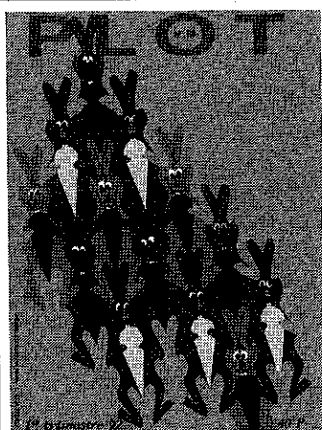




Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction
Jacques Borowczyk,
Daniel Boutté, Gérard Chauvat,
Jacqueline Collet, Roger Crépin,
Luce Dossat, René Gauthier,
Georges le Nezet, Ginette Mison,
Serge Parpay, Raymond Torrent,
Michel Mirault, René Metregiste.

Rédaction
Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat
Madeleine Schlienger

Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monsellier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement
120 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 90 F.
Abonnement étranger : 120 F.

**Photocomposition
et maquette**
i.c.e.
Limoges

Photogravure et impression
Fabrègue - Limoges

Commission paritaire
63181 - ISSN 0397-7471

Editeur
Associations régionales
de l'APMEP de Poitiers,
Limoges, Orléans-Tours,
Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse
Brest, Caen, Clermont-Ferrand et
La Réunion

Diffusion
Adecum (Association pour le
développement de l'enseignement
et de la culture mathématique).

Publié avec le concours
du Centre National des Lettres et
du Ministère de la Coopération

SOMMAIRE

éditorial	01
Calculs d'aires. Michel Soufflet, Nouakchott	02
Des Stats aux probas. Michel Soufflet, Nouakchott.	05
Maths et égalité des chances. Roger Crépin, Limoges	08
Paradoxes en géométrie. Bruno d'Amore, Bellinzona.	13
La notion de durée jusqu'en 6ème. Françoise Hoffet, Ouagadougou	17
Le secret des Pavages. Raoul Raba, L'Haïe les Roses	24
Varignon aurait 338 ans. Marc Blanchard, Rochefort	28
La transvection, un jeu d'enfant. Isabelle Jolivet, Lomé.	33
En attendant l'évaluation des nouvelles secondes	37
La quadrature circonvenue	38
Le géomètre (suite et ...fin) Dupérier & Bouteiller, Orléans	39
Nouveauté : les dossiers "Galion-Thèmes" par l'équipe Galion.	42
Rallye, tournoi, kangourou ... : le juste prix ! Nicole Chéramy, Tours	46
Tarifs- Abonnement	48

EDITORIAL

**Plot 58, premier numéro de l'année 1992,
année du VII^{ème} ICME congrès international
des mathématiques qui se tiendra à Québec en Aout.**
*Nous vous préparons pour cela un numéro 59 spécial-congrès
avec des articles de fond sur l'enseignement
des mathématiques en France et dans les pays soit européens
soit francophones.*

Vous le recevrez si vous êtes réabonné(e) pour 1992 !

*En attendant, ce numéro est un numéro "normal" qui reprend un
certain nombre d'articles qui n'ont pu être intégrés depuis 2 ans
dans un numéro à thèmes et qui n'auraient pu l'être avant une
bonne année puisque notre programmation nous permet d'an-
noncer : aux 3ème et 4ème trimestre 92: les comptes rendus
des journées Apmep de Lyon. Et en 1993 : les deux numéros
promis sur le zéro et l'infini et les comptes rendus des journées
Apmep de ... 1992 !*

***Encore des bonnes raisons
pour vous réabonner pour deux ans et plus.
Et pour nous envoyer vos propositions d'articles.***

INFO-DERNIERE

**Le Plot est heureux de vous faire savoir que le premier livre de la
Collection Sciences et Images est paru, sous le titre "Le secret
des pavages", auteur Raoul Raba avec l'aide du journal et de
l'Adecum. Vous en trouverez des premières photographies en
couverture et page 26 . Son bon de commande est un peu plus
loin.**

**Le prochain livre s'annonce tout aussi original et sortira en fin
d'année : "Maths en pièces"!**

Calculs d'aire et calcul.. ette

Michel SOUFFLET - Nouakchott

Cet article comme le suivant décrivent des activités proposées aux élèves de terminale pour leur apprendre à analyser un problème et à le programmer. Ici, ils ont en plus à découvrir la notion de calcul intégral, faire fonctionner les concepts de suites adjacentes et de limites de suites, mettre en oeuvre un outil dynamique pour découvrir la notion de logarithme.

Le problème :

Une fonction réelle f étant définie continue et positive sur un intervalle $[a,b]$, on se propose de calculer l'aire comprise entre la courbe représentative de f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$.

Le principe :

des rectangles hachurés sur la figure 1 puis la somme de ces aires. On obtient un nombre S_n .

— On calcule l'aire de chacun des rectangles hachurés sur la figure 2 puis la somme de ces aires. On obtient un nombre S'_n .

— L'aire A cherchée est comprise entre S_n et S'_n si f est monotone ($S_n < S'_n$ si f croissante et $S_n > S'_n$ si f décroissante).

— En utilisant une calculatrice ou un ordinateur, on pourra rendre le nombre $|S_n - S'_n|$ aussi petit que l'on veut en choisissant n aussi grand que nécessaire et donc encadrer A avec une amplitude aussi petite que l'on veut.

2) La méthode des trapèzes

Si la fonction n'est pas monotone alors on calculera la somme T_n des trapèzes hachurés sur la figure 3.

1) La fonction est monotone, nous allons donc utiliser la méthode des rectangles.

2) La fonction n'est pas monotone, nous utiliserons alors la méthode des trapèzes.

1) La méthode des rectangles

— On divise l'intervalle $[a,b]$ en n intervalles de même longueur.

— On calcule l'aire de chacun

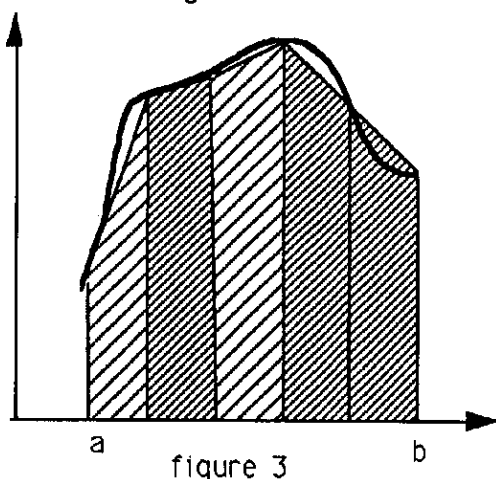


figure 3

Intérêt : La convergence est plus rapide, mais on ne sait pas si l'approximation

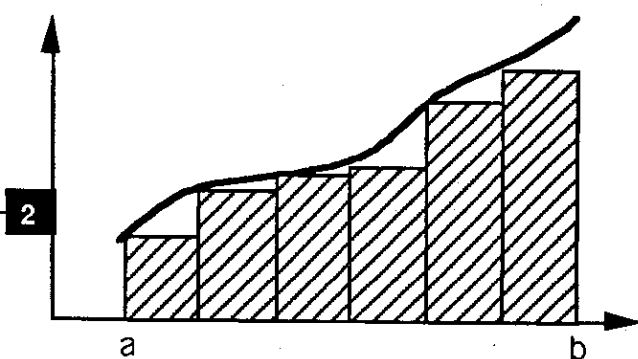


figure 1

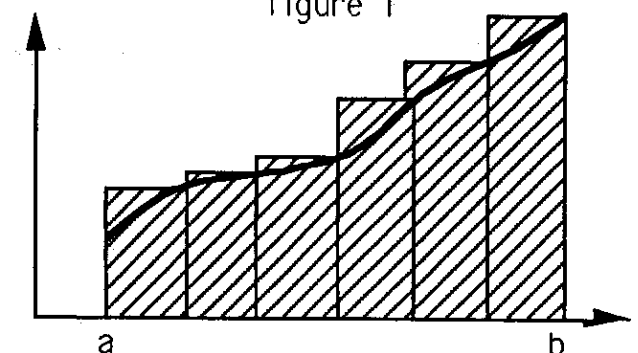


figure 2

obtenue est par excès ou par défaut. C'est pour cela que, dans le cas d'une fonction monotone la méthode des trapèzes est plus rigoureuse.

Exercice :

Calculer T_n en fonction de S_n et S'_n .

Activité en classe :

— Une partie des élèves élabore un programme pour calculer S_n .

— L'autre partie élabore un programme pour calculer S'_n .

Pour calculer T_n , il suffira de faire la moyenne entre S_n et S'_n .

Algorithme du calcul de S_n :

Programme principal :

Début :

— Entrer le nombre de subdivisions n .

— Calculer la somme des aires des rectangles.

— Afficher le résultat.

Fin.

Procédure «Calculer la somme des aires des rectangles».

Début :

— Mettre la mémoire S à 0.

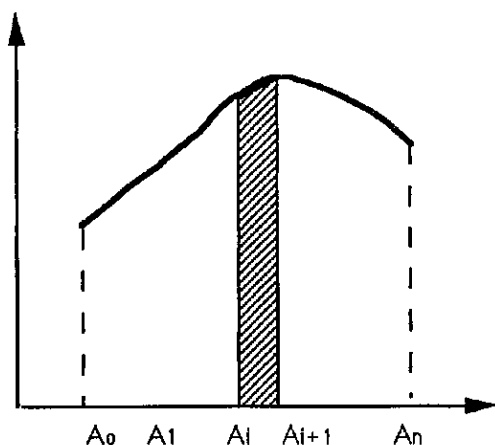
— De $i = 0$ jusqu'à $n-1$ faire :

. calcul de l'aire du rectangle correspondant au point A_i ,

. additionner cette aire dans la mémoire S .

Fin.

Procédure «Calcul de l'aire du rectangle» correspondant au point A .



Commentaires :

A_0 a pour abscisse a

A_n a pour abscisse b

$$AA_{i+1} = \frac{(b-a)}{n}$$

Début :

$$\text{Aire} = f(\text{abscisse de } A_i) \times \frac{b-a}{n}$$

Fin.

Procédure «Abscisse de A_i »

Début :

$$\text{Abscisse de } A_i = a + i \frac{(b-a)}{n}$$

Fin.

La procédure $f(x)$ dépend du choix de f .

Activités sur TI 62

— Elaborer un programme tel que la procédure $f(x)$ soit dans le sous-programme de chapeau F.

— Modifier l'algorithme précédent pour en faire un algorithme de calcul de S'_n et écrire le programme.

— Se grouper par 2 de façon à entrer chacun des deux programmes sur les deux machines.

Remarque :

On peut passer de l'algorithme de calcul de S_n à celui de S'_n en remplaçant la ligne : - De $i = 0$ jusqu'à $n-1$ faire :

par : - De $i = 1$ jusqu'à n faire :

Mathématiquement, cela correspond au fait que

$$S_n = \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(a + i \frac{(b-a)}{n}\right)$$

et que

$$S'_n = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f\left(a + i \frac{(b-a)}{n}\right)$$

La ressemblance de ces deux formules en fait une situation pédagogique excellente pour familiariser des élèves à l'emploi du symbole Σ .

Programme TI 62

Calcul de S_n

LRN

STO

O

STO 1

RCL 3

RCL 2

RCL O

=

STO 4

LBL 1

SBR F

x

RCL 4

n

initialisation

de M1

calcul de $\frac{b-a}{n}$
et stockage n
en M4

Aire du rectangle
correspondant
au point A

Fonctionnement

Entrer a en M2, b en M3

Afficher n , le nombre de subdivisions.

Tapez R/S.

Bloc 1

STO + 1

Ajouter l'aire en M1

RCL 4

$$RCL 2 = RCL 2 + \frac{b-a}{n}$$

STO + 2

(Abscisse de AJ)

DSZ

GTO 1

RCL 1

R/S

RST

LBL F

1/x

INUSBR

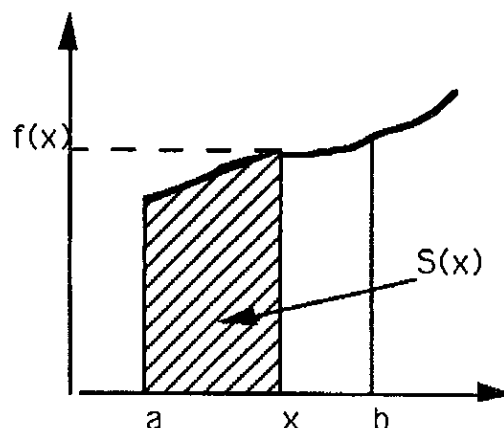
LRN

Affichage
Arrêt et
retour.

f si f(x) = 1/x

Bouclage si i < n - 1

Bloc 2



Remarque : pour obtenir le calcul de S'n, il suffit de permuter les blocs 1 et 2.
Expliquer pourquoi.

Activité élèves : Pour f(x) = 1/x

Calculer $T_{50}(3)$ (a = 1, b = 3) $T_{50}(2)$ (a = 1, b = 2) $T_{50}(6)$ et $T_{50}(3) + T_{50}(2)$

Activité élèves

Introduction à la notion d'intégrale
(Racourci historique).

$$s_n = \frac{b-a}{n} \left(f(a) + f\left(a + \frac{b-a}{n}\right) + \dots + f\left(a + \frac{i(b-a)}{n}\right) + \dots + f(b) \right)$$

$$= \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(a + \frac{i(b-a)}{n}\right)$$

En posant $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

$$S_n = \Delta x \sum_{i=0}^{n-1} f(a + i \Delta x)$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(a + i \Delta x) \Delta x$$

avec pour i = 0 $a + i \Delta x = a$ et pour i = n-1 $a + i \Delta x = b - \Delta x$ Le passage à l'infiniment petit : $\Delta x \rightarrow dx$

$$\text{et } S_n \rightarrow S = \int_a^b f(x) dx$$

permet de comprendre l'origine de la notation

$$\int_a^b f(x) dx$$

Lien avec la dérivée (Dans le cas d'une fonction monotone positive).

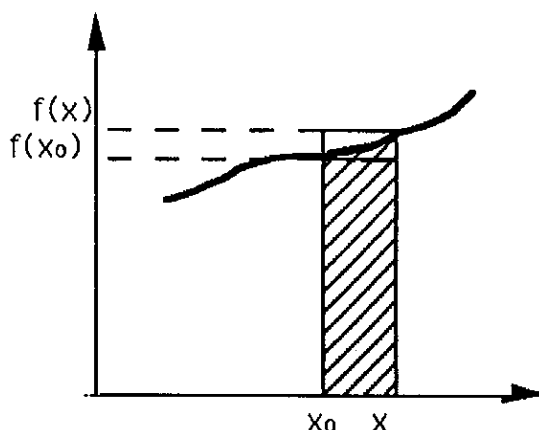
On admet que si f est continue et positive sur (a,b), S l'est aussi.

Alors, si $X_0 \in (a,b)$ $(X - X_0) f(X_0) < S(X) - S(X_0) < (X - X_0) f(X)$
(ou l'inverse si f est décroissante).

donc :

$$f(X_0) < \frac{S(X) - S(X_0)}{X - X_0} < f(X)$$

$$\lim_{X \rightarrow X_0} \frac{S(X) - S(X_0)}{X - X_0} = f(X_0)$$

La dérivée en x_0 de S est f(x)

Des statistiques aux probabilités : simulations

Michel SOUFFLET - Nouakchott

Situation

Un des problèmes qui, historiquement, est à l'origine du calcul des probabilités est le suivant :

Lorsqu'on lance 3 dés cubiques identiques numérotés de 1 à 6 et que l'on s'intéresse à la somme des nombres obtenus , on obtient plus souvent le nombre 10 que le nombre 9.

Pourtant chacun de ces nombres peut s'obtenir de six façons différentes :

Nombre 9 : (1 2 6), (1 3 5), (1 4 4), (2 2 5), (2 3 4) et (3 3 3)

Nombre 10: (1 3 6), (1 4 5), (2 2 6), (2 3 5), (2 4 4) et (3 3 4).

Pouvez-vous expliquer ce phénomène ?

Activité

A l'aide d'une calculatrice programmable (ou d'un micro-ordinateur), nous allons simuler un lancer de 3 dés et étudier (tous ensemble) 1 000 lancers de ce type. Pour cela nous allons tout d'abord voir comment il est possible de réaliser cette simulation. L'algorithme qui suit a été conçu selon la méthode dite «d'analyse descendante» très utilisée en informatique.

Algorithme de simulation d'un lancer de 3 dés

Programme principal

Début

Lancer de 3 dés

Affichage du résultat

Fin.

Procédure «Lancer de 3 dés»

Début

Lancer de 1 dé

Mettre le résultat dans

«mémoire sortie»

Lancer de 1 dé

Multiplier par 10

Ajouter le résultat dans

«mémoire sortie»

Lancer de 1 dé

multiplier par 100

Ajouter le résultat dans «mémoire sortie»
Fin.

Procédure «Lancer de 1 dé»

Début

Sortir un nombre aléatoire
compris entre 0 et 1

Multiplier par 6

Ajouter 1

Prendre la partie entière

Fin.

Procédure «Sortir un nombre aléatoire»

Au départ la mémoire aléatoire sera initialisée par l'entrée d'un nombre compris entre 0 et 1.

Début

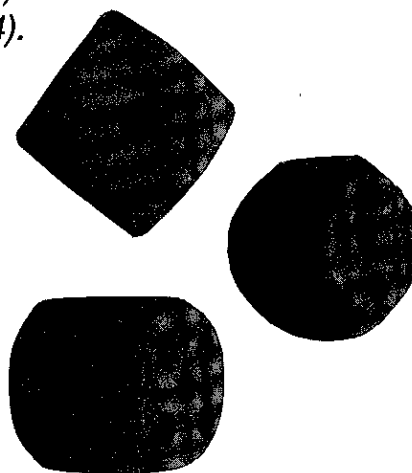
Appeler la mémoire aléatoire

Multiplier par 147

Prendre la partie décimale

Entrer la mémoire aléatoire

Fin.



Procédure «Affichage du résultat»

Début

Appeler la mémoire sortie

Fin.

Exercice : Améliorer la procédure «Simulation de 3 dés» à l'aide d'une boucle.

Activité :

Traduire cet algorithme en langage machine pour TI (écrire le programme).

Entrer ce programme dans la machine.

Faire fonctionner ce programme 100 fois par groupe de deux personnes.

Compter parmi ces 100 tirages le nombre de fois où l'on obtient 9 et celui où l'on obtient 10.

Fin de l'activité

Nous avons traduit cet algorithme en langage machine (voir le programme ci-joint) Chaque groupe a produit 100 tirages de 3 dés et totalisé les trois lancers.

Sur les 1 000 lancers nous avons étudié la fréquence statistique de chacun des résultats 3, 4... jusqu'à 18. Nous avons comparé ces résultats aux probabilités théoriques et observé que l'écart entre les deux était souvent inférieur à 0,01 et toujours inférieur à 0,02.

L'intérêt de cette activité est de montrer que la fréquence statistique d'un événement se stabilise lorsque le nombre d'essais devient grand et de faire apparaître la notion de probabilité comme la limite de la fréquence statistique lorsque le nombre d'essais tend vers l'infini.

Le deuxième programme ci-joint montre comment la calculatrice peut faire tout le travail toute seule.

Programme lancer de 3 dés (TI 62)**Lancer de 3 dés**

LRN

2nd LBL F

SBR G

Lancer d'un dé

STO 1

Stockage en M

SBR G

Lancer d'un dé

x

Stockage en M

10

Position dizaine

=

STO +1

SBR G

Lancer d'un dé

x

Stockage en M

100

Position centaine

=

STO + 1

RCL 1

R/S

RST

Lancer d'un dé

2nd LBL G

RCL 0

x

147

Renouvellement

=

de la fonction aléatoire

2nd Inv Intg

Frac : partie décimale

STO 0

x

6

+

1

=

2nd Intg

Intg : partie entière

inv SBR

LRN

RTN: Return

Fonctionnement :

Entrer la 1ère fois un nombre décimal en mémoire 0

Taper F → affichage 3 dés

Taper G → affichage 1 dé

Programme simulant un lancer de 3 dés totalisant la somme des trois résultats et comptant le nombre de 9 et de 10. (TI 62)

LRN

STO 0

Nombre de lancers

0

STO 5

Mise à 0 des comptages

STO 6

9 et 10

LBL 1

Début de boucle

SBR G

Lancer de 3 dés et total

9

9 en mémoire test

x_≤ t

Test si résultat = y

RCL 2

Si oui SBR 2

x = t	Si non: pas suivant	Intg	
SBR 2		STO + 2	Stokage en M2
10	10 en mémoire test	1	Compteur en M3
$x \Rightarrow t$	test si résultat = 10	STO + 3	pour nombre de
RCL 2	Si oui : SBR 3	RCL 3	lancers
x = t	Si non : fin de boucle	$x \neq 1$	Test si nombre de lancers = 3
SBR 3		GTO F	Si non : retour en F
DS 2	Fin de boucle : si i = n $\rightarrow$ arrêt		(nouveau lancer)
GTO 1	Si non : GOTO 1	RCL 2	Si oui : affichage résultat M2
R/S	Arrêt	RTN	Fin du sous prog. Lancer de 3 dés
RST	Réinitialisation	LBL 2	
LBL G	Sous programme	1	Comptage des 9
	lancer de 3 dés	STO + 5	
0 Initialisation de la mémoire	Résultat (2)	RTN	
STO 2	et de la mémoire	LBL 3	
	nombre de lancers (3)	1	
STO 3		STO + 6	Comptage des 10
3 Nombre de lancers en mémoire test		RTN	
$x \Rightarrow t$		LRN	
LBL F	Lancer de 3 dés		
RCL 1	Fonction aléatoire :		
x Renouvellement			
147			
=			
INV Intg			
STO 1			
x			
6			
+	Lancer d'un dé		
1			
=			

Fonctionnement

1ère utilisation : Mettre 1 décimale en M1
Lancer d'un dé et total des 3 dés : appuyer sur 6.

Comptage des 9 et 10 sur n lancers :

Mettre n à l'affichage.

Appuyer sur R/S. Après arrêt, appuyer sur RCL 5 pour avoir le nombre de 9 et sur RCL 6 pour le nombre de 10. ■

Pour les lecteurs du PLOT, Philippe Comar, concepteur de l'espace "Sténopé" de La Villette est aussi l'auteur des bandes dessinées de Tintin retournant sa veste parues dans un Plot il y a 3 ans.

MATHEMATIQUE ET EGALITE DES CHANCES EN SCIENCES

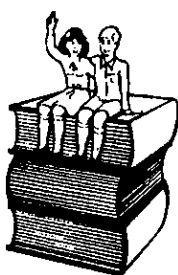
Roger CREPIN - Limoges

Comment populariser les mathématiques pour donner des chances égales aux filles et aux garçons pour leur avenir dans toutes les branches des sciences et des technologies nouvelles ?

Comment agir pendant la scolarité obligatoire pour donner des chances égales aux garçons et aux filles ?

Roger Crépin fait ici le compte rendu de l'atelier

8 du de l'atelier qu'il a animé lors des journées nationales de Guadeloupe en 1991.



VHS) édité par l'association «Pour une éducation non sexiste».

Après avoir présenté la recherche-action de la CEE coordonnée par Catherine Valabrégue, Présidente de l'Association «PENS» et animée en France par Verena Aebischer, Maître de conférence à Paris X, les débats s'orientent vers les difficultés rencontrées pour convaincre les filles de s'orienter plus vers les disciplines scientifiques.

«Très tôt les jeunes filles commencent à ébaucher ou à éliminer des projets de carrière. C'est à ce moment-là que la majorité des filles décide que les matières scientifiques, et en particulier les mathématiques n'ont pas beaucoup d'attrait pour elles. Elles se mettent à les exclure de leurs projets d'avenir». Depuis une vingtaine d'années, bien que le nombre des bachelères soit plus grand que celui des bacheliers, la répartition dans les diverses séries est toujours en déséquilibre. D'après l'Education Nationale, 70 % des bachelères ont un baccalauréat où les mathématiques sont absentes ou ont une place secondaire : A (24 %), G (26 %), B (20 %) contre 38 % de bacheliers dans les mêmes séries. Le déséquilibre est dans le sens inverse pour les autres séries.

La cassette peut être un outil pour les conseillers d'orientation ou servir en formation des maîtres pour les sensibiliser à ce problème. Les professeurs de la scolarité obligatoire sont souvent pris pour modèle par les jeunes, il est nécessaire qu'ils (elles) soient sans cesse en alerte face à l'égalité des chances. Le modèle de la société Education Nationale ne les aide pas : 70 % des femmes pour l'Ecole contre 7 % des femmes Professeur d'Université...

Deuxième atelier : Débats organisés autour de la recherche-action dans l'Académie de Limoges.

Une convention entre le Préfet de Région, le Recteur et l'Association «PENS» permet d'organiser des actions pédagogiques

Deux séances de travail eurent lieu dans l'atmosphère bruisante et chaude des Caraïbes. Titulaire de la demi-salle «Flamboyant», la cohabitation de deux groupes s'avérant trop coûteuse en énergie vocale et en effort de captation auditive, notre atelier déménagea au bar pour la première séance et dans un couloir pour la deuxième. Une trentaine de présents qui enseignent de la Maternelle à l'Université participèrent. Beaucoup de collègues des Caraïbes très sensibilisé(e)s aux problèmes de l'égalité des chances entre garçons et filles, entre femmes et hommes animèrent les débats du deuxième atelier ; je les en remercie. Je remercie tous les participants de leur compréhension et de leur agréable participation.

Premier atelier

Débats organisés autour du visionnement d'une cassette vidéo: «Les adolescentes et les nouvelles technologies» (30mn

dans plusieurs collèges de l'Académie de Limoges. Le Secrétariat d'Etat aux Droits des Femmes apporte aussi son soutien financier. V. Aebischer est responsable scientifique, la Déléguée Régionale aux Droits des Femmes et l'association participent aux actions dans les collèges.

Trois étapes jalonnent la recherche dans des classes de quatrième.

Le sondage

- En début d'année un sondage d'opinion est présenté aux élèves. Ils doivent cocher les cases : +3, pour complément d'accord, -3, pour désaccord complet, on peut nuancer.

1) Que voudrais-tu faire plus tard comme métier ?

.....

2) Tu choisis ce métier,

a - Parce que c'est un métier bien payé

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

b - Pour être en contact avec des gens

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

c - Parce qu'il permet de résoudre des problèmes pratiques

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

d - Parce qu'il demande de la rigueur

e - Pour aider les gens

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

f - Parce que ce métier fait partie du monde technologique d'aujourd'hui

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

3) Tu t'intéresses aux nouvelles technologies comme l'informatique, l'électronique, la robotique...

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

4) Tu pourrais tout à fait envisager de travailler un jour dans les technologies nouvelles

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

5) Tu connais des gens qui travaillent dans le domaine des nouvelles technologies

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

7) Pour toi, les mathématiques, c'est :

a - Avoir de la rigueur

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

b - Résoudre des problèmes pratiques

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

c - Une ouverture sur le monde d'aujourd'hui

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

d - La construction logique sans faille

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

e - Utile pour ce que tu voudrais faire plus tard

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

f - Nécessaire pour faire de bonnes études

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

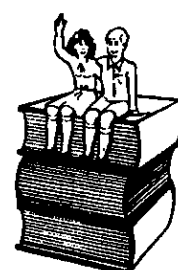
g - Une matière dans laquelle tu es doué(e)

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

h - Une matière dans laquelle tu as de bons résultats

-3 -2 -1 +1 +2 +3
| | | | | |

i - Une matière dans laquelle tu veux réussir





Les autres questions ont le même libellé que la question 7, pour biologie, sciences physiques, français, langues vivantes, géographie, chimie.

L'évaluation est faite par Paris X.

Des actions diversifiées

- Dans chaque collège ont lieu : Intervention du théâtre forum, entretiens avec des personnes ressources —femmes dans des métiers sensés être masculins (gendarme, PDG, ingénieur, direction régionale des Postes), hommes dans des métiers sensés être féminins (sage-femme, infirmière, assistante sociale) —, monographies de visites d'usine par binômes mixtes, correspondances avec d'autres pays. Ces actions peuvent entrer dans le cadre d'un PAE comme de celui d'un cours.

Un nouveau sondage

- En fin d'année le même sondage d'opinion est proposé aux élèves. La nouvelle évaluation permettra de connaître les évolutions.

Pour cette année la première évaluation montre sur la question 7 une plus grande motivation des garçons avec des différences significatives pour g, e, i, h, f, d. On retrouve le même phénomène pour les sciences physiques et la technologie. En français et langues vivantes ce sont les filles les plus motivées avec des différences significatives en français pour a, c, g, h, i et en langues vivantes pour f, g, h. En biologie, des différences significatives en faveur des filles pour b, c. En géographie et

chimie, c'est équilibré.

D'une manière générale les garçons se sentent doués en tout, alors que les filles sont plus timides dans leurs affirmations même en français et langues vivantes où elles se sentent douées.

Pour le choix du métier, les garçons choisissent sport, ingénieur, informatique, mécanicien..., et les filles, institutrice, professeur, secrétariat, tourisme... Beaucoup de métiers tels que médecin, avocat, police, vétérinaire intéressent à égalité filles et garçons.

Maths et égalité des chances

Nous avons constaté que ce sondage révèle que l'inégalité dans les choix s'est produite en amont de la quatrième. Nous souhaitons que des actions soient mises en place à l'école maternelle et élémentaire. Nos collègues antillaises vont essayer de mettre en œuvre ces actions malgré les difficultés qu'elles peuvent rencontrer.

Nous nous sommes interrogés sur le rôle que pourrait jouer l'enseignement mathématique pour favoriser l'égalité des chances entre filles et garçons.

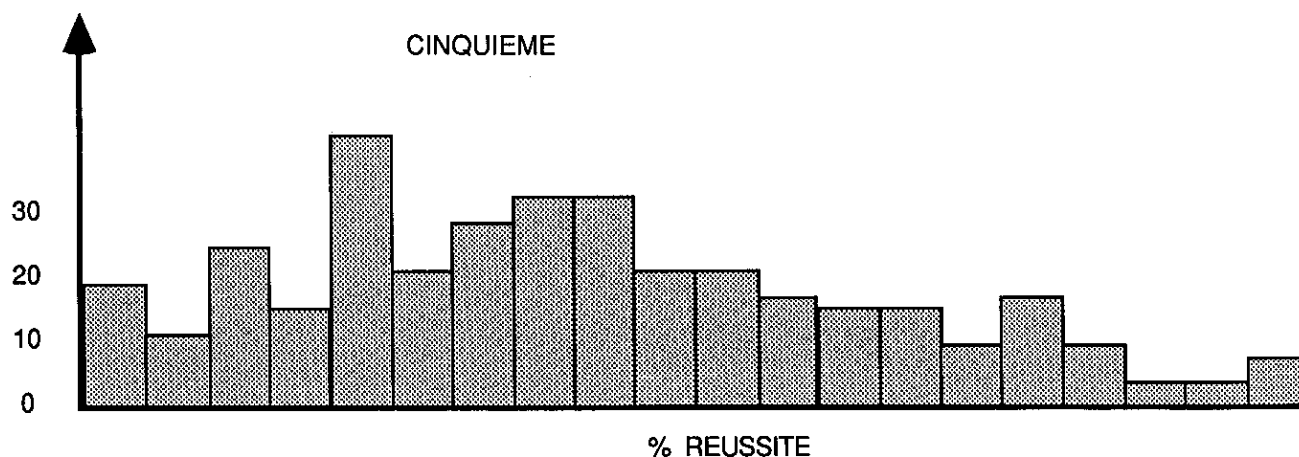
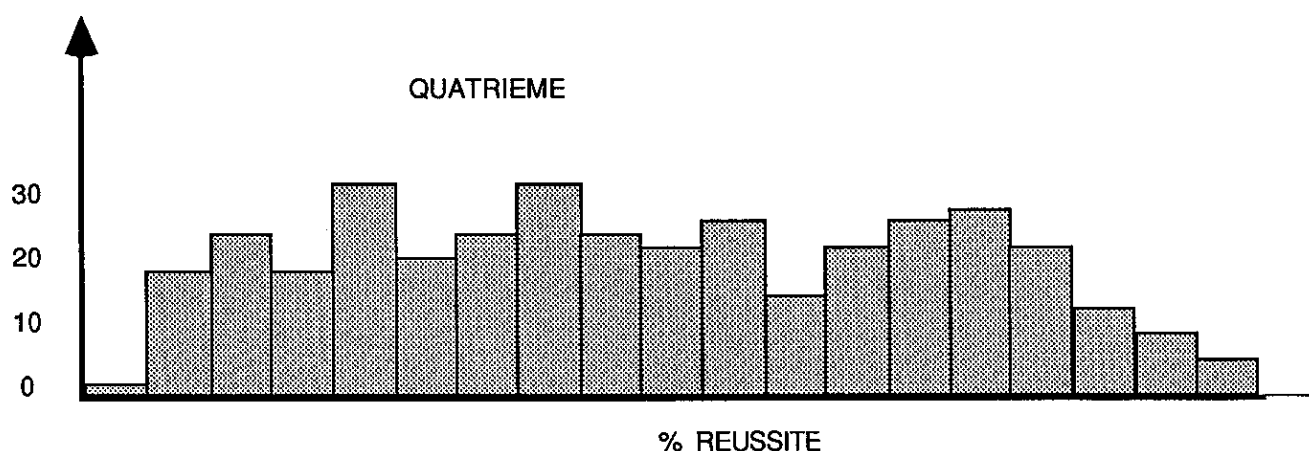
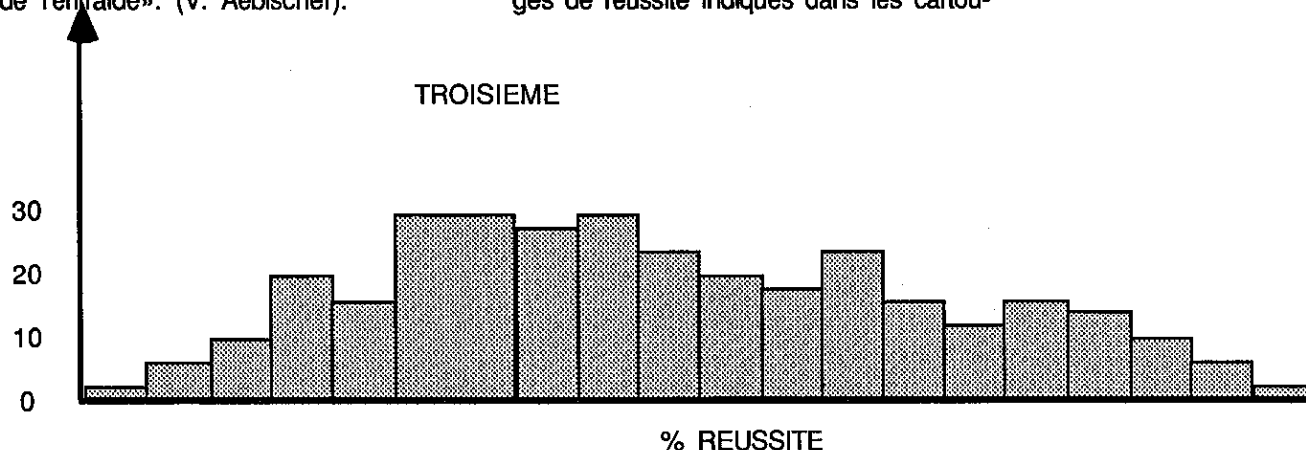
Dans le cadre scolaire, la résistance affective et cognitive de la démarche scientifique se matérialise dans l'absence de goût, ou même le rejet des disciplines scientifiques enseignées à l'école, en particulier les mathématiques et la physique. Et ceci paradoxalement, alors qu'elles sont valorisées par l'institution scolaire comme un moyen de sélection. Ce rejet touche ensuite les nouvelles technologies dans la mesure où celles-ci sont associées aux mathématiques, alors même qu'on peut s'orienter vers certaines filières technologiques sans être particulièrement doué pour les mathématiques.

Nous avons pu observer que les élèves (filles et garçons), quand il est question de mathématiques, évoquent des images d'angoisse, de solitude, d'enfermement, de violence subie ou à faire subir, et de sélection. Cependant, quand on regarde l'orientation scolaire des élèves, on constate que les filles, bien plus que les garçons, dès leur adolescence se permettent de décrocher des maths et de la physique. Elles développent des stratégies d'évitement des disciplines scientifiques en s'orientant vers des filières certes moins

payantes et souvent dévalorisées, mais dans lesquelles les mathématiques et la physique ne sont plus enseignées. Et c'est presque «naturellement» que leurs choix se portent alors sur des métiers dans lesquels d'autres qualités sont requises : «le sens de l'esthétique, du contact, de la relation avec autrui, de la communication, de l'entraide». (V. Aebischer).

Actuellement beaucoup de jeunes n'aiment pas faire des mathématiques, ni les enseigner, cet état de fait semble s'aggraver d'année en année et plus particulièrement pour les filles.

L'APMEP a fait une évaluation de l'enseignement mathématique au premier cycle de 1986 à 1990, la lecture des pourcentages de réussite indiqués dans les cartou-





ches correspondant à chaque item conduit à l'histogramme suivant :

- En abscisse, les pourcentages de réussite de 5 en 5 de 0 à 100 % (22 % est situé dans la bande 20 % à 25 %),
- En ordonnée le nombre de fois où ces pourcentages sont obtenus (les pourcentages de 45 non compris à 55 sont repérés 10 fois en Cinquième).

On constate que de 57 à 67 % des cartouches accusent moins de 50 % de réussite dans les trois classes. Comment les enfants peuvent-ils aimer étudier les mathématiques avec aussi peu de réussite dans la scolarité obligatoire ?

Je regrette que l'on n'ait pas pour chaque trimestre item présenté les réussites selon le sexe. Il serait intéressant de voir si l'on retrouve «une supériorité des garçons pour la géométrie, les opérations de mesure, les raisonnements relatifs à la proportionnalité, et une supériorité des filles pour les opérations numériques, l'arithmétique, les estimations et approximations, l'algèbre». (Bonora-Huteau dans l'Orientation scolaire et professionnelle, vol. 20 septembre 1991 n° 3).

«L'attitude négative observée chez les adolescentes face aux nouvelles technologies

est bien moins figée chez les filles plus jeunes. A l'école maternelle et à l'école primaire ce n'est encore qu'une attitude de façade en correspondance avec une image attendue de façon présumée par les professeurs et par les garçons. Les rares expériences entreprises à ce niveau le montrent bien : Quand les filles sont encouragées par leurs professeurs, elles investissent les espaces de jeux de la même façon que les garçons ou s'engagent avec autant d'engouement et d'entrain dans des activités qu'elles pensaient réservées aux garçons.

Cependant, ce qui n'était peut-être qu'une attitude de façade pendant l'enfance se fige pendant l'adolescence qui coïncide avec les moments clés de l'orientation. Dans cette période importante de la vie des adolescents, où se structure leur identité, l'affirmation de leur identité sexuelle semble souvent passer par la confirmation de goûts et d'intérêts reconnus «masculins» ou «féminins». (V. Aebischer).

Comment populariser les mathématiques ?

Comment agir pendant la scolarité obligatoire ? Question difficile. Voici peut-être quelques pistes :

- Recevoir les programmes pour valoriser le raisonnement et la logique à travers les diverses branches de la mathématique : arithmétique, algèbre, géométrie, informatique, afin de mettre en place des bases plus sûres pour toutes les autres disciplines : sciences humaines et physiques en particulier.

- Éviter l'isolement, qui donne prise à la notion de discipline de sélection, en utilisant les thèmes transversaux pour un travail en commun de toute l'équipe éducative de l'Ecole ou du Collège.

- Créer des PAE, des recherche-actions pour éliminer au maximum les stéréotypes sexistes.

- Former les Professeurs d'Ecole et de Collège pour qu'ils sachent créer dans leurs cours une attitude positive des jeunes, en particulier des filles face à la mathématique.

- Former à la philosophie des mathématiques pour que l'enseignement actuel se transforme, c'est-à-dire que l'instruction par les problèmes type (en géométrie en particulier) devienne une éducation mathématique...

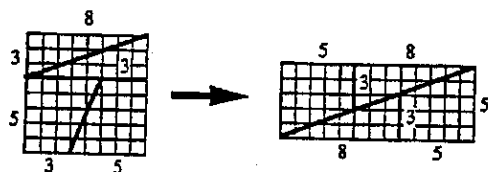
PARADOXES EN GEOMETRIE

Bruno d'AMORE - Bellinzona

**"Paradoxes en géométrie...
comme exercices de logique «démonstrative»
est le titre d'une conférence présentée par l'auteur
à Bellinzona (Tessin - Suisse) lors d'un cours de perfectionnement
pour les «maîtres d'école moyenne», les professeurs de collège
pour la France. Le texte nous vient du Bulletin
des Maîtres de Mathématiques
Vaudois n° 50 déc. 91.**

Paradoxe du débutant

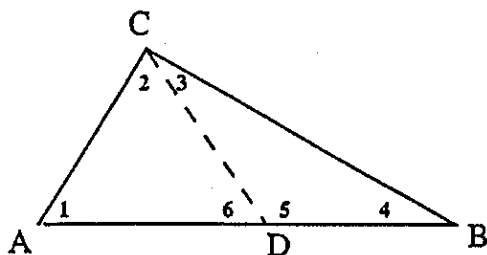
Le carré de côté 8 a été transformé en un rectangle de dimensions 13 et 5. Ce qui



signifie que : $8 \cdot 8 = 13 \cdot 5$ ou, si l'on préfère, $64 = 65$ (!).

Paradoxe de l'anti-Euclide

On peut démontrer sans l'usage du 5^e postulat d'Euclide que la somme des angles internes d'un triangle est égale à 180° .



Voyons comment.

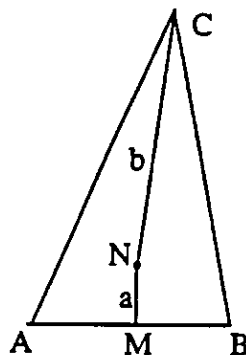
Soit x la somme des mesures des angles internes d'un triangle quelconque ABC ; on choisit D quelconque sur AB.

$1 + 2 + 6 = x$ et $3 + 4 + 5 = x$
donc $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 2x$
mais $1 + 2 + 3 + 4 = x$ et $5 + 6 = 180^\circ$
d'où : $x + 180^\circ = 2x$
et $x = 180^\circ$. c.q.f.d.

Paradoxe du triangle isocèle

Tous les triangles sont isocèles.

Soit ABC un triangle quelconque. depuis C, on trace la bissectrice b ; On trace aussi



la médiatrice a du côté AB. Soit N le point d'intersection de a et b .

Il y a alors 4 cas possibles :

1^{er} cas : a et b sont parallèles ou confondus.

2^e cas : a « b est à l'intérieur du triangle ABC.

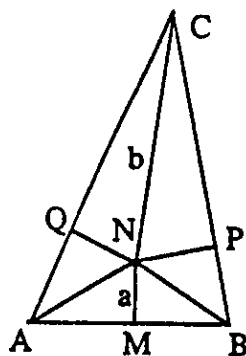
3^e cas : a « b est sur AB.

4^e cas : a « b est à l'extérieur du triangle ABC.

Passons en revue les 4 cas.

1er cas : a et b sont parallèles ou confondus ; par conséquent b est perpendiculaire à AB et ABC est isocèle.

2e cas :



De N , traçons les perpendiculaires à AC et à BC , ce qui détermine Q et P . Considérons les triangles rectangles AQN et BPN . Ils sont isométriques parce que : $QN = PN$ (propriété de la bissectrice) et $NA = NB$ (propriété de la médiatrice).

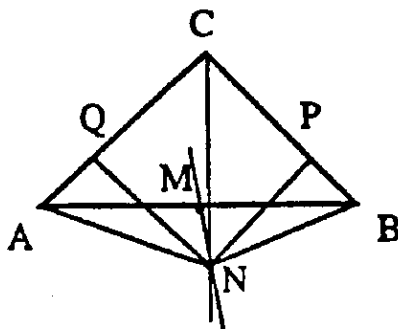
En particulier, il s'ensuit que les angles NAQ et NBP sont isométriques ; en outre le triangle NAB est isocèle, donc les angles NAB et NBA sont aussi isométriques. En conclusion, les angles CAB et CBA sont isométriques et le triangle ABC est isocèle.

3e cas : Si $N \in AB$, il ne peut qu'être confondu avec M , donc a avec b , et ABC est isocèle.

4e cas : Il se subdivise en deux sous-cas.

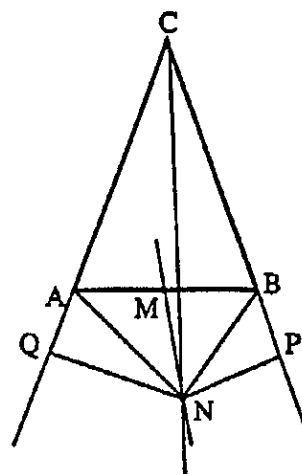
- Les perpendiculaires NQ et NP tombent sur les côtés AC et BC .
- Les perpendiculaires NQ et NP tombent sur les prolongements de ces côtés.

a)



Les triangles rectangles AQN et BPN sont isométriques et le triangle ANB est isocèle. Alors nous pouvons affirmer que les angles NAQ et NBP sont isométriques, tout comme les angles NAB et NBA . Mais alors par différence de ces angles isométriques, les angles en A et en B du triangle ABC sont isométriques et par conséquent le triangle est isocèle.

b)



Dans ce cas aussi, les triangles rectangles AQN et BPN sont isométriques et le triangle ANB est isocèle. Par conséquent, les angles QAN et PBN sont isométriques, tout comme les angles NAB et NBA . Mais alors les angles QAB et PBA sont aussi isométriques et leurs supplémentaires CAB et CBA de surcroît ; donc le triangle ABC est isocèle.

Paradoxe de l'angle droit

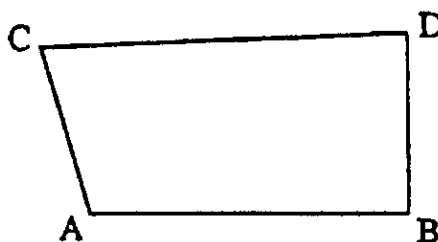
Tout angle droit est égal à un angle obtus.

Dans la figure suivante, on sait que :

- L'angle DBA est droit
- L'angle CAB est obtus
- $BD = AC$.

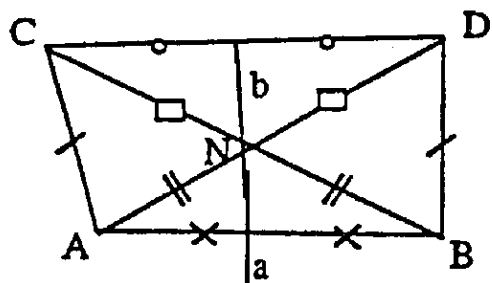
Par conséquent, il en résulte que :

- AB n'est pas parallèle à CD
- AC n'est pas parallèle à BD .



Construisons les médiatrices a de AB et b de CD et soit $\{N\} = a \cap b$.
Nous avons alors trois cas.

1er cas : $a \cap b$ est «au-dessus» de AB



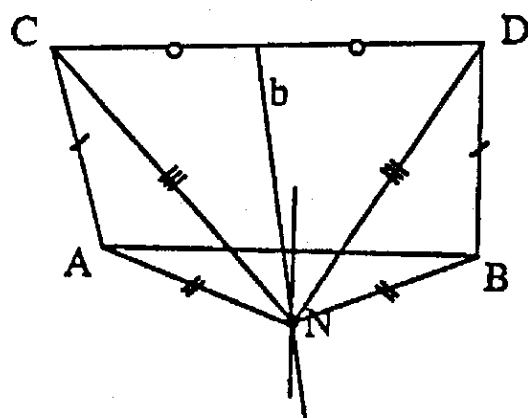
Les triangles NAC et NBD sont isométriques (par le 3e critère d'isométrie), donc les angles NAC et NBD sont isométriques. D'autre part, le triangle ABN est isocèle ; par conséquent, les angles NAB et NBA sont aussi isométriques.

Mais alors, comme somme d'angles isométriques, les angles CAB et DBA sont isométriques, ce qui démontre l'affirmation.

2e cas : $a \cap b$ est «sur» AB .

Alors N est le milieu de AB ; l'angle NAC coïncide avec l'angle CAB , l'angle NBD avec l'angle ABD . Si l'on applique la première partie de la démonstration précédente, on prouve l'affirmation.

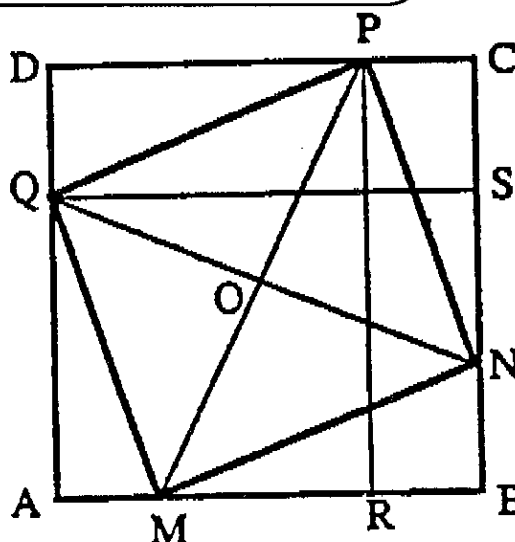
3e cas : $a \cap b$ est «au-dessous» de AB .



Toujours par le 3e critère, les triangles NAC et NBD sont isométriques, en particulier l'angle NAC est isométrique à l'angle NBD . En outre, le triangle NAB est isocèle, donc les angles NAB et NBA sont isométriques. Comme différence d'angles

isométriques, les angles CAB et DBA sont alors isométriques, ce qui démontre l'affirmation.

Paradoxe du carré



Un rectangle inscrit dans un carré est un carré.

$ABCD$ est un carré, $MNPQ$ est un rectangle inscrit dans le carré.

On construit :

PR perpendiculaire à AB ;

QS perpendiculaire à BC .

Considérons les triangles rectangles PRM et QSN . On observe immédiatement que $QS = PR (= AB)$.

$PM = QN$ car diagonales du même rectangle.

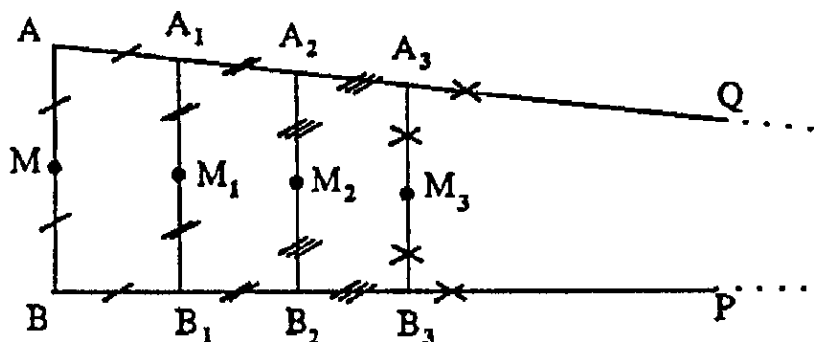
Donc les triangles PRM et QSN sont isométriques et par conséquent les angles PMR et QNS aussi.

Considérons le quadrilatère $MBNO$. L'angle externe du sommet N est isométrique à l'angle interne du sommet M . Par conséquent les angles internes en N et M sont supplémentaires, donc aussi les angles internes en O et B . Mais l'angle en B est droit, donc aussi l'angle en O . Mais alors les diagonales QN et PM du rectangle $MNPQ$ sont perpendiculaires, ce qui signifie que le rectangle $MNPQ$ est un carré.

Paradoxe de Proclée (V^e siècle av. J.-C.)

Soit AQ et BP deux demi-droites, la première formant un angle aigu avec la droite AB et la deuxième étant perpendiculaire à

AB. AQ et BP ne se coupent pas.



Soit M le milieu de AB. Sur AQ, on fixe A_1 tel que $AA_1 = AM$; sur BP, on fixe B_1 tel que $BB_1 = BM$.
 AQ et BP ne peuvent pas se couper dans AA_1B_1B , donc $AA_1 \cap BB_1 = \emptyset$.
 En fait, s'ils avaient un point commun H,

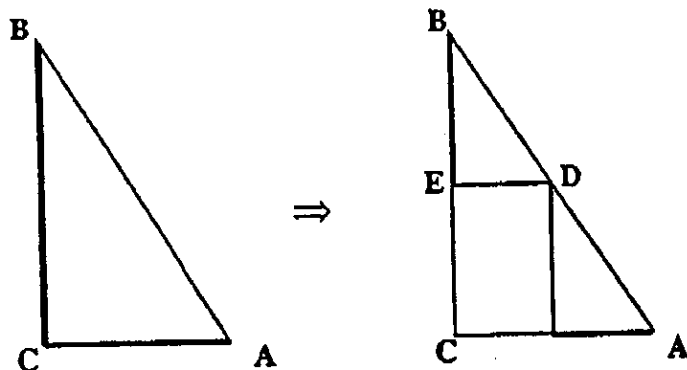
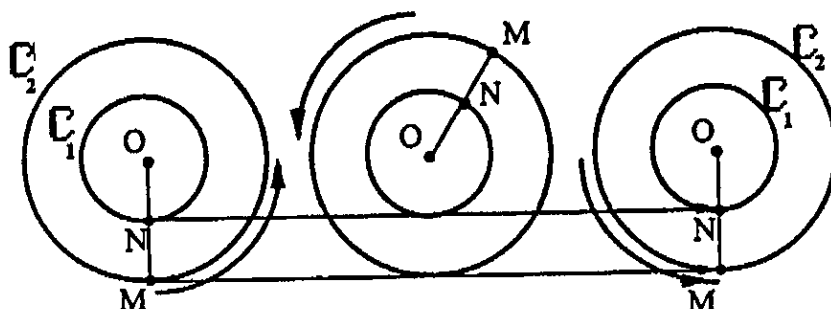
nous aurions un triangle ABH avec $AH + BH \leq AB$, ce qui est absurde.
 Soit M_1 le milieu de A_1B_1 . On fixe A_2 et B_2 sur AQ et BP de manière analogue à celle ci-dessus. Pour des raisons similaires, $A_1A_2 \cap B_1B_2 = \emptyset$

...
 Soit M_n le milieu de A_nB_n . Pour les mêmes raisons, $A_nA_{n+1} \cap B_nB_{n+1} = \emptyset$.

...
 A_m ne peut pas être confondu avec B_m sinon $A_{m-1}B_{m-1} = A_{m-1}A_m + B_{m-1}B_m$.
 En outre nous aurions un triangle rectangle ABA_m avec l'hypoténuse AA_m isométrique au cathète BA_m .

Paradoxe de la roue d'Aristote

Les cercles C_1 et C_2 sont isométriques.



Paradoxe du triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est égale à la somme des cathètes.
 En fait, soit : $S = BC + CA$, E le milieu de BC, F celui de CA.

$S = BC + CA = BE + ED + DF + FA$.
 et ainsi de suite
 $S = BI + IG + GL + LD + DM + MH + HN + NA$

....
 A la limite, quand PA tend vers 0, on obtient $S = AB$, ce que nous voulions démontrer.

A suivre ...

La notion de durée

Françoise HOFFET - Ouagadougou

La notion de durée, de temps et d'espace du cours élémentaire à la classe de 6^{ème}.

Toutes les actions que nous accomplissons se déroulent dans l'espace et dans le temps. Pour que l'enfant puisse un jour agir de façon rationnelle, c'est-à-dire prévoir ses actions, les construire, anticiper leurs conséquences, il faudra d'abord qu'il parvienne à une vision du temps et de l'espace qui exclue toute subjectivité. Ce n'est qu'une fois que le temps et l'espace seront pour lui les contenants homogènes de ses actions qu'il pourra les quantifier.

Le temps est de l'espace : une année c'est le temps que met la terre pour tourner autour du soleil ; il s'est passé une heure quand l'aiguille a fait un tour complet sur le cadran de ma montre.

LA NOTION DE DUREE DANS L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

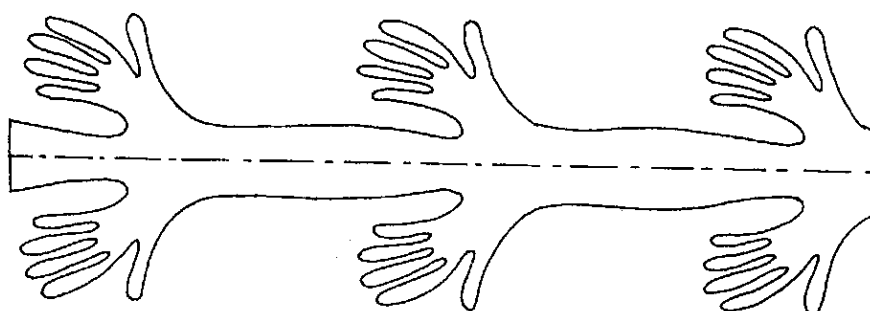
L'espace est du temps : «la gare est à 5 minutes de chez moi» ; pour un enfant, la taille d'un de ses camarades lui indique son âge.

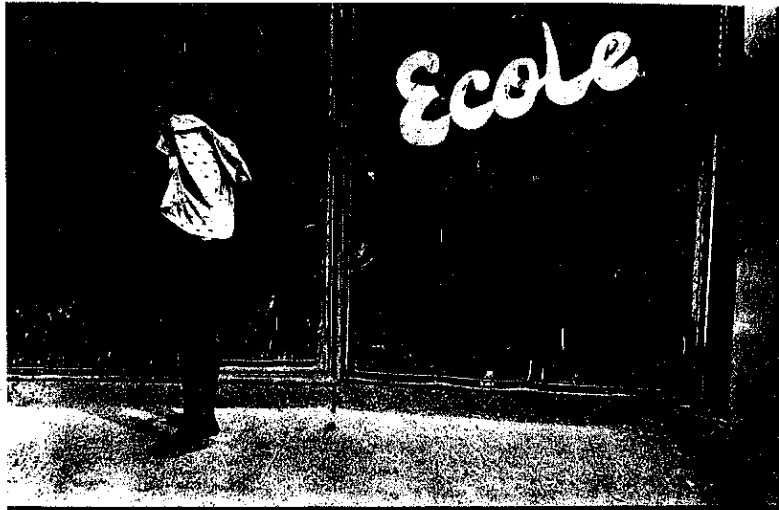
Espace et temps sont intimement liés dans l'expérience de l'enfant. Or dans l'enseignement des mathématiques j'ai toujours été frappée par la faible place qu'occupe la notion de temps alors que sous le terme de géométrie la notion d'espace tient une place non négligeable.

Une construction rationnelle du temps devra aborder les deux aspects : succession d'événements et durée. C'est à ce deuxième aspect que j'ai décidé de consacrer cet article. Mais ces deux aspects ne sont pas indépendants. C'est souvent parce qu'ils appréhendent mal la simultanéité que les enfants ont des difficultés à comprendre la durée.

La notion de durée est à la base de tout enseignement de l'histoire ; elle sous-tend la majorité des activités sportives. Mais c'est, en principe, au cours de mathématiques que revient le rôle de la définir et d'introduire un système de mesure.

Les programmes de mathématiques de 1985 prévoient aux cours préparatoire et élémentaire l'étude du repérage d'événements, au cours élémentaire, la comparaison de durées et au cours moyen la formation du concept de durée et l'utilisation du système de mesure.





Le verbe et l'action

Qu'en est-il de la pratique pédagogique ? J'en jugerai à partir des contenus des manuels scolaires.

Les grandeurs qui sont étudiées le sont toutes selon un certain plan : prise de conscience de l'existence de cette grandeur, comparaison de grandeurs de même nature, choix d'une unité arbitraire, système de mesures légales et opérations dans ce système. Ce processus est scrupuleusement respecté pour toutes les grandeurs. Seule exception : les durées. Les enfants apprennent à lire l'heure au cours élémentaire puis à effectuer des conversions et des opérations sur ce qu'on appelle «les nombres complexes» sans que jamais l'on ait cherché à définir la durée elle-même. On voit même des exercices sur la vitesse en application aux nombres proportionnels dans certains ouvrages du CM2. Or, un des prérequis de la vitesse est la notion de durée.

Force est donc de constater que sur le sujet qui nous intéresse les auteurs de manuels n'ont pas respecté le programme. On ne trouve, en particulier, aucun exercice sur la comparaison des durées dans les ouvrages que j'ai consultés.

Et les enfants ? Pour savoir comment ils appréhendaient la durée, j'ai effectué une enquête auprès de 101 élèves de l'école et du lycée français de Ouagadougou (Burkina Faso). Ces établissements scolaires ont des enseignants français, des programmes français et des élèves en majorité français.

UNE ENQUETE SUR LA DUREE

Chacun des 101 enfants (une vingtaine pour chacun des niveaux : CE1, CE2, CM1, CM2, 6ème) a été interrogé individuellement par moi et placé devant 4 situations différentes :

Je m'assied avec l'enfant devant une table sur laquelle je fais rouler deux boules sur deux trajectoires parallèles.

Dans 2 situations les boules partent et arrivent en même temps :

Situation 1 : trajets de même sens, départs du même endroit. L'une des boules parcourt un trajet plus long.

Situation 4 : trajets de sens contraires. Les boules s'arrêtent au moment où elles se rencontrent.

Dans 2 situations les boules parcourent le même trajet en roulant dans le même sens.

Situation 2 : départs différés, arrivées simultanées.

Situation 3 : départs simultanés, arrivées différées.

Dans les situations 1 et 4, je souhaitais que les enfants, après avoir constaté la simultanéité des départs et des arrivées des boules, constatent également que les boules avaient roulé pendant des durées égales.

Dans les situations 2 et 3 on pouvait espérer que les enfants constatant l'identité des points de départ et des points d'arrivée, c'est-à-dire l'égalité des distances parcourues en déduisent que le mobile qui avait roulé le moins longtemps avait roulé le plus vite.

Pour tester la compréhension de la situation par les élèves il leur a été posé, dans chaque situation, les 4 questions suivantes :

— Quelle est la boule qui est partie la première ?

— Quelle est la boule qui est arrivée la première ?

— Quelle est la boule qui a roulé le plus vite ?

(cette question n'a pas été posée dans la situation 4).

— Quelle est la boule qui a roulé le plus longtemps ?



Le caractère individuel de l'interrogation a permis de préciser les questions, de les reformuler, chaque fois que cela était nécessaire et, également, de demander aux enfants d'explicitier leurs réponses.

LES RESULTATS DE L'ENQUETE

A. Résultats par niveau scolaire

Le tableau ci-joint donne en pourcentage le nombre de réponses justes par niveau, de gauche à droite : CE1, CE2, CM1, CM2, 6ème pour chacune des questions.

Ce tableau fait apparaître quelques questions auxquelles les enfants ont très mal répondu.

La situation 1, tout d'abord, est la plus mal comprise. Les enfants dans leur presque totalité ne voient pas que les deux boules finissent leur trajet en même temps et se révèlent totalement incapables de constater que la durée des 2 mouvements est la même. Aucun progrès ne se manifeste avec l'âge.

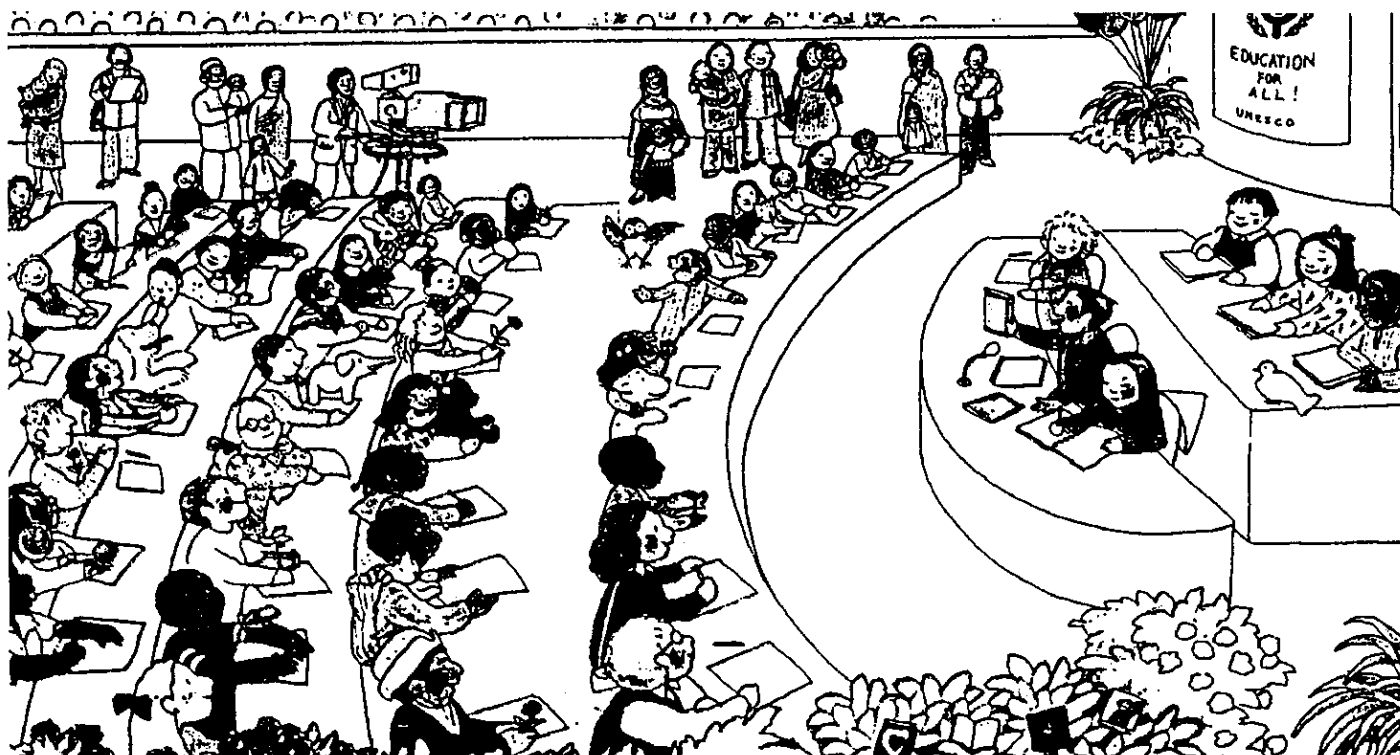
Pourquoi les enfants sont-ils incapables de constater la simultanéité des arrivées ? Une explication à cela est d'ordre linguistique. L'expression française «arrivée la première» ne fait pas clairement allusion à une notion de temps, elle peut aussi être comprise dans le sens de l'espace. J'ai de

nombreuses fois repris ma question en disant : «quelle est la boule qui est arrivée avant l'autre ?», la réponse n'a jamais changé. Les réponses à la même question dans les autres situations étant bien meilleures, c'est dans la situation elle-même, très mal appréhendée par les enfants qu'il faut chercher une explication.

Quant à la comparaison des durées, qui ici sont égales, pour les plus jeunes c'est en général la boule qui est allée le plus loin qui a roulé le plus longtemps «parce qu'elle a parcouru la plus longue distance». Avec l'âge apparaît plus fréquemment une réponse différentes : c'est la boule qui est allée le moins loin qui a roulé le plus longtemps «parce qu'elle a roulé le moins vite».

Peut-être plus étrange est le mauvais résultat obtenu par les élèves dans la première question de la situation 3. Cette situation est, en effet, très exactement celle d'une course. On aurait pu penser que les enfants en avaient une bonne connaissance. Eh bien, les enfants du primaire, dans leur écrasante majorité, ne voient pas que les deux «coureurs» (ou les deux boules) sont partis en même temps. Il s'agit là de la seule question pour laquelle les élèves de 6ème répondent nettement mieux que leurs petits camarades.

Toutes questions confondues, sur les 15 questions posées, le nombre moyen de bonnes réponses pour les différents ni-



veaux, en commençant par le plus bas est de 6,8 ; 7,3 ; 7,8 ; 8,1 et 8,7. Il y a donc une progression chaque année mais une progression très lente. L'entrée dans le secondaire ne représente aucun progrès important.

OUR CLASS and our FAMILY



B. Les résultats globaux

Les tableaux suivants indiquent des effectifs tous niveaux scolaires confondus.

J'ai cherché à savoir si les élèves qui avaient correctement situé l'un par rapport à l'autre les départs d'une part, les arrivées d'autre part, des deux mobiles étaient aussi ceux qui avaient correctement comparé les durées de leurs mouvements.

Dans les premières colonnes on trouve les élèves qui ont correctement répondu aux deux questions à la fois : «quelle boule est partie la première ?» et «quelle boule est arrivée la première ?».

Dans les premières lignes on trouve les élèves qui ont comparé correctement les durées des mouvements.

Ainsi les réponses correctes sont celles qui se trouvent dans le coin supérieur gauche.

Durées égales

Situation 1 :

0	2
2	97

Situation 4 :

30	8
7	56

Durées inégales

Situation 2 :

21	13
45	22

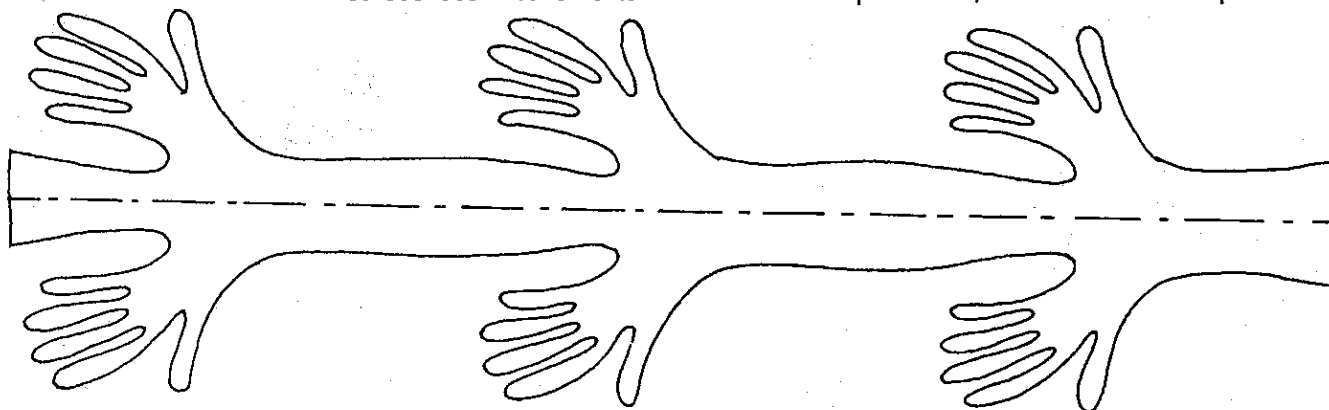
Situation 3 :

13	62
3	23

Les résultats les plus surprenants sont ceux de la situation 2. 66 élèves observent correctement la situation c'est-à-dire départs différés, arrivées simultanées mais seulement 21 d'entre eux en déduisent que la durée du trajet de la boule partie en premier est plus longue que celle de l'autre boule. Pour plusieurs enfants «les deux boules ont roulé pendant la même durée parce qu'elles sont arrivées en même temps». D'autres voient la boule partie la dernière comme ayant roulé le plus longtemps «parce qu'elle est partie après».

La situation 3 surprend d'une autre façon : incapables de voir que les deux boules sont parties en même temps, 62 enfants constatent pourtant correctement que l'une a roulé plus longtemps que l'autre mais en donnant pour beaucoup pour explication «parce qu'elle est partie après».

Dans les cas de durées égales nous avons déjà vu que dans la situation 1 les enfants, incapables d'observer la simultanéité des arrivées, étaient incapables de constater l'égalité des durées. Dans la situation 4, par contre, 30 des 37 élèves qui consta-



tent la simultanéité des départs et des arrivées en déduisent l'égalité des durées des parcours. Des mouvements de sens contraire sont-ils sans doute mieux visualisés que des mouvements de même sens.

COMMENTAIRE DES RESULTATS

Deux grandes idées transparaissent au travers des réponses des élèves.

Bien souvent la durée est appréciée en fonction de la position finale des mobiles. C'est ainsi que l'on peut comprendre que la presque totalité des enfants pense que la boule qui est allée le plus loin dans la situation 1 est aussi celle qui a roulé le plus longtemps ou que dans la situation 2 «les deux boules ont roulé pendant la même durée parce qu'elles sont arrivées en même temps».

Mais bien souvent aussi, à une question sur la durée, l'enfant répond en se plaçant sur le plan de la distance ou de la vitesse.

— Pourquoi la boule rouge a-t-elle roulé le plus longtemps ?

— Parce qu'elle a fait la plus grande distance (situation 3).

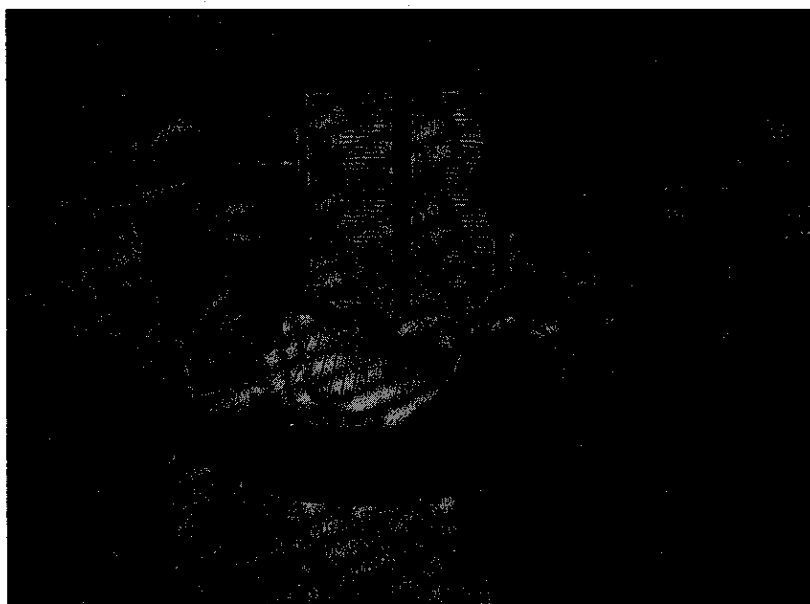
— Pourquoi la boule jaune a-t-elle roulé le plus longtemps ?

— Parce qu'elle a roulé le moins vite (situation 1).

Appréciation de la durée en fonction de la position finale ou déplacement d'une question sur la durée sur le plan de la vitesse ou de la distance, dans les deux cas la durée n'est pas perçue en elle-même. La durée, milieu commun à deux mouvements différents, et ceci indépendamment des trajets parcourus ou des vitesses n'existe pas, ou à peine, dans l'esprit de l'enfant.

Certes, la durée est difficile à appréhender en elle-même ne serait-ce que parce que, en particulier quand nous nous adressons à des enfants, nous introduisons dans le temps qui s'écoule des actions qui sont souvent des mouvements. Le temps, aussi, étant irréversible, une expérience ne sera jamais recommencée identique à elle-même.

Et pourtant l'apprentissage de la durée est



une nécessité. Au même titre que l'espace, le temps est un contenant dans lequel s'inscrivent toutes nos actions et qui leur est commun à toutes.

Puisque cette construction du temps tient une place des plus réduite dans la pratique pédagogique et qu'elle semble ne pas se faire spontanément, peut-elle s'enseigner ? C'est la question que je me suis posée.

UNE LEÇON SUR LA DUREE

C'est dans la classe de C.M.1 dont j'avais, au cours de mon enquête, interrