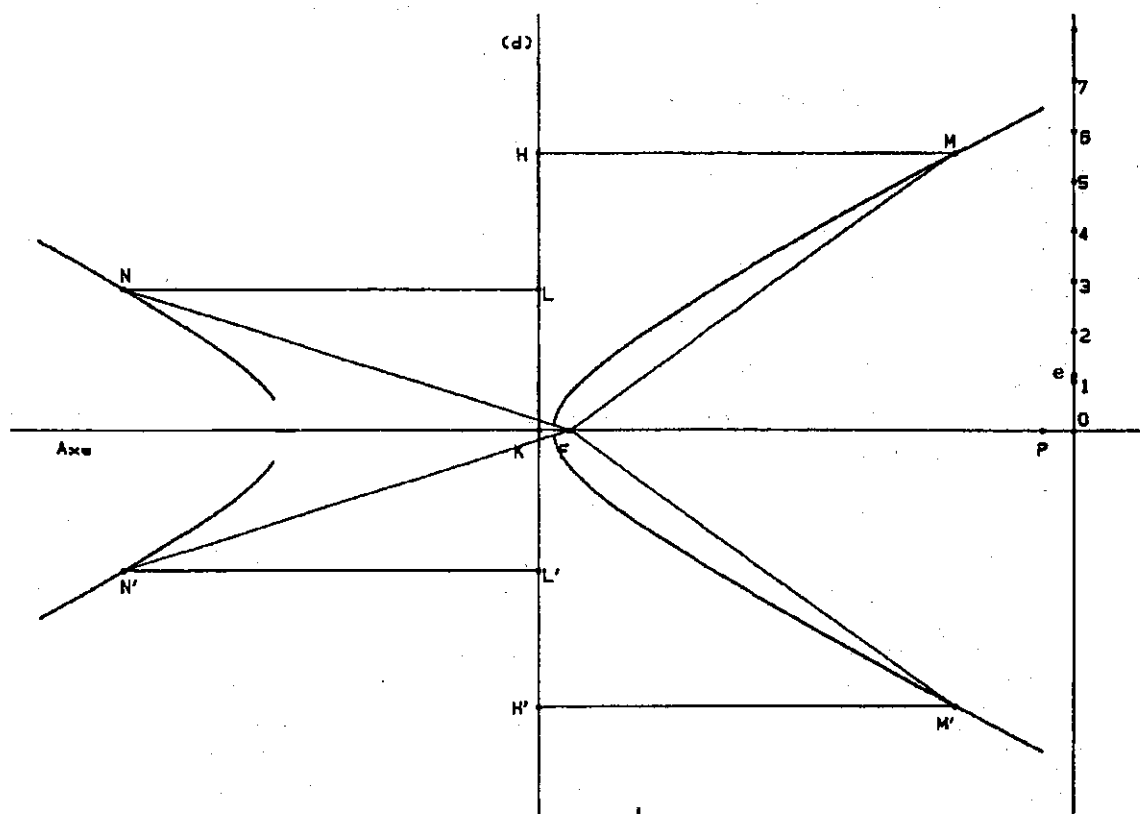
$$\begin{pmatrix} \cos g & 0 & -\sin g \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin g & 0 & \cos g \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos f & \sin f \\ 0 & -\sin f & \cos f \end{pmatrix}$$

Terminales Scientifiques

Les coniques avec le logiciel «Le Géomètre»

M. Dupérier & Y. Bouteiller, Irem d'Orléans



La scène se passe en ...

La scène se passe dans une classe de Terminale C ou E à l'occasion de l'introduction de la notion de conique.

On se donne la directrice (D), le foyer F, non situé sur (D) et un nombre réel positif e appelé excentricité de la conique. On cherche le lieu (C) des points du plan tels que, H désignant le projeté orthogonal de M sur (D), on ait : $MF/MH = e$.

La mise en scène «magistrale» consiste à dévider devant une classe ébahie des calculs algébriques bien corsetés, puis à discriminer selon le réel e les trois types classiques de coniques et enfin à esquisser les dites coniques.

Donner à voir

Le scénario suivant propose d'inverser ce déroulement en donnant à voir les différentes coniques, à s'en faire une image mentale puis de faire émerger les équations réduites.

L'instrument de cette «nouvelle mise en scène» est le logiciel **Le Géomètre**.

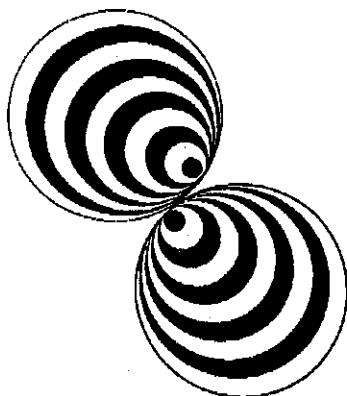
L'acteur peut en être le professeur en solo qui, ayant préparé sa séquence, la déroule devant la classe par l'intermédiaire d'une tablette rétroprojetable reliée à un ordinateur;

Cependant, les constructions à mettre en pratique étant particulièrement simples, on peut également envisager une mise en oeuvre collective sous forme de T.D. en salle informatique (ou informatisée) à raison d'un binôme d'élèves par poste de travail.

Séquence action

1- mise en place des données fixes

- Placer horizontalement l'axe principal,
- Marquer sur cet axe le foyer F, le pied K de la directrice (D) et l'origine O de la graduation.
- Tracer la directrice (D) issue du point K, perpendiculaire à l'axe,



- Tracer de même, par le point O, la droite perpendiculaire à l'axe définissant le support de la graduation (fig. 2).

2- mise en place de la graduation

Pour pouvoir tracer toutes les coniques (sauf le cercle), il y a lieu de prévoir une graduation sur laquelle on pourra faire varier l'excentricité e .

Pour éviter que cette graduation ne vienne perturber la partie utile de la figure, cette graduation sera rejetée en bordure d'écran. Pour graduer, on fixe sur le support un point unité en dessous du point O. Par symétrie de centre O, on obtient le point 1, puis par symétries successives les points 2, 3, ... Le point e fixant l'excentricité est ensuite placé sur la graduation.

Le point unité initial sera gommé en fin de construction afin que O et e soient les seuls points mobiles du support de la graduation.

La translation du point O sur l'axe principal permettra d'éloigner ou de rapprocher la graduation lorsqu'on procèdera à une réduction ou à un agrandissement de la figure.

3- Principe de construction.

On fait varier un point P sur l'axe principal et, si r désigne la distance PF, on cherche à construire les points M de la conique (C) tels que : $MF = r$.

Ces points M sont alors situés sur le cercle (G) de centre F et de rayon r .

De plus, on doit avoir : $MH = r/e$, ces points doivent donc être à une distance $d = r/e$ de la droite (D) et sont ainsi situés sur les droites (D') et (D'') dont la distance à (D) vaut d .

4- Mise en oeuvre de la construction

- Tracer par le point F la droite perpendiculaire à l'axe principal.

- Placer sur cette droite le point j tel que $FJ = e$ et le point G tel que $JG = 1$ en translatant convenablement la graduation.

- Tracer par g la parallèle à l'axe et la droite qui joint les points P et J. Ces deux droites se coupent en un point Q de telle sorte que les triangles (FJP) et (GJQ) soient homothétiques.

Il en résulte que $QG/PF = JG/JF = 1/e$ et par suite, on a $QG = r/e = d$. (fig. 3)

- Reporter le segment QG à partir du point K sur l'axe principal pour obtenir un point S tel que $KS = d$ puis le point T symétrique de S par rapport à K.

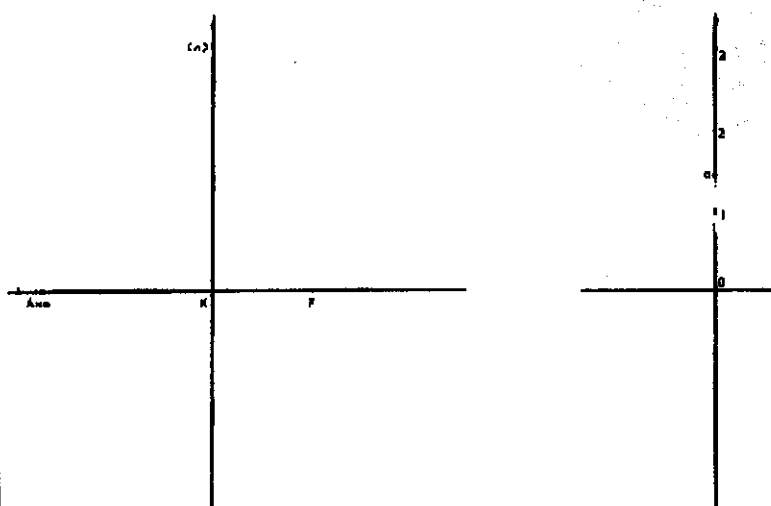


Fig. 2

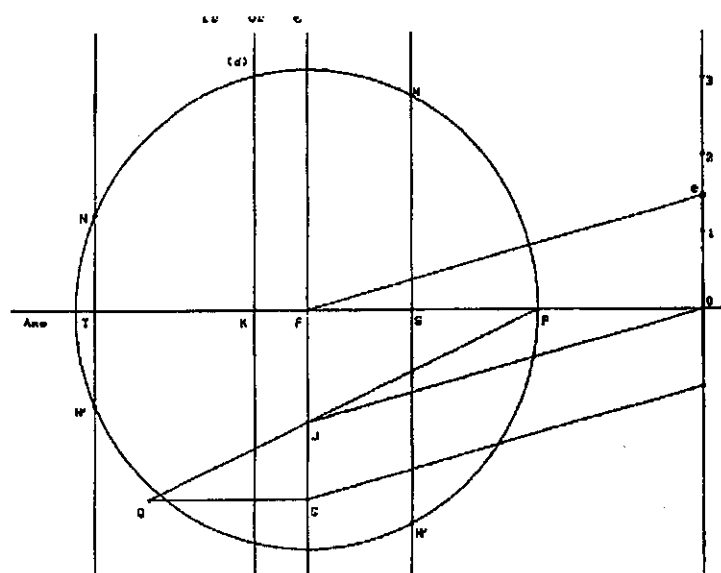


Fig. 3





- Après avoir gommé les traits de construction, mettre en place le projeté orthogonal de chacun de ces points sur la directrice et tracer les segments visualisant la définition (fig. 4).

- Avant de représenter une ellipse, on agrandira la figure en activant la touche + du clavier numérique, et si nécessaire, pour rapprocher la graduation, on déplacera son origine sur l'axe principal.

Cette séquence permet de mettre en évidence le rôle intermédiaire joué par la parabole entre la famille des hyperboles et celles des ellipses lorsque le seul paramètre

tre variable est l'excentricité e .

Elle donne un début d'approche quantitative avant tout calcul en permettant des conjectures telles que :

- lorsque $0 < e < 1$, l'ellipse est d'autant plus allongée que l'excentricité est proche de 1 et d'autant plus ronde qu'elle est voisine de 0 (fig. 6 et 7).
- lorsque $1 < e$, plus l'excentricité est grande plus les branches de l'hyperbole sont ouvertes (lorsque $e \cong 1.5$, on devine la forme équilatère).

Ces résultats pourront être confirmés plus tard en exprimant b/a en fonction de l'excentricité e et en étudiant les variations de ce rapport selon les valeurs de e (fig. 1, 8 et 9).

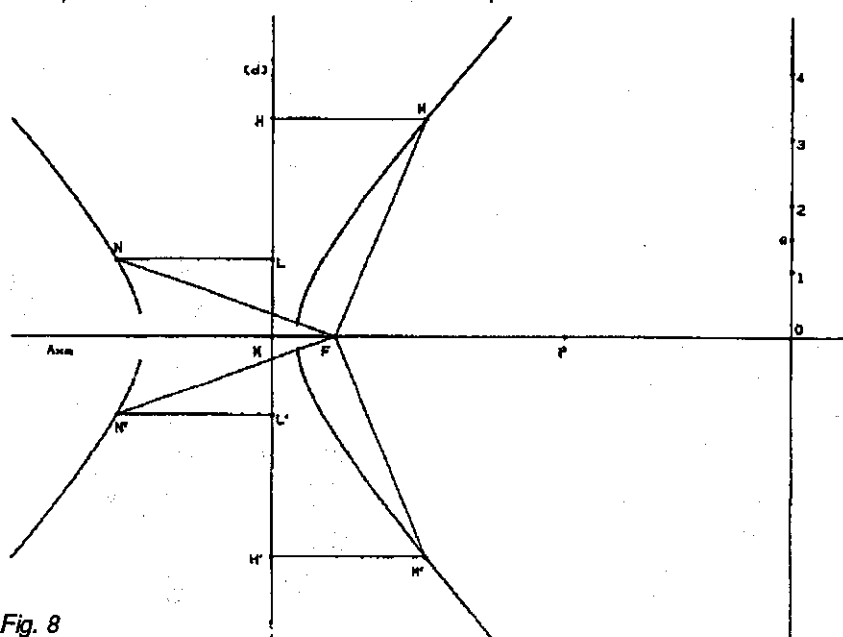
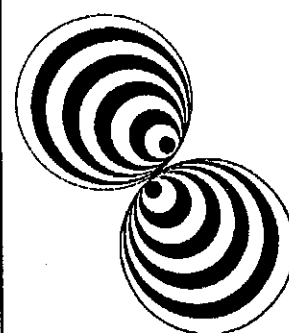
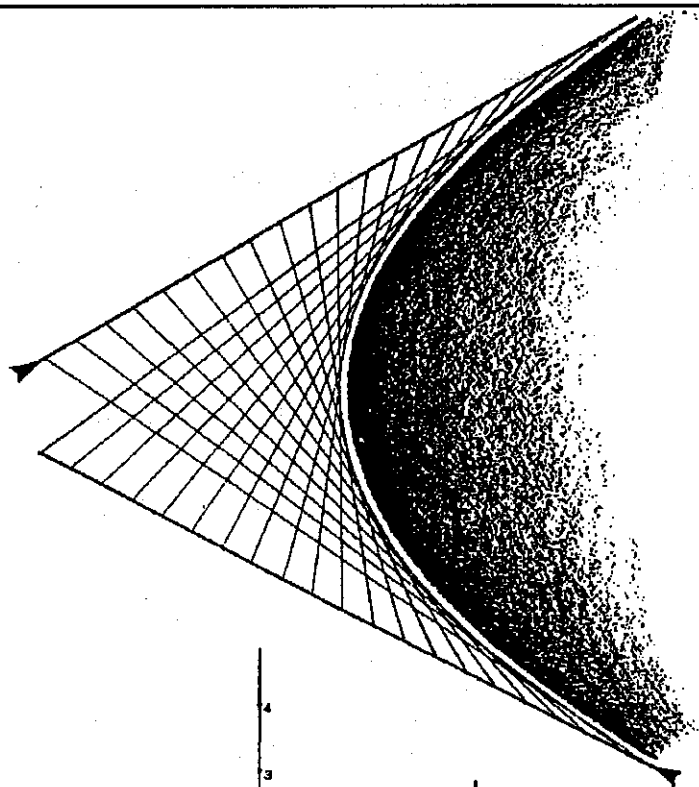


Fig. 8



Toutes ces figures ont été réalisées à l'aide d'un traceur. Ceci explique la quasi-continuité du tracé, plus difficile à obtenir sur un écran ou sur imprimante.

Cet article fait suite aux deux articles déjà parus dans les deux numéros précédents de PLOT. Il se trouvent rassemblés ainsi que beaucoup d'autres dans une publication qui vient de paraître à l'Irem d'Orléans. Demandez-là !

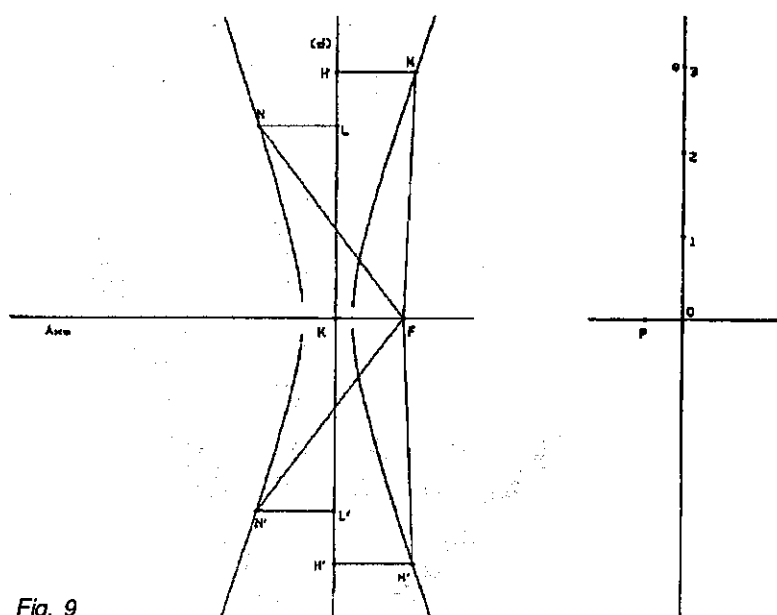


Fig. 9

Perception : démonstration et évocation

Alain Taurisson, Cirade, Montréal. (suite et fin)

De l'œil du spectateur vers l'œil du mathématicien

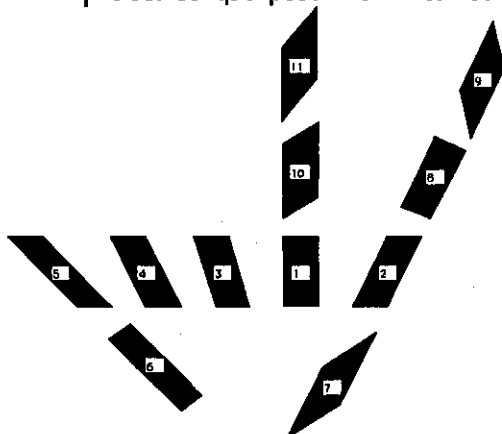
L'œil du spectateur se borne à voir au premier degré: si le dessin représente un triangle, il verra un triangle. C'est une évocation qui **identifie** ce qui est effectivement représenté. Cette identification va jusqu'à pouvoir donner un nom aux diverses formes représentées.

Nous avons déjà parlé de l'œil de l'artiste, plus précisément du dessinateur, qui au delà des objets ou des formes se donne une vision globale et muette de de l'ensemble qu'il veut représenter, «voit» les espaces négatifs, les relations spatiales entre les courbes plus que les objets eux-mêmes. C'est une évocation particulière de la réalité que l'on utilise quelquefois en mathématiques pour découvrir des chemins nouveaux vers la solution.

Il y a aussi une évocation particulière au mathématicien que nous allons préciser progressivement avec les élèves. Avant de tenter de la définir, voici quelques activités permettant de la développer.

Développer l'œil du mathématicien

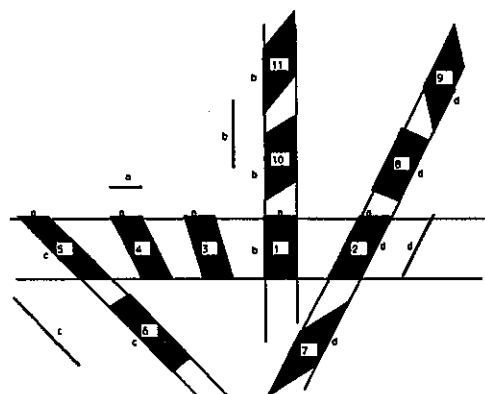
Voici un ensemble de parallélogrammes: c'est ce que peut «voir» l'œil du specta-



teur. Ces parallélogrammes sont présentés sur rétroprojecteur.

Certains de ces parallélogrammes ont-ils même aire? Le regard du simple spectateur ne peut répondre à cette question. Certains regards, déjà un peu mathématiciens, feront des liens **éventuels** entre certains de ces parallélogrammes. Ce ne pourront être qu'hypothèses, le dessin ne donnant pas assez d'informations.

Ajoutons par dessus le dessin précédent un autre schéma. Nous allons obtenir alors:



Ce schéma nous donne un ensemble d'informations. Les élèves peuvent regarder dans le silence ce schéma en tentant d'interpréter l'information s'y trouvant. Ensuite on peut la commenter. On retire la deuxième feuille transparente et on regarde de nouveau la première feuille. On tente de regrouper les parallélogrammes d'aire égale à la lumière des informations reçus sur le schéma 2. On replace le transparent 2 simplement pour vérifier une information particulière.

Peu à peu, à l'œil du spectateur qui ne voit pas l'équivalence entre l'aire 5 et l'aire 7, va se substituer l'œil du mathématicien qui voit à travers les relations énoncées sur la feuille 2 : l'aire 5 égale l'aire 1 qui égale l'aire 2. L'aire 2 égale l'aire 8 qui égale l'aire 7. Les enfants qui font cet exercice vous disent tout d'un coup : c'est évident.

Ils «voient», ou plutôt ils évoquent ce qui reste invisible à l'œil du spectateur. Il s'agit bien d'une évocation, c'est à dire d'un retour sur la réalité pour en extraire le sens, retour sur une réalité constituée non seulement de l'apparence des choses, mais aussi de relations et de transformations explicitées.

Voici une autre activité dont le but est de développer «l'œil du mathématicien».

Sur une feuille transparente pour rétroprojecteur, on dessine les figures suivantes.



À cette feuille on superpose une autre feuille transparente sur laquelle ne se trouve qu'un segment perpendiculaire au précédent. On fait glisser cette feuille sur la première. Les flèches indiquent la direction du glissement.



On fait glisser la feuille horizontalement en demandant aux élèves de «voir» le parallélogramme construit selon le procédé indiqué en haut à gauche de la première feuille. Pour ceux qui auraient du mal à «voir» ce parallélogramme, montrons-le une fois :



Il ne faut pas le montrer plus d'une fois: il faut provoquer une construction mentale qui tienne compte non seulement de ce que le spectateur voit, mais aussi d'une relation donnée par l'exemple se trouvant dans le coin gauche de la feuille.

Cette construction mentale associe une image vue en temps que spectateur (les deux segments) et une relation. La combinaison de ces deux éléments provoque l'élaboration d'un «objet mental», le parallélogramme.

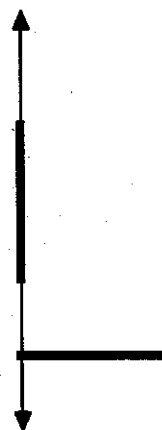
Ce parallélogramme imaginé se déforme. Comment son aire varie-t-elle?

Faisons «monter» la feuille 2. Qu'arrive-t-il?



Comment doit donc se déplacer le segment vertical?

Mais est-ce vrai que l'extrémité inférieure du segment vertical ne doit pas quitter la droite contenant le premier segment? Que se passe-t-il ici?



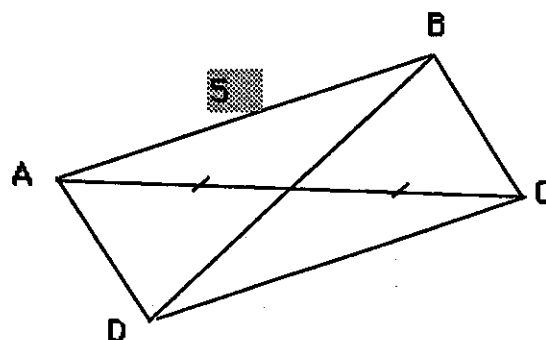
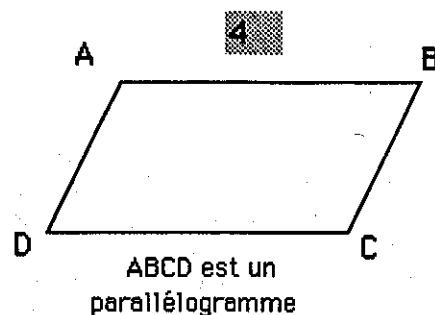
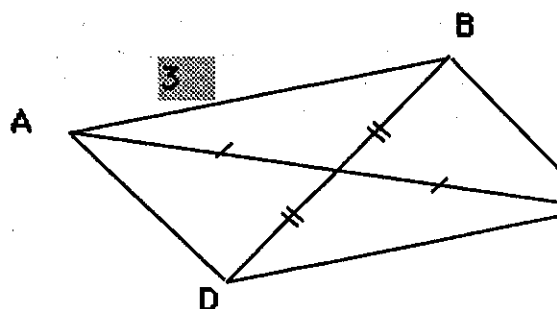
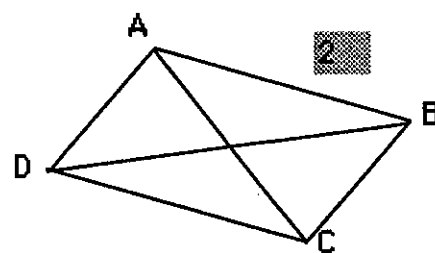
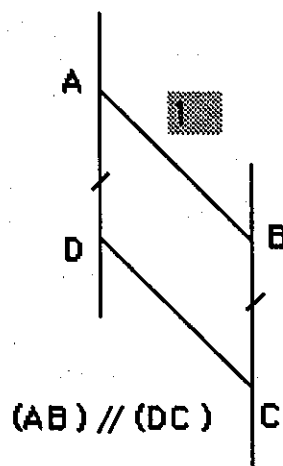
On peut imaginer un parallélogramme construit selon les modalités représentés en haut à droite cette fois. On peut «voir» ce parallélogramme. Comment se compare son aire à l'aire de la première famille de parallélogramme? Et cette fois comment doit se déplacer ce segment? Ne peut-il être contenu que dans la droite verticale passant par l'extrémité gauche du segment horizontal? Qu'en est-il de la droite parallèle passant par l'extrémité droite? On continue à faire bouger le segment 2, assez lentement pour que le plus d'élèves possibles puissent «voir» le parallélogramme se construire mentalement. Certains seront obligés d'en suivre le contour avec leur doigt pour en susciter l'image mentale, d'autres devront se reporter aux dessins en haut à gauche ou en haut à droite, d'autres devront se dire comment construire le parallélogramme. On demande aux élèves de raconter comment ils font pour faire apparaître ce parallélogramme virtuel. On recommence ensuite jusqu'à ce que le plus grand nombre d'élèves puissent soit voir directement le parallélogramme construit à partir des deux segments soit, faute d'image, décrire comment ce parallélogramme serait construit.

C'est «l'œil du mathématicien» qui construit ce parallélogramme. Il le construit en regardant avec l'œil du spectateur mais en prolongeant immédiatement ce regard en mettant en œuvre des relations qui complètent ce qui est perçu pour former une image évoquée.

L'œil du mathématicien et l'œil du spectateur

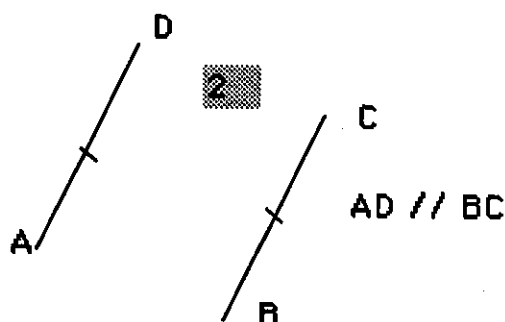
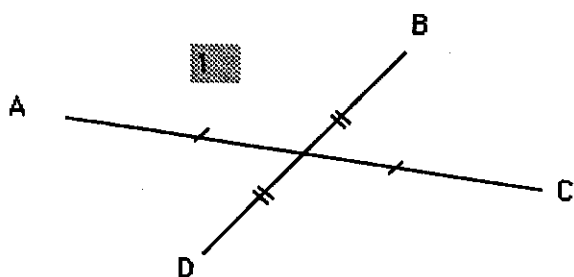
Les élèves ont déjà travaillé sur les propriétés du parallélogrammes. Nous pouvons profiter de ce qu'ils savent pour achever la distinction entre œil du mathématicien et œil du spectateur. Les activités précédentes ont permis de commencer cette distinction avec les élèves. On peut poursuivre cette distinction avec les activités suivantes.

Voici un certain nombre de figures. Ces figures comportent un certains langage visuel. Les tirets mettent en évidence des segments égaux. Quelles sont les parallélogrammes vus par l'œil du spectateur? Quels sont les parallélogrammes vus par l'œil du mathématicien?



L'œil du spectateur va voir un parallélogramme dans chacune de figures précédentes. Cependant l'œil du mathématicien ne verra pas de parallélogramme dans le cas de la figure 2 : le dessin ressemble bien à un parallélogramme, mais rien ne met en évidence une relation permettant d'affirmer qu'il s'agit d'un parallélogramme. C'est le cas aussi de la figure 5. La diagonale AC est bien partagée en deux parties égales par la diagonale BD, mais cette propriété seule est insuffisante pour affirmer que la figure 5 est un parallélogramme. Les figures 1 et 3 sont bien des parallélogrammes au regard du mathématicien. La figure 4 aussi puis qu'on affirme que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

L'œil du mathématicien voit même des parallélogrammes là où l'œil du spectateur n'en voit pas.



Le mathématicien va voir que les quadrilatères ABCD sont des parallélogrammes là où le spectateur ne va même pas voir de figures fermées.

L'artiste, le spectateur et le mathématicien : trois évocations différentes de la réalité.

Le spectateur voit et reconnaît les objets à partir de leur apparence. Ils peut les nommer. Il voit tout ce qui est explicitement représenté et rien de plus.

L'évocation de l'artiste-dessinateur dissout les objets représentés et identifiables pour ne voir que des lignes, des espaces positifs et négatifs, des relations spatiales entre des lignes éventuellement prolongées, un équilibre global entre les formes, qu'elles soient figuratives ou non.

L'évocation du mathématicien consiste à ne faire exister un objet qu'en fonction de relations qui peuvent être explicités. Réciproquement, derrière un objet, il « voit » aussi toutes les relations qui lui sont associées. Les objets réels pour le mathématicien sont toujours des « objets mentaux », résultat d'une construction mentale effectuée à partir de certains éléments que voit aussi le spectateur mais qui sont évoqués comme exprimant des relations par le mathématicien.

Chacune de ces évocation constitue un codage différent de la même réalité. À partir d'une perception commune, le spectateur, l'artiste et le mathématicien sont plongés dans 3 univers évoqués complètement différents. Mais ces trois formes d'évocation ne s'opposent pas. Dans la recherche d'une solution et d'une démonstration, elles vont s'étayer comme nous allons le voir au cours de la démonstration qui va suivre.

Avant de passer à la démonstration, il faut s'assurer que les élèves font bien la distinction entre l'œil du mathématicien et l'œil du spectateur. S'ils ne peuvent faire cette distinction, ils ne pourront comprendre ce que l'on fait quand on fait une démonstration. Il ne s'agit pas de leur faire faire théoriquement cette distinction, mais simplement qu'ils soient capables de la faire sur des exemples comme les exemples précédents.

La démonstration d'un théorème

Nous allons maintenant aborder la démonstration du théorème suivant:

La droite supportant le segment passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au support du troisième côté et la longueur de ce segment est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Les élèves qui n'arrivent pas à démontrer rencontrent en général les deux difficultés suivantes:

- L'objet même de la démonstration leur échappe: puisqu'on voit bien ce qu'on veut démontrer, pourquoi démontrer?

- Ils ont l'impression que toute démonstration doit être apprise par cœur et qu'ils seraient bien incapables d'en trouver une eux-mêmes.

Nous allons tenter une approche qui voudrait surmonter ces deux difficultés.

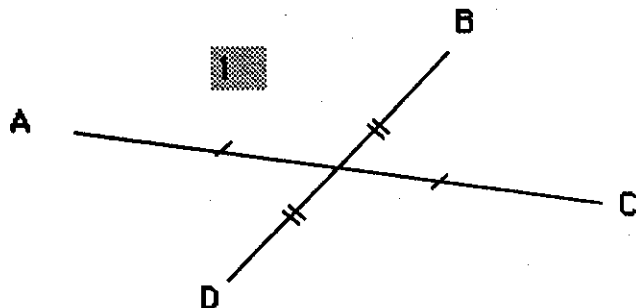
1-Présentation des rappels.

Toute démonstration débute par des «rappels». Ce sont en général des résultats que l'on utilisera directement dans la démonstration. Dans une démonstration géométrique, il s'agit d'une situation qu'il faudra reconnaître. Étant donné que notre désir est non seulement de démontrer mais d'apprendre à démontrer, nous allons présenter ces rappels dans la forme où nous les rencontrerons au cours de la démonstration. D'autre part nous nous assurerons qu'ils ont bien été évoqués, c'est à dire codés mentalement.

Nous ferons donc une présentation «en quatre temps» pour chacun des rappels suivants.

Rappel 1

Temps 1:



La figure est laissée 15 sec sur le retroprojecteur. Les élèves l'observent avec l'intention de la reproduire. Les plus visuels tentent de s'en imprégner globalement. Les plus auditifs en font une description mentale dont ils tenteront de se souvenir.

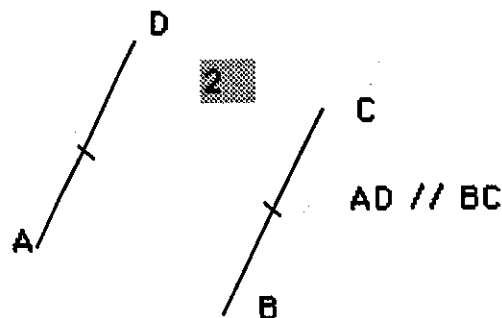
Temps 2: on masque la figure. Les élèves la reproduisent sur leur cahier.

Temps 3: On découvre la figure de nouveau, les élèves contrôlent qu'ils n'ont rien oublié.

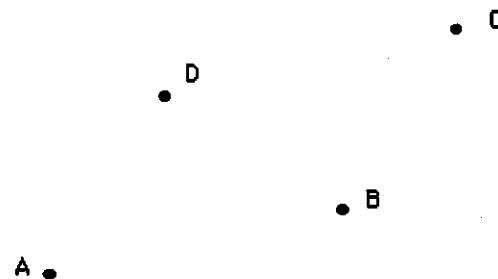
Temps 4: On décrit verbalement le schéma et on énonce le résultat. Les élèves notent ensuite dans leur cahier.

Rappel 2

On fait la même chose avec la figure:



Rappel 3:



ABCD est un
parallélogramme

Après la présentation en quatre temps de cette dernière figure, on pose la question suivante:

Quelles sont toutes les relations que l'œil du mathématicien voit sur la figure précédente?

Le mathématicien voit naturellement sur cette figure l'égalité de côtés même pas visibles pour le spectateur, des côtés parallèles, des diagonales qui se coupent en leur milieu, etc..

Distinction entre situation et action

Les situations (ou états) et les actions ne sont pas gérés mentalement de la même façon, certains élèves ayant beaucoup plus de facilité à gérer les unes ou les autres. Nous distinguerons toujours la situation et les actions.

Nous utiliserons encore le rétroprojecteur et des rabats multiples.

Nous présenterons le problème de la façon suivante:

1-Présentation de la situation initiale en «quatre temps».

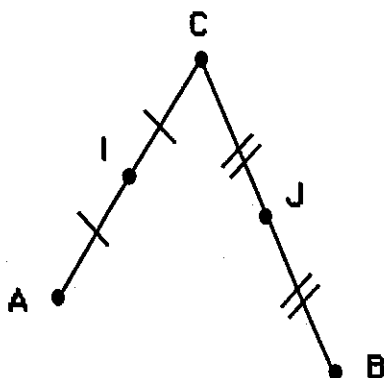
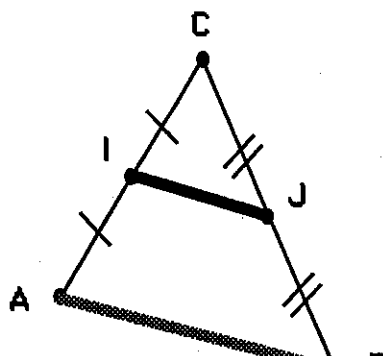


Figure 1:

2-Présentation des actions faites: on trace (IJ) et (AB).



On demande aux élèves de regarder avec l'œil du spectateur les segments (IJ) et (AB).

Ces deux segments apparaissent comme portés sur des supports parallèles. Certains élèves verront que (IJ) semble être la moitié de (AB).

L'œil du mathématicien ne voit rien de tout cela.

Nous allons tenter de le démontrer, c'est à dire de rendre visible à l'œil du mathématicien ce que voit l'œil du spectateur.

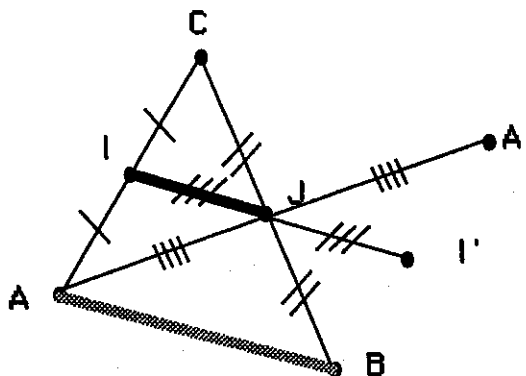
Recherche d'une solution

Que voit l'œil du mathématicien sur la figure 2? Rien de plus que le spectateur. Est-ce que les rappels du début peuvent donner quelques idées? Les points I et J sont bien des points milieux mais nous sommes loin des figures présentées en rappel. Que faire dans une situation comme celle-ci? **Procéder comme les visuels ont tendance à le faire naturellement, c'est à dire enrichir la figure pour faire apparaître des relations qu'une figure trop pauvre ne laisse pas apparaître.**

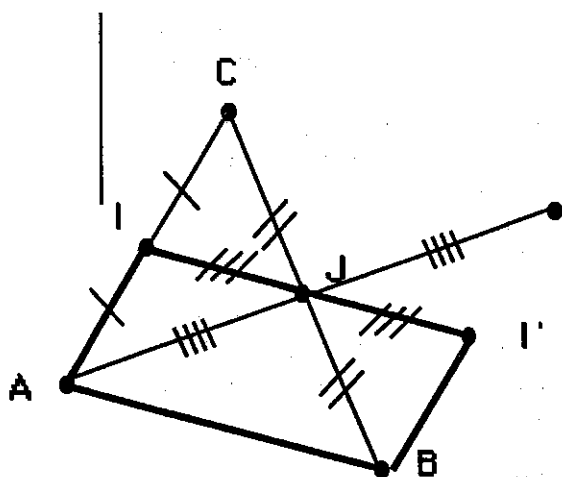
Comment enrichir une figure?

Une façon d'enrichir la figure est de la rendre plus symétrique, ce qui est une façon de faire apparaître de nouvelles relations. Dans le cas de la figure 2, les points I et J sont déjà des points milieux. On peut donc tenter d'enrichir la figure en cherchant les symétriques par rapport à ces deux points.

Plaçons tous les symétriques des points de la figure par rapport à une symétrie centrale de centre J.

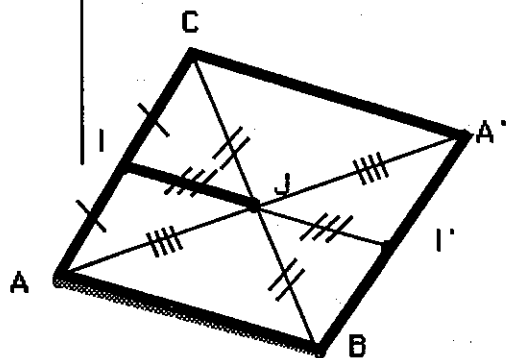
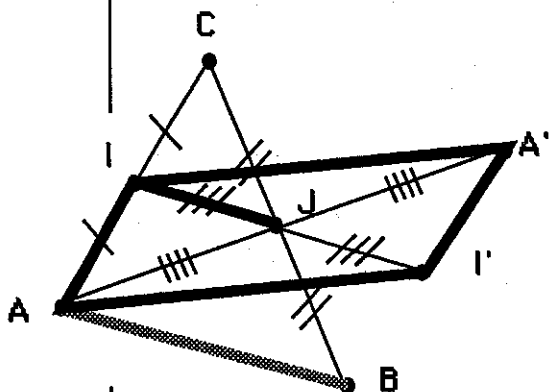


Pour l'œil du spectateur, cette figure paraît plus confuse. Est-ce que le spectateur ne pourrait pas y voir une figure familière? Simplement en traçant (BI') il peut voir un parallélogramme.

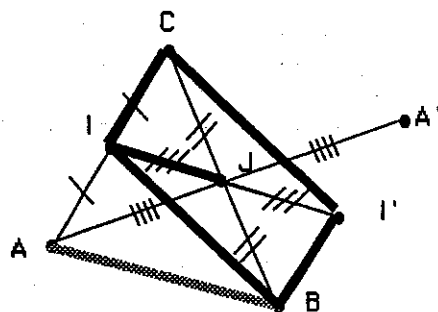


Mais ce parallélogramme, l'œil du mathématicien ne peut le voir. Pourtant si l'œil du mathématicien pouvait voir ce parallélogramme, il serait facile pour lui de voir aussi que les supports de (II') et de (AB) sont parallèles et que (IJ) est égal à la moitié de (AB) .

L'œil du mathématicien par contre voit 3 parallélogrammes que l'on peut rendre visible pour un spectateur de cette façon:



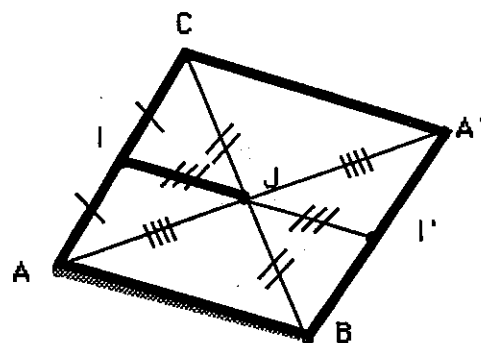
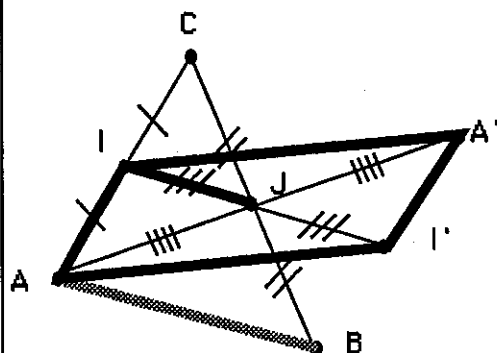
le fait d'avoir tracé les symétriques des points de la figure par rapport à une symétrie centrale de centre J a enrichi ce

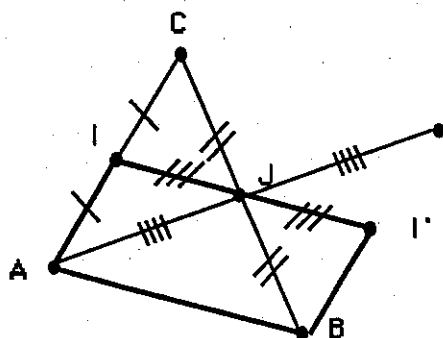
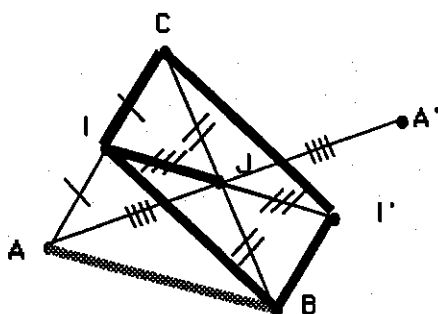


que le spectateur voit (le parallélogramme $II'BC$) et ce que le mathématicien voit: les parallélogrammes $AIA'I'$, $ACA'B$, $ICI'B$.

Le problème peut se reformuler de la façon suivante: le mathématicien peut-il voir le parallélogramme $II'BC$.

Une façon de poser ce problème visuellement est de rassembler les 4 vues dont nous disposons: les trois du mathématicien et celle du spectateur.



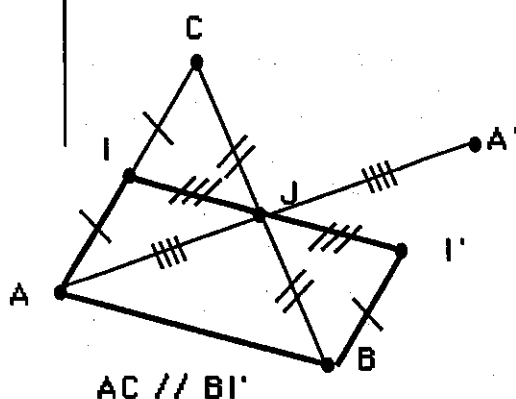


La vue du spectateur (4) manque d'information pour le mathématicien. Dans quelle mesure les parallélogrammes vus par le mathématicien nous permettent de compléter l'information contenue sur la figure 4?

Sur la vue 3, le mathématicien en voyant que $IC'B$, voit aussi que $(IC) = (BI')$

Il voit aussi que $BI' \parallel AC$

Plaçons ces informations sur la figure 4



Maintenant le mathématicien voit aussi ce que voyait le spectateur: le quadrilatère $AI'B$ est un parallélogramme.

Le problème est maintenant résolu. Il reste à faire la rédaction de la démonstration. Cette rédaction a pour but de convaincre par des moyens logiques quelqu'un d'autre de la validité du résultat. Il faut donc que toutes les informations essentielles s'y trouvent mais qu'il n'y en ait pas d'inutiles. Le style de rédaction d'une démonstration peut grandement varier selon les exigences de l'enseignant. Cependant on trouve en général:

- La description de la situation de départ
- La description des actions faites à partir de cette situation
Tout ceci constitue l'hypothèse.

Ensuite on reprend les étapes successives qui ont conduit à la solution en ne gardant que les parties directement utiles. On va donc omettre tout ce qui a constitué le travail de recherche qui n'a pas un lien direct avec la solution trouvée; c'est pourquoi il n'est pas facile d'apprendre à démontrer en lisant des démonstrations. Le moment de la rédaction constitue une vérification logique, déductive et verbal des résultats obtenus. C'est aussi le moment où l'on essaye de transmettre donc de présenter de façon convaincante ce que l'on a fait.

Démonstration et gestion mentale.

1- L'Intention. Avant de commencer à démontrer, l'intention qui va guider le travail de démonstration doit être la plus précise possible. Les élèves doivent être conscients de certaines caractéristiques de l'activité mathématique visant à démontrer.

- On recherche un moyen, un outil qui permet d'arriver à un résultat. Le moyen ou l'outil doit être le plus général et le plus simple possible. L'outil ou le moyen utilisé à plus d'importance que le résultat obtenu.
- On réfléchit sur l'outil ou le moyen lui-même et l'on envisage les points suivants:
 - Son domaine d'application.
 - Sa «fiabilité».
 - Les possibilités de modification de l'outil et les résultats nouveaux que ces modifications permettent d'établir.

Avant de commencer à démontrer, un élève doit se remémorer les points précédents. Il s'agit d'une sorte de conditionnement mental précédent le travail proprement dit.

2-Les évocations différentes de la réalité

On utilise trois évocations différentes de ce qui est perçu.

1- L'évocation du spectateur: il évoque des objets concrets ou des formes à partir de leur apparence. Il reconnaît les objets et les formes qui sont dessinés et peut les nommer.

2- L'évocation du dessinateur ou de l'artiste: il voit «en lui» ce qui n'est pas forcément dessiné. C'est une évocation qui dissout les objets représentés pour faire apparaître des formes dans les espaces négatifs, ou faire des liens entre des formes différentes qui ne sont pas expressément représentées. Les lignes de contour ne font pas que souligner les contours mais ont des relations entre elles ou leur prolongement. L'évocation du dessinateur ou de l'artiste est souvent globale, muette, esthétique. Elle aboutit à la création d'objets mentaux nouveaux.

3- L'évocation du mathématicien: il ne voit qu'à partir de relations explicitées. Il voit des objets non perçus à condition que les relations entraînant leur existence virtuelle soient perceptibles. Il s'agit bien d'une évocation car «le mathématicien» crée vraiment mentalement les objets non perçus. Il ne s'agit pas de résultats appris, mais bien d'une nouvelle évocation de la réalité. Un résultat mathématique intégré modifie l'évocation du mathématicien. S'il n'y a pas modification de son évocation le nouveau résultat ne pourra être utilisé dans des problèmes même s'il pourra être reproduit dans des exercices.

Lors du processus de démonstration, ces trois évocations entre en jeu. Une des difficultés est de les reconnaître et de les utiliser à bon escient. Il est inutile de tenter de faire faire une démonstration à un élève qui ne saurait pas distinguer une évocation du spectateur d'une évocation du mathématicien. C'est un préalable à la démonstration.

L'artiste

L'évocation de l'artiste permet d'avoir les idées qui vont orienter la démonstration. Le spectateur va voir avant le mathématicien. Le but de la démonstration est que le mathématicien voit finalement lui aussi ce que le spectateur a vu et que bien souvent l'artiste lui a montré.

Ces trois évocations correspondent à des états mentaux différents. On ne se met pas tout d'un coup à évoquer comme l'artiste alors que l'on évoquait comme le mathématicien. Le travail mental est différent. Le fait de pouvoir identifier ce travail différent par des mots différents permet d'orienter le travail mental des élèves.

Démontrer demande l'utilisation de ces trois évocations différentes. Contrairement, il ne faut pas se défier de ce qu'on voit, on ne démontre pas parce qu'on peut avoir des «illusions d'optique», au contraire. Une illusion d'optique n'est que le moment où le spectateur et le mathématicien voient des choses différentes, mais l'évocation du spectateur est aussi vraie que l'évocation du mathématicien ou de l'artiste. Le spectateur et l'artiste voient souvent avant le mathématicien et le mathématicien ne pourra voir que parce que l'artiste et le spectateur ont vu avant lui. Démontrer, c'est amener le mathématicien à voir lui aussi ce qu'artiste et spectateur ont vu et ce n'est pas toujours possible.

Deux mots sur la nature particulière des mathématiques

Parler d'évocation du spectateur, d'évocation de l'artiste, d'évocation du mathématicien est une façon de résumer ce qui est spécifique au dessin ou aux mathématiques.

Faire des mathématiques, c'est pratiquer une évocation particulière, ce qui veut dire que c'est une interprétation de ce qui est perçu. Pour le mathématicien, tout signe exprime une relation qui permet de construire un objet mental. Réciproquement ce qu'un mathématicien construit ce sont des objets mentaux qu'il peut décrire en utilisant des signes qui expriment ces relations. Ceci n'est pas seulement vrai en géométrie.

Les mathématiques sont un langage qui a sa grammaire, mais surtout un pouvoir d'évocation très particulier et particulièrement riche. Enseigner les mathématiques consiste à acquérir la grammaire mais aussi à construire des objets mentaux à partir de ce langage. C'est un peu ce que nous avons tenté de faire pour un aspect de la démonstration. C'est aussi vrai pour de nombreux aspects des mathématiques.

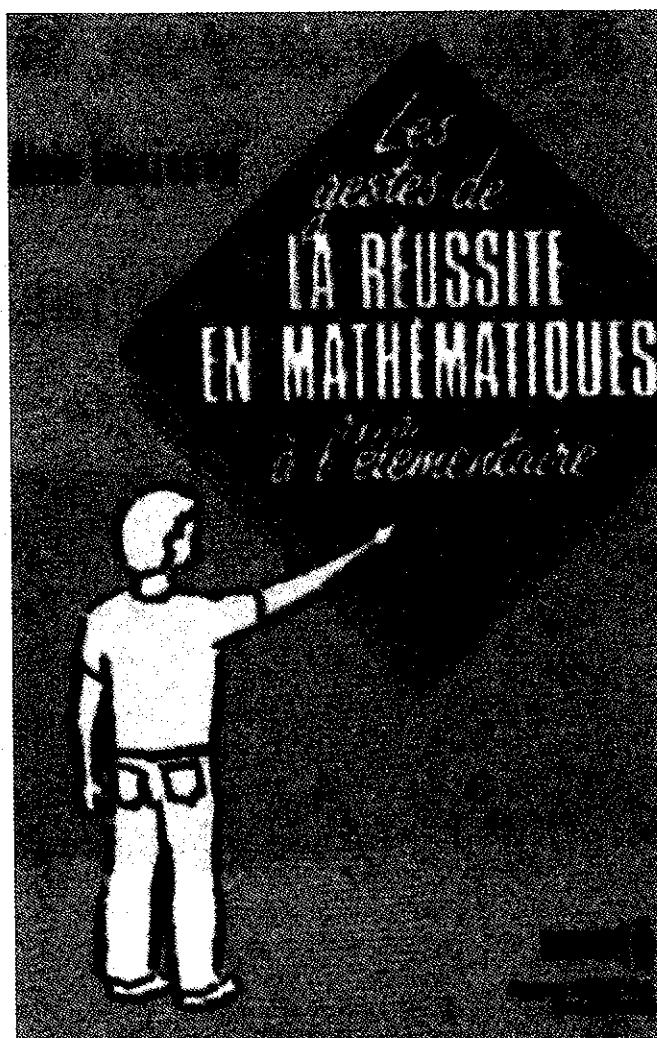
Traiter les mathématiques comme l'évocation particulière que nous avons décrite demande d'amener les élèves à se construire des objets mentaux à partir de leur perception, objets mentaux que le spectateur ne peut voir. Ceci a de nombreuses implications pédagogiques qui sortiraient du cadre de cet article.

Visuels et auditifs

Les évocations du spectateur et du mathématicien peuvent être accessibles, quoique par des voix différentes, aussi bien aux visuels qu'aux auditifs. L'enseignant devra toujours s'arranger pour laisser les temps d'évocation visuelle et de s'assurer que les élèves auront aussi le temps de se faire un commentaire et de le comparer au commentaire de l'enseignant dans la présentation des divers étapes du cours. Il devra aussi distinguer les situations des actions et permettre à chacun de les évoquer comme il lui convient. L'objet mental construit par l'élève peut avoir une forme très personnelle. Si je parle d'œil du mathématicien, ce n'est pas pour privilégier une approche essentiellement visuelle mais simplement pour exprimer qu'il y a une construction mentale très rapide à partir de la perception.

Dans le processus de démonstration, il y a cependant une part visuelle importante: c'est celle rattachée à l'évocation de l'artiste. C'est souvent le moment où l'idée arrive, c'est la partie la plus créative de la démonstration. Les étudiants-et les enseignants-que j'ai pu rencontrer et qui utilisaient presque exclusivement des processus verbaux en mathématiques avaient l'impression de pouvoir comprendre une démonstration facilement, de pouvoir l'enseigner, mais avaient l'impression d'être incapables de la trouver eux-mêmes. Ils ont l'impression de ne pas pouvoir commencer, ou de ne pas avoir la bonne idée ou l'intuition qui met sur la voie. Par contre, ils étaient particulièrement brillants pour démontrer les rouages logiques du processus déductif. Je crois qu'ils pourraient faire des progrès rapides s'ils développaient en eux l'œil de l'artiste et même l'œil du spectateur. Cela pourra leur paraître difficile au début, car ils se défient beaucoup de ce qu'ils voient et veulent «tout comprendre», c'est à dire tout analyser tout de

suite sans se laisser vivre le moment un peu angoissant où la figure se déstructure et les images se reforment dans le silence, où la complexité augmente avant -éventuellement- de se résoudre. ■



*Cet article est la suite
de l'article paru dans le
PLOT 55*

*et de celui du même auteur
paru dans le*

PLOT n° 45 (1988)

se référant à son livre

«Les gestes de

la réussite

en mathématiques

à l'élémentaire»

paru aux éditions ARC inc. et

diffusé en France

par ESKA,

27 rue Dunois, 75013 Paris.

Perspective et enseignement

Gérard Vaton, Abidjan

Gérard Vaton continue à décrire ici le matériel utilisé par le SDEACP d'Abidjan pour former les enseignants de Côte d'Ivoire et leur fournir des outils réexploitables avec leurs élèves (classes de 4ème et 3ème professionnelles) même sans grands moyens de duplication.

Pour construire ces planches G. Vaton est demandeur de logiciels fonctionnant sur Macintosh qui lui permettraient de gagner un temps précieux (Ecrire à G Vaton, CNMS, BP 890 Abidjan 08). Jusqu'à présent ces planches sont faites à la main puis ronéotées avec les moyens du service de formation.

1- pour les professeurs.

LA PERSPECTIVE AXONOMÉTRIQUE (notions élémentaires)

C'est une projection orthogonale sur un plan oblique par rapport aux faces principales de l'objet.

En général, ni les angles, ni les longueurs ne se projettent en vraie grandeur.

On caractérise chaque cas de perspective axonométrique par la manière suivant laquelle se projette un cube de référence; on indique pour cela :

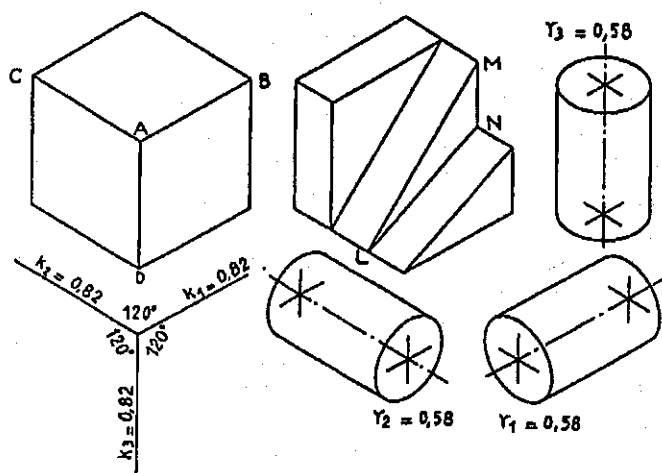
- la mesure des angles que forment entre elles les projections des trois directions principales;
- les rapports de réduction (k_1, k_2, k_3) appliqués aux mesures des longueurs portées par les trois directions principales ;
- les rapports «petit axe / grand axe» (g_1, g_2, g_3) relatifs aux ellipses-images des cercles portés par les faces principales ;
- remarque : les rapports k_i et g_j concernent un couple (direction et face perpendiculaire à cette direc-

tion) sont liés par la relation $k_i^2 + g_i^2 = 1$

Deux des perspectives axonométriques habituellement utilisées sont présentées ci-dessous:

Perspective isométrique

- les trois directions principales se projettent en formant entre elles des angles égaux (120°);
- les rapports de réduction sont égaux : $k_1 = k_2 = k_3 = 0,82$ (pour les directions principales) ;
- les rapports «petit axe / grand axe» sont égaux : $g_1 = g_2 = g_3 = 0,58$ (pour les ellipses-images des cercles portés par les faces principales).



remarque : dans le cas de la **perspective isométrique**, le plan de projection (sur lequel on projette l'objet) est parallèle au plan BCD.

PERSPECTIVE TRIMÉTRIQUE classique

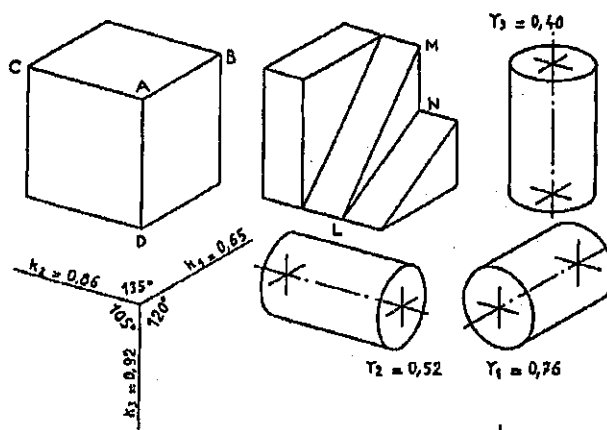
- les trois directions principales se projettent en formant entre elles des angles inégaux (105° , 120° , 135°);
- les rapports de réduction sont inégaux : $k_1 = 0,65$, $k_2 = 0,86$, $k_3 = 0,92$ (pour les directions principales) ;

- les rapports «petit axe / grand axe» sont inégaux : $g_1 = 0,76$, $g_2 = 0,52$, $g_3 = 0,40$ (pour les ellipses-images des cercles portés par les faces principales).

remarque : dans le cas de la **perspective isométrique**, le plan de projection (sur lequel on projette l'objet) est parallèle au plan BCD.

Remarques:

- 1- Les valeurs des rapports de réduction



(k_i) ne sont valables que pour les longueurs portées sur les directions principales : par exemple, elles ne s'appliquent pas aux directions telles que LM ou LN.

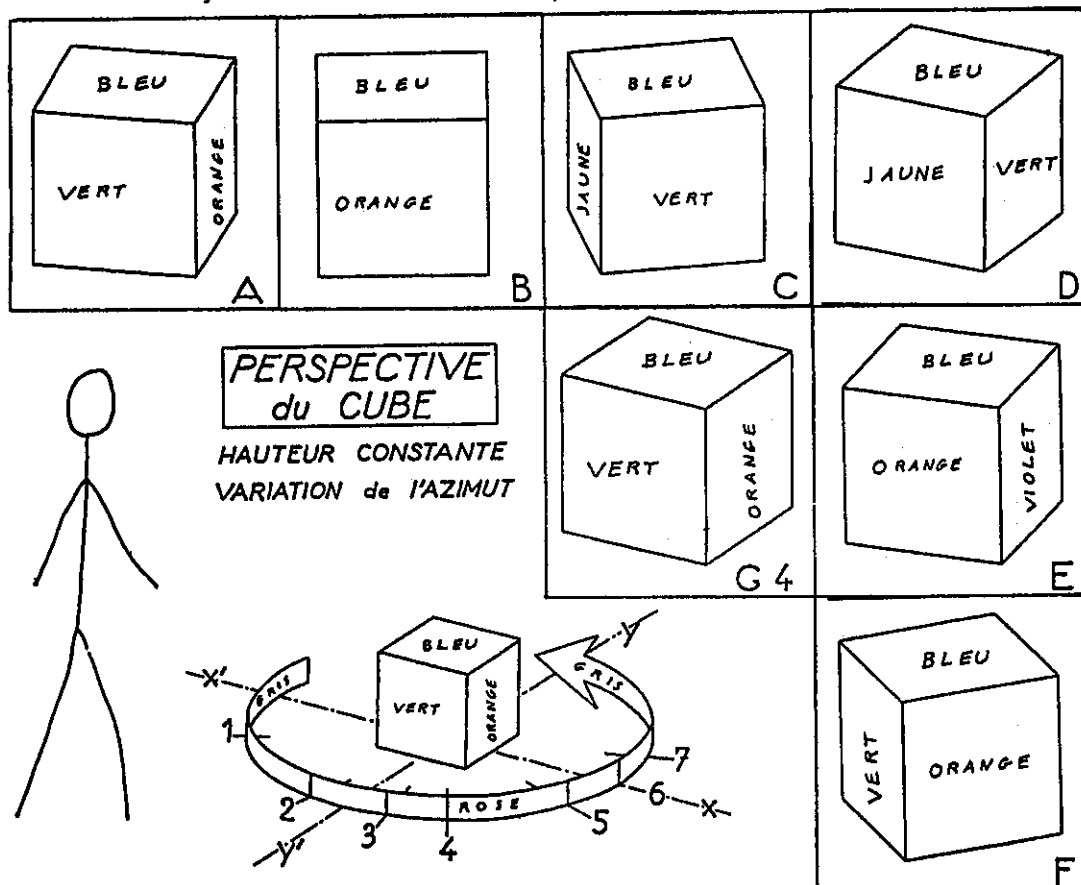
2- On peut imaginer de nombreux autres cas de **perspective axonométrique**: avant d'exécuter l'une d'elles, il faut déterminer les angles et les rapports de réduction dont la valeur dépend de la direction de projection (ou d'observation).

2- Documents à fabriquer pour les élèves

PERSPECTIVE du CUBE

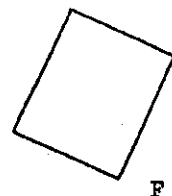
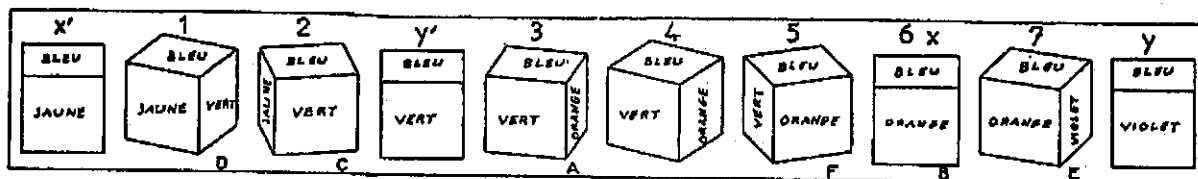
Modèles pour réaliser le panneau «énoncé» et la bande «solution» par collage des documents «A4» sur des feuilles de 65 x 92 cm.

- Il est préférable de faire les coloriages avant les collages.
- La silhouette symbolisant l'observateur n'est pas fournie !

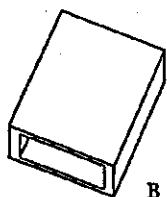


SOLUTION de l'EXERCICE

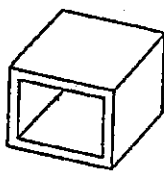
PERSPECTIVE
du CUBE

HAUTEUR CONSTANTE
VARIATION de l'AZIMUT


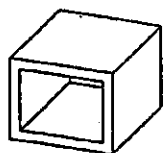
F



B



K



H

PERSPECTIVE AXONOMETRIQUE

Guide à section rectangulaire

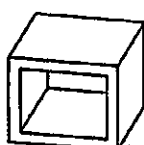
Aspects successifs de l'objet lorsqu'on le regarde d'un peu loin :

- de la vue «L» à la vue «D», on tourne autour de l'objet, mais en restant à la même hauteur,

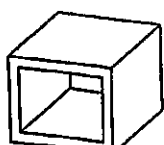
- de la vue «J» à la vue «F», on se relève depuis l'horizontale jusqu'à la verticale, mais sans tourner autour de l'objet.



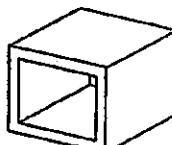
L



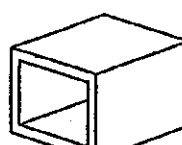
I



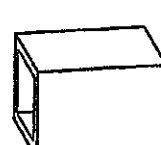
A



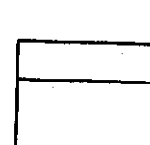
N



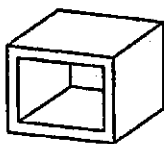
G



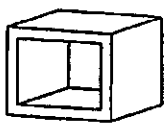
E



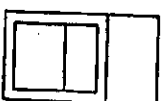
D



M



C

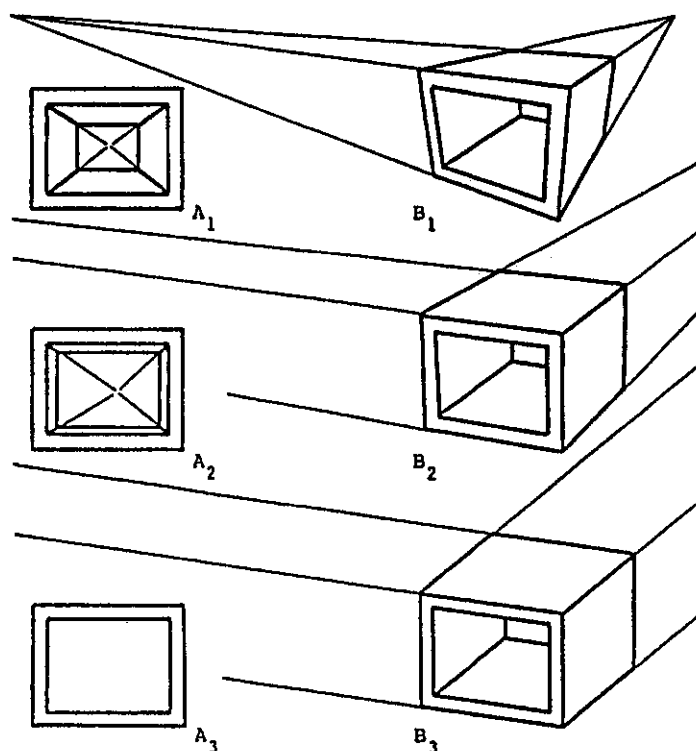


MODIFICATION DE LA PERSPECTIVE

Quand l'observateur s'éloigne de l'objet.

Distance entre l'appareil photo et l'objet
(de dimensions extérieures : 160 x 200 x 240 mm);

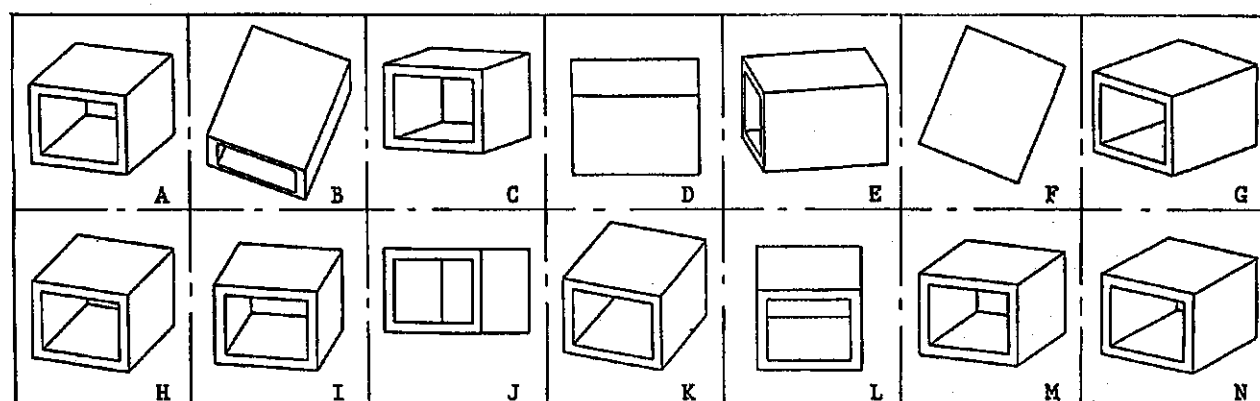
- Pour les vues A_1 et B_1 : 0,30 mètres environ,
 - Pour les vues A_2 et B_2 : 1,50 mètres environ,
 - Pour les vues A_3 et B_3 : très grande.
- La vue A_3 est appelée **vue en projection**,
La vue B_3 est appelée **perspective axonométrique**,

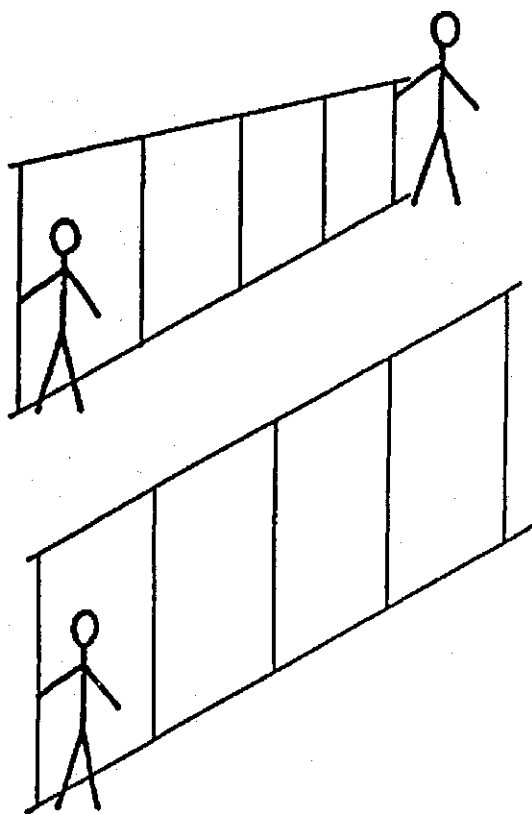


3- Exercices à donner aux élèves

1- Vu sous plusieurs angles

Divers aspects, en perspective axonométrique, d'un guide à section rectangulaire. Que se passe-t-il ? Qu'est-ce qui varie à partir de la vue «A» ? La hauteur ? L'azimut ?

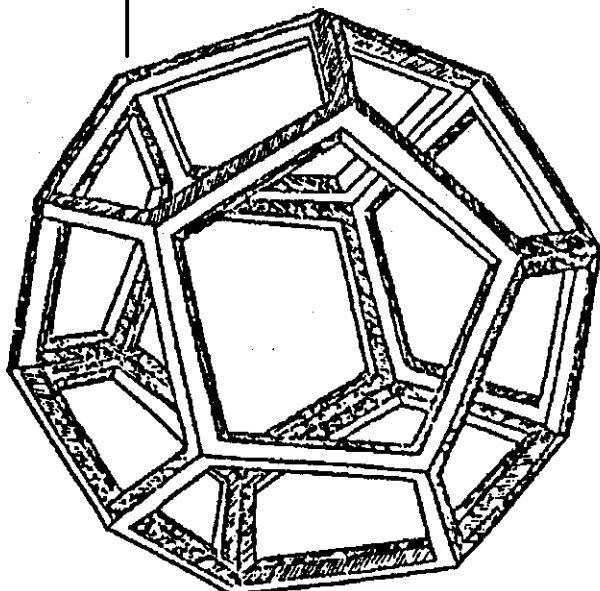
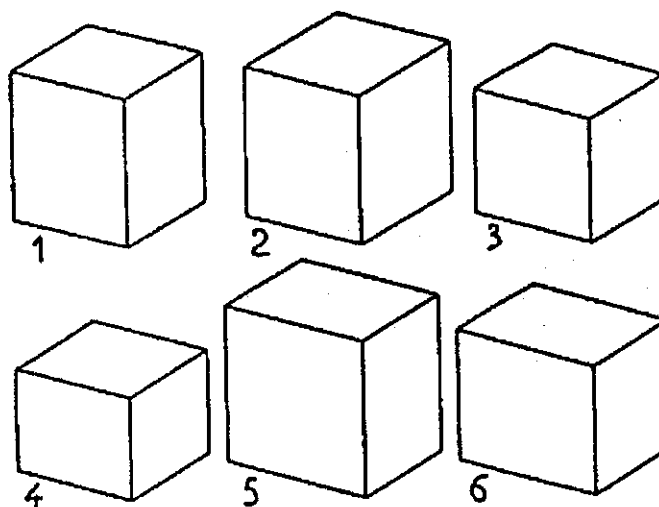




2- Effets de perspective
Quel est le plus grand ?

3- Un seul est un cube

Pour 5 de ces pavés, l'une des arêtes est, soit supérieure, soit inférieure aux deux autres. Précisez laquelle et trouvez quel est le seul cube.



4- Un dessin de Léonard de Vinci
A quelle distance de la feuille se placer pour retrouver la perspective correcte de ce dodécaèdre ?

La perspective: cavalière ou parallèle ?

Bernard Parsysz – IUFM de Metz

Un point de vocabulaire

Pour beaucoup d'enseignants de mathématiques, les deux expressions «perspective cavalière» et «perspective parallèle» sont parfaitement synonymes. est-ce vraiment le cas ? La question mérite d'être posée, ne serait-ce que pour éclairer le problème des diverses dénominations que l'on peut rencontrer.

remaquons tout d'abord que le terme de **perspective parallèle** (ou cylindrique) désigne la représentation des objets de l'espace par projection sur un plan, selon une direction de droite. Une telle projection peut être orthogonale ou oblique, selon que cette direction est, ou non, orthogonale à celle du plan de projection.

«Perspective» est donc ici synonyme de «projection», et l'existence des deux termes ne fait que refléter les origines de la géométrie projective, issue de la perspective des peintres (ou perspective linéaire), laquelle n'est autre que la projection centrale (ou conique). Il suffit alors d'envoyer à l'infini le point de vue pour passer de la perspective linéaire à la perspective parallèle. Et, si on se propose d'établir un ... parallèle entre les deux types, on obtient un tableau tel que le suivant :

Point de vue	à distance finie	à l'infini
Projections	conique	cylindrique
	centrale	parallèle
	linéaire	

Dans ce tableau, une case reste vide. Beaucoup la complètent par «perspective cavalière», qui entre ainsi en opposition (comme disent les linguistes) avec «pers-

pective linéaire». Que nous apprennent à ce sujet les ouvrages de référence ?

LA NORME AFNOR

Le Larousse encyclopédique en dix volumes (édition 1963) indique :

«**Perspective cavalière**, projection oblique de l'objet à représenter sur un plan», et ignore la perspective parallèle, alors qu'il signale «perspective centrale (on dit aussi perspective conique ou perspective linéaire)». Il semble donc bien que notre «perspective parallèle» ressemble beaucoup à cette «perspective cavalière», mis à part que celle-ci est nécessairement oblique.

Cependant, la norme AFNOR se montre encore plus restrictive : elle définit la «projection oblique dite "cavalière" comme projection oblique parallèlement à une direction donnée sur un plan de projection parallèle à l'une des faces du cube de référence», et l'oppose à la «projection axonométrique» : «projection orthogonale de l'objet sur un plan de projection oblique défini par les angles que font entre elles les projections sur ce plan des trois arêtes concourantes, indiquées en traits forts, du cube de référence». (NF E 04-108: Dessins techniques pour industries mécaniques, électriques et connexes. Représentations dites «en perspectives». février 1953).

Tentons d'y voir clair !

Le style n'est pas limpide, mais tentons d'y voir plus clair. Il apparaît que :

- 1- la projection cavalière est oblique, tandis que la projection axonométrique est orthogonale,
- 2- dans la projection axonométrique, le plan de projection est oblique par rapport au cube de référence, alors que dans la projection cavalière il est parallèle à l'une des faces de ce cube.

Deux remarques :

a- par rapport à la définition du Larousse, on trouve ici mention d'un «cube de référence», qui définit en fait un repère orthogonal de l'espace. Les projections envisagées se font donc relativement à ce repère.

b- il y aurait -théoriquement- deux autres cas à envisager :

- la projection orthogonale sur un plan parallèle à l'une des faces de référence du cube. Cette projection est attestée, sous le nom de «vue» (face, profil, etc.).

- la projection oblique sur un plan oblique. on aurait alors défini la projection parallèle dans sa généralité !

Les dessinateurs industriels

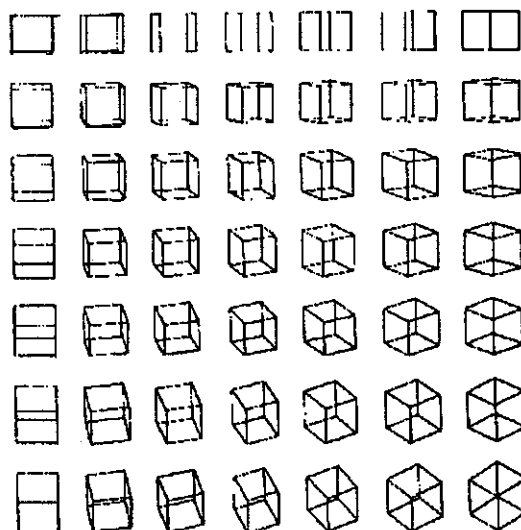
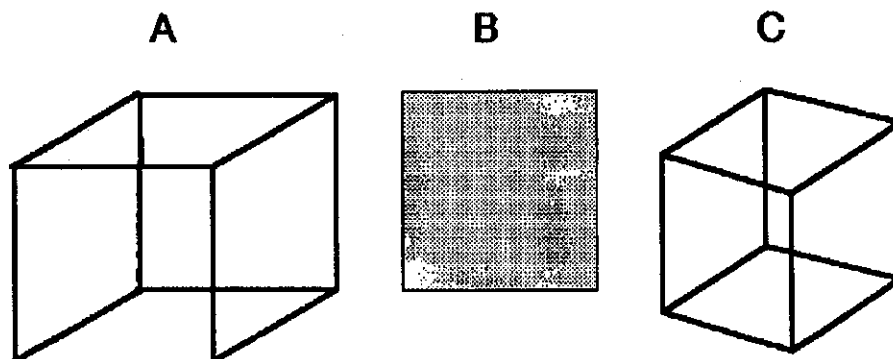
La norme AFNOR étant d'usage constant dans les professions où l'on utilise le dessin industriel, nous pouvons nous référer à celle-ci et considérer la projection cavalière comme un **cas particulier** de la projection parallèle. Nous avons déjà men-

tionné ses deux particularités :

- elle est oblique,
- son plan est parallèle au cube de référence.

Le problème est que, lorsqu'on dessine un objet quelconque, le cube de référence n'apparaît pas. Comment, alors, savoir si la projection est cavalière ? Il peut très bien s'agir d'une projection quelconque. C'est que la norme Afnor, comme les dessinateurs, s'intéresse uniquement au dessin **d'un objet**, et non à une projection de l'espace; et c'est cet objet qui, en fait, définit «le cube de référence» : si l'objet a une face plane, on place cette face parallèlement à une face du cube de référence; ou, ce qui revient au même, on prend une face du cube parallèle à ce plan.

A propos du dessin ci-dessous (où sont représentés, en perspective oblique, trois pavés droits), nous pourrions alors dire que la perspective considérée est cavalière pour A mais pas pour B ni pour C (pour B, c'est une vue, et pour C une perspective oblique quelconque). ■



MATHÉMATIQUEMENT VOTRE !

États généraux de l'enseignement des mathématiques au Québec

Défis et perspectives

Richard Pallascio, Montréal

Les premiers États généraux de l'enseignement des mathématiques au Québec se sont tenus en avril 1990 à Montréal. Dix associations et groupes d'intérêt mathématiques se sont concertés.

Des centaines de militants et de militantes impliqués dans l'enseignement des mathématiques et dans l'une ou l'autre de ces associations ont produit 60 recommandations «omnibus», recouvrant en fait plus de deux cents mesures à prendre dans les prochaines années pour contribuer au développement harmonieux et cohérent de l'enseignement des mathématiques.

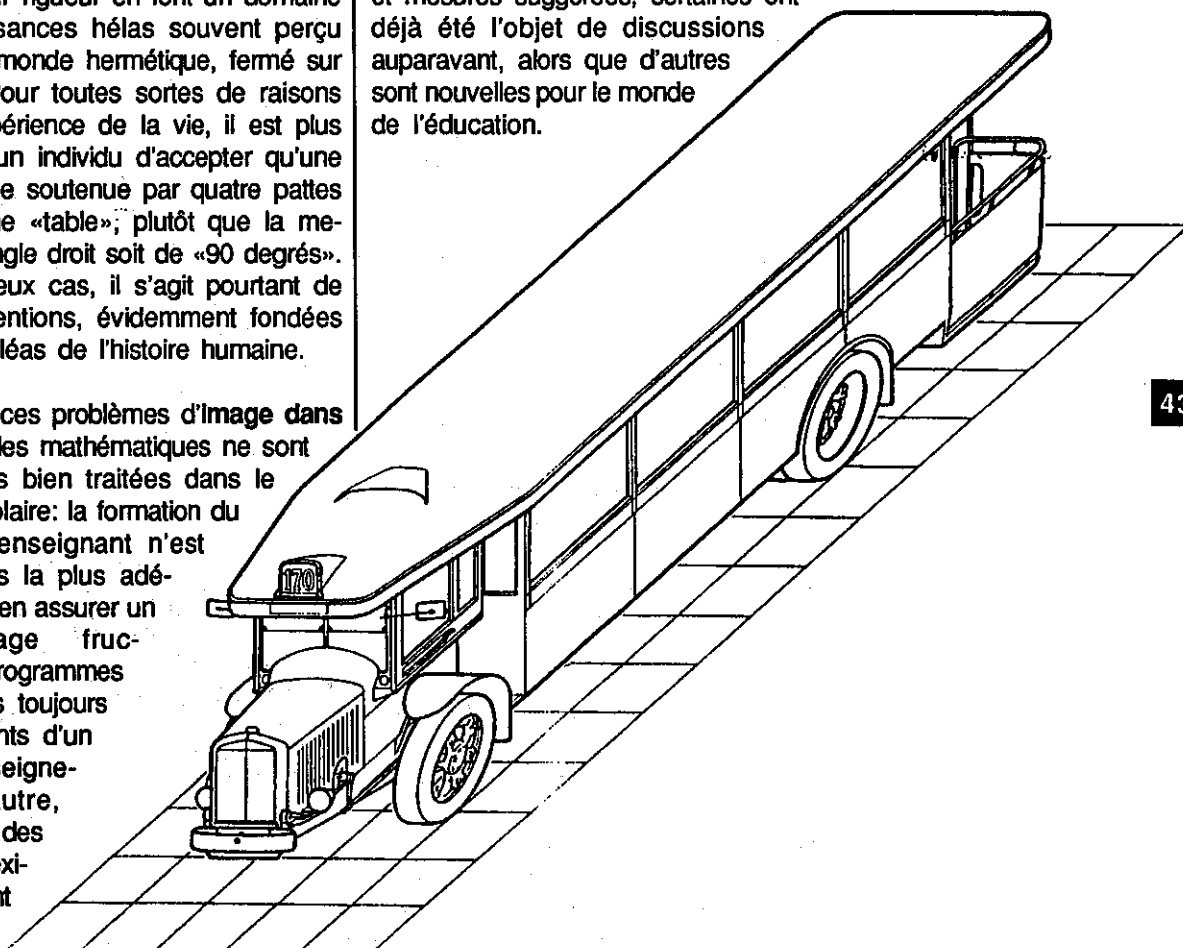
Les mathématiques, véritablement au **carrefour des sciences**, des sciences humaines tout autant que des sciences dites exactes, n'ont jamais été une discipline facile d'accès. Leur symbolisme universel et leur rigueur en font un domaine de connaissances hélas souvent perçu comme un monde hermétique, fermé sur lui-même. Pour toutes sortes de raisons liées à l'expérience de la vie, il est plus facile pour un individu d'accepter qu'une surface plane soutenue par quatre pattes s'appelle une «table»; plutôt que la mesure d'un angle droit soit de «90 degrés». Dans les deux cas, il s'agit pourtant de pures conventions, évidemment fondées sur divers aléas de l'histoire humaine.

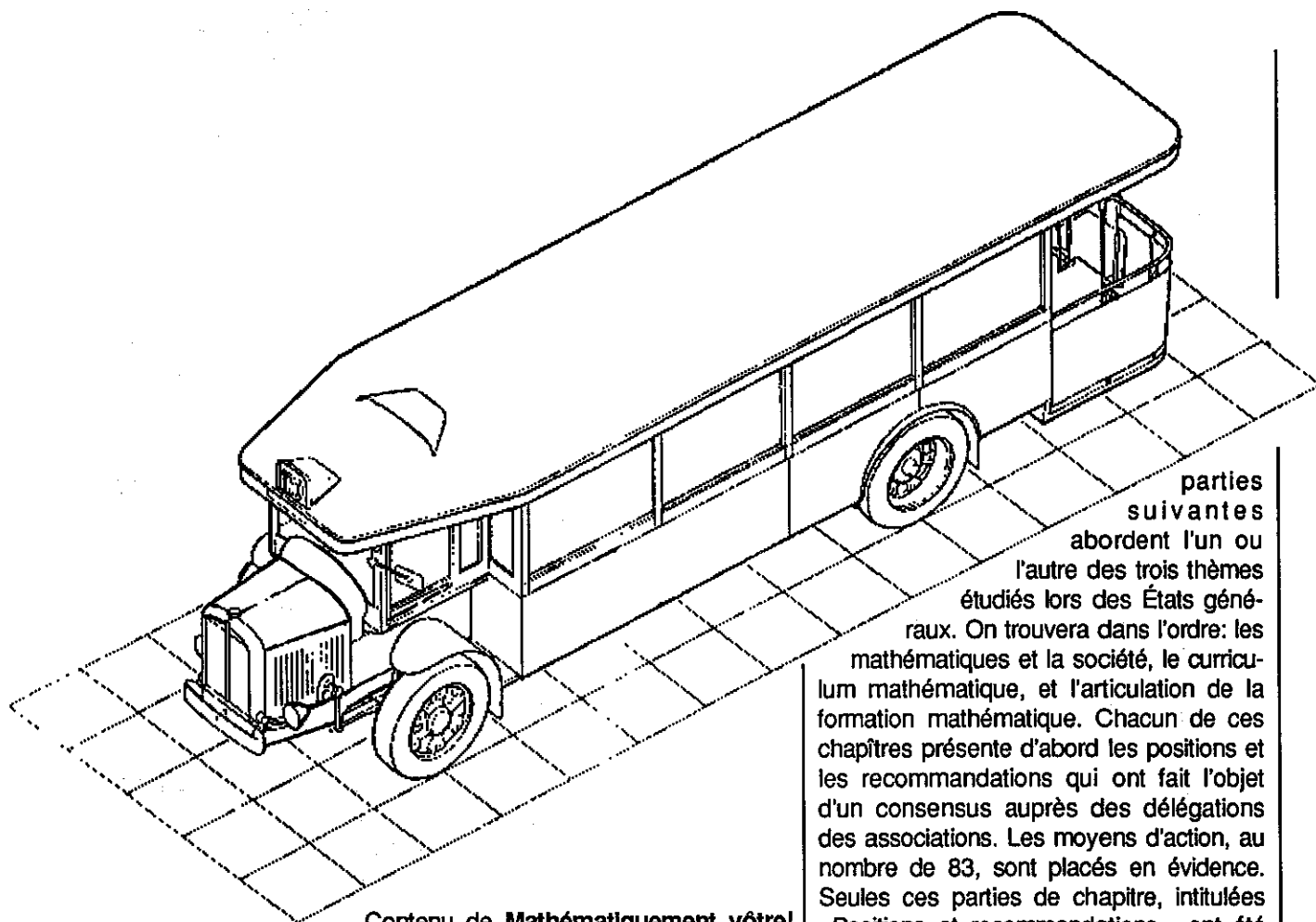
En plus de ces problèmes d'image dans la **société**, les mathématiques ne sont pas toujours bien traitées dans le système scolaire: la formation du personnel enseignant n'est pas toujours la plus adéquate, pour en assurer un apprentissage fructueux; les programmes ne sont pas toujours très cohérents d'un ordre d'enseignement à l'autre, sans parler des préalables exigés qui font passer les

mathématiques pour une grande faucheuse d'enfants innocents. Enfin les consultations auprès du milieu, lorsque vient le temps de modifier les programmes, se font souvent à la sauvette, ce qui n'aide pas le travail du personnel enseignant, souvent contraint à dispenser un programme dans lequel il ne se reconnaît pas.

Ce sont là quelques-unes des raisons qui ont incité les personnes impliquées dans l'enseignement des mathématiques à prendre les devants et à se concerter. Parmi les nombreuses recommandations et mesures suggérées, certaines ont déjà été l'objet de discussions auparavant, alors que d'autres sont nouvelles pour le monde de l'éducation.

**"L'essence
des
mathématiques
réside
dans
leur
liberté."
Georg Cantor**





parties
suivantes
abordent l'un ou
l'autre des trois thèmes
étudiés lors des États gé-
néraux. On trouvera dans l'ordre: les

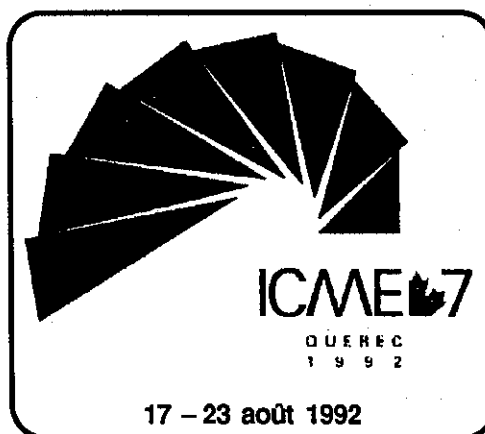
mathématiques et la société, le curricu-
lum mathématique, et l'articulation de la
formation mathématique. Chacun de ces
chapitres présente d'abord les positions et
les recommandations qui ont fait l'objet
d'un consensus auprès des délégations
des associations. Les moyens d'action, au
nombre de 83, sont placés en évidence.
Seules ces parties de chapitre, intitulées
«Positions et recommandations», ont été
discutées et votées lors des États gé-
néraux, et sont le reflet précis des consensus
exigeants réalisés par les délégations
présentes.

A la suite de ces prises de position, on
trouve dans chacun de ces chapitres,
d'autres textes sectoriels, qui ont servi à la
réflexion des participants et participantes
aux États généraux et qui traitent du thème
alors abordé. Ces textes, signés par leurs
auteurs et auteures, ont été approuvés
lors de rencontres de l'une ou l'autre des
associations participantes, mais n'ont pas
fait l'objet de discussions inter-associa-
tions.

Contenu de **Mathématiquement vôtre!**

Ce volume présente, outre le plan d'ac-
tion, les points de vue de plusieurs interve-
nants et intervenantes dans le monde de
l'enseignement des mathématiques. En-
tre autres, nous y retrouvons celui du pré-
sident de la Commission Internationale
pour l'Éducation Mathématique (CIEM),
Monsieur Jean-Pierre Kahane, professeur
à l'Université de Paris-Sud. La situation
québécoise est traitée plus particulière-
ment par la directrice du Centre Interdisci-
plinaire de Recherche sur l'Apprentissage
et le Développement en Éducation (CI-
RADE), Madame Nadine Bednarz, profes-
seure à l'Université du Québec à Montréal.
Les idées, les points de vue et les sugges-
tions livrés par ces deux personnalités
d'envergure internationale lors des confé-
rences plénières des États généraux,
étaient communiqués à titre personnel et
devaient servir à alimenter et éclairer les
discussions des délégués et déléguées
des associations participantes.

La publication **Mathématiquement vôtre!**
contient essentiellement six sections. Les
deux premières présentent les exposés
complets des deux conférenciers invités,
chacun précédé d'une courte présentation
des conférenciers eux-mêmes. Les trois



Pour se procurer
Mathématiquement vôtre!
en France, écrire à
ISKA, 27 rue dunois, 75013 Paris.

Mathématiquement vôtre! 240 pages qui devraient intéresser tout enseignant(e) français(e) préoccupé(e) par la formation, non seulement mathématique ou scientifique, mais globale de l'être humain, pour qui le patrimoine réserve une place importante aux mathématiques. Ce document fournit des informations, bien sûr, aux enseignants et enseignantes de mathématiques, mais également aux parents, aux responsables de l'évolution du système scolaire, aux étudiants et étudiantes, aux chercheurs et chercheuses... désireux de contribuer au développement harmonieux et cohérent de l'enseignement des mathématiques au Québec.

NCTM

à Québec été 92

Le National Council of Teachers of Mathematics, l'équivalent de l'AP-MEP au niveau de l'Amérique du Nord se tiendra à Montréal du 23 au 25 Août 92 à la suite d'ICME VII.

Si vous désirez faire une communication en **français**, écrivez à

Louise Gauthier

110, de la Barre, apt 2118

Longueuil . P. Québec

J4K 1A3 CANADA

en indiquant l'intitulé de votre communication, le niveau d'enseignement, et le matériel dont vous pouvez avoir besoin

NATIONAL COUNCIL OF

Teachers of Mathematics



CANADIAN REGIONAL CONFERENCE

MONTREAL, QUEBEC / 23-25 AUGUST 1992

ISTRON

une initiative nouvelle
dans l'éducation mathématique

Encouragés par l'organisation de l'Europe et par le besoin, ressenti dans le monde entier, d'une amélioration de l'éducation

ISTRON



INTERNATIONAL
INITIATIVES IN
MATHEMATICS
EDUCATION

mathématique, un groupe d'enseignants de mathématiques européens et nord-américains s'est réuni pour :

- créer un réseau international visant à améliorer l'éducation mathématique grâce à des journaux, ateliers et programmes d'échanges,
- produire, traduire et diffuser des documents pédagogiques novateurs venant du monde entier, fabriquer de nouveaux matériels éducatifs,
- présenter de nouvelles méthodes d'enseignement, de formation et d'évaluation des connaissances.

Un groupe international.

Le but du groupe est de susciter une coopération internationale de manière à améliorer l'utilisation des mathématiques par les enseignants, les élèves et les étudiants, les professionnels et le grand public. Ses membres souhaitent ardemment faire profiter leurs collègues dans le monde entier de leurs expériences et bénéficier de toutes celles qui se développent.

Dans chaque pays des groupes élaborent de nouveaux matériels. de nouveaux réseaux se mettent en place pour partager ces expériences. Fréquemment, l'accent est mis sur la capacité à **utiliser les mathématiques** dans le cadre d'applications spécifiques et de problèmes pratiques, ce qui favorise un apprentissage actif, le travail en groupe, et une découverte du rôle des technologies (en particulier de l'informatique) dans l'éducation mathématique.

Malgré tous ces efforts, la collaboration internationale est encore restreinte. Alors que les mathématiques tiennent un rôle central dans la société moderne, par l'intermédiaire de la numérisation croissante des processus industriels et sociaux, nous pensons qu'ISTRON a un rôle important à jouer. Il a la volonté d'expérimenter rapidement de nouvelles idées, de privilégier l'action à l'analyse, et de prendre des risques.

Rejoignez-nous dans cette tâche importante et stimulante.

C. Alsina, Université de Catalogne - Espagne. W. Blum, Université de Kassel - Allemagne. J. De Lange, Université d'Utrecht - Pays-Bas. S. Garfunkel, Comap - USA. J.M. Kantor - Université Paris 7 - France. J.M. Malkevitch, York College - USA. D. Moore, Université de Perdue - USA. M. Niss, Université de Roskilde - Danemark.

Appel

La première initiative d'ISTRON est de recenser dans un catalogue les documents destinés à l'enseignement des mathématiques dans le secondaire, dont le contenu accorde une **part importante aux applications**.

Ce catalogue contiendra aussi bien des modules destinés à l'enseignement que des articles sur l'utilisation et l'analyse des nouveaux matériels conçus dans ce but.

Vos documents doivent être présentés (en 2 exemplaires) en moins de 20 pages (double interligne) avant le **15 Mars 1992**, en français, anglais, allemand ou espagnol.

Les meilleurs travaux seront inclus dans le catalogue et un auteur choisi par un jury international sera invité à ICME VII au Québec. La sélection aura lieu le 1er Juin 1992.

Nous attendons votre participation et vos idées.

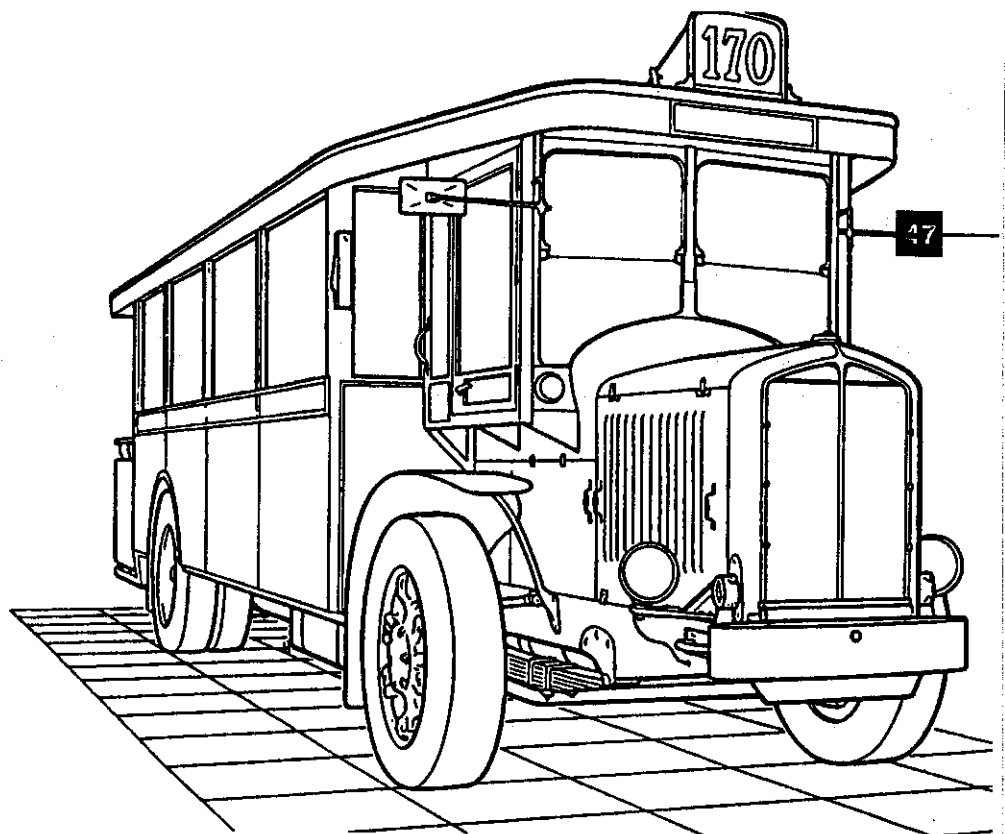
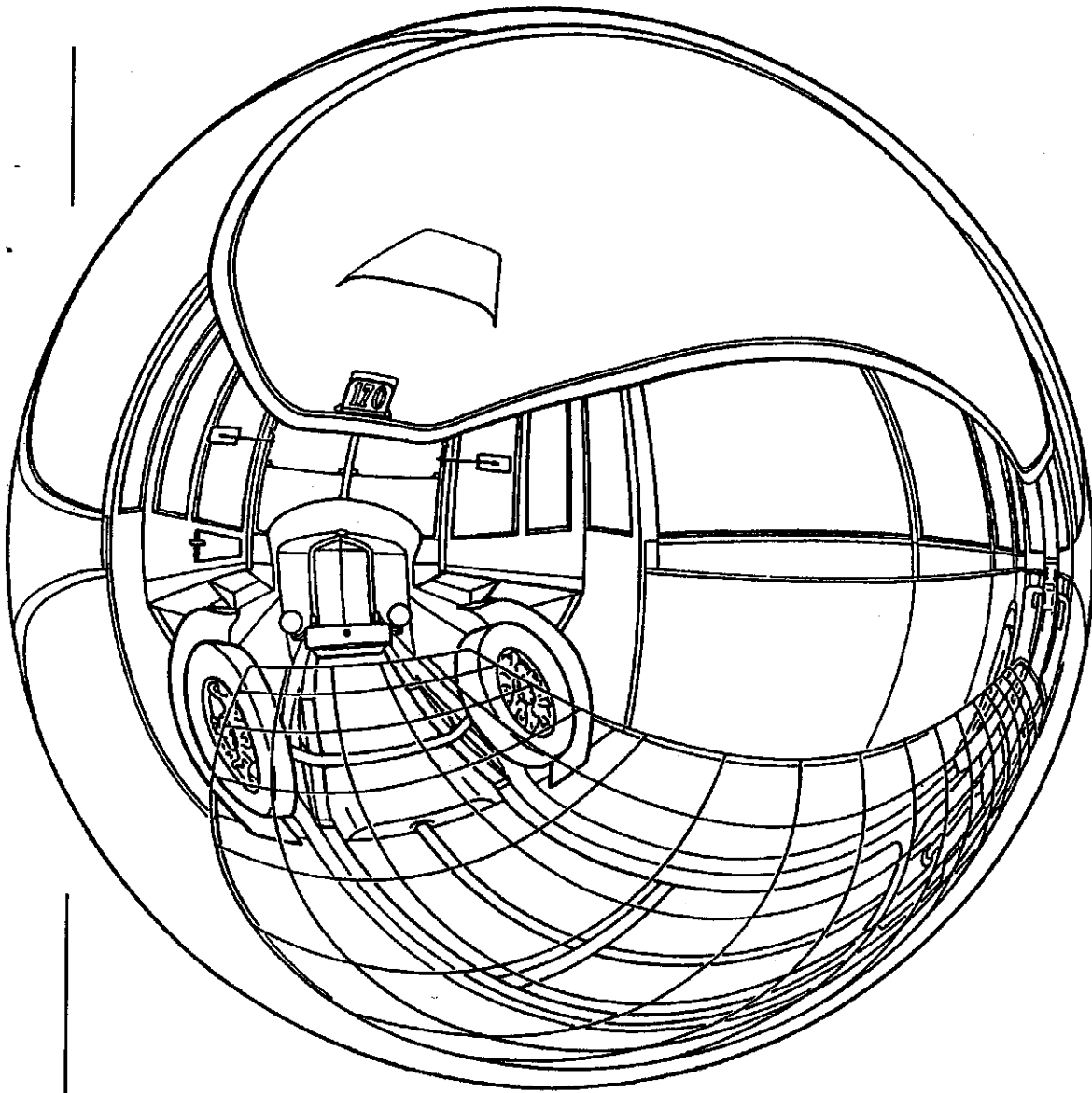
Les participations au concours doivent être adressées à :

ISTRON c/o JM Kantor.
29, rue Lacépède. 75005 Paris

MATHEMATICAL PROBLEMS

PROBLEMES ET MATHEMATIQUES





Le journal PLOT - Tarifs 1992

Nom et prénom
ou établissement

Adresse complète

Code postal et ville

Ecole élémentaire ☐

Collège ☐

Lycée ☐

Supérieur ☐

Autre ☐

Pour les 4 numéros de :

1987 ☐ 1991 ☐
1988 ☐ 1992 ☐
1989 ☐ 1993 ☐
1990 ☐ 1994 ☐

Réabonnement immédiat

80 F. par an

F

Tarif normal
et établissements*

Adhérents
Apnep

Supplément
avion

Désire facture ☐

Nouvel abonné ☐

Pour un an
Par année
supplémentaire

120 F

100 F

+ 45 F

Total à payer

F

+ 100 F

+ 80 F

+ 45 F

Co-abonnement :

à PLOT et à

Tangente

Jeune Archimède

Tangente & J.A.

Suppl' avion

Total à payer

215 F

150 F

275 F

+ 90 F

F

* 2 exemplaires pour les établissements

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

DOSSIERS et MATERIELS du PLOT

10%, 15%, 20% de RÉDUCTION* si vous êtes abonné au PLOT pour 1 an, 2 ans, 3 ans...

— Tarifs 92 —

◆
◆
Prochains numéros
(réabonnez-vous vite aux tarifs 91)

Le
ZERO

et

l'∞

♥ ♥ ♥ Pensez à vous réabonner !!!

Prix unitaire

Qté

Total

50 F	Kit matériel Polyèdres n°1	} Nouvelle version		
50 F	Kit matériel Polyèdres n°2			
50 F	Dossier Polyèdres dans l'espace			
50 F	Papiers accrochés (dossier et matériel)			
50 F	Plages et mathématiques (dossier matériel)			
50 F	Les Dossiers "Ludi-Math" 3 et 4			
50 F	Catalogue exposition : Mosaïque Mathématique			
100 F	Dossiers Spécial II			
200 F	La cassette vidéo TANGENTE			
10 F	Affiches pour la classe : Format minimum 40 x 60 cm			
10 F	1. Horizons Mathématiques	2. L'esprit informatique		
10 F	3. Volume impossible	4. Polyèdres dans l'espace		
10 F	5. Pavage hyperbolique	6. L'Univers mathématique		
20 F	7. Triangles (1) ou (2)	8. Cercles et sphères		
20 F	9. Perpendiculaires	10. Déplacements		
20 F	Pour envoi des affiches roulées dans un tube (en option)			
50 F	Pochettes pour rétroprojecteur n° 5 à 10, 12 à 14			
100 F	Pochettes de diapositives n° 1 à 6			
100 F	Géode - miroir ☐	Sphère - image ☐		
			Sous total	
	* Réduction pour les abonnés à Plot pour 1 an 10% ☐ pour 2 ans 15% ☐			
	* 10% pour les écoles élémentaires Frais d'envoi forfaitaires*			20 F
	* Frais d'envoi par avion à compter en plus		TOTAL A PAYER	

NOM :

Adresse :

Code Postal & Ville:

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

Bon de commande (1)

Le Secret des Pavages
144 pages. 150 F

nom:

adresse:

Maths en pièces,
116 pages. 150 F

ville :

Les deux : 250 F (franco de port)

(1) Adressez votre commande
accompagnée de son règlement à:

ADECUM B.P. 6759
45067 - ORLEANS - Cedex 2



Réabonnez-vous dès aujourd'hui au tarif "année supplémentaire Apnep"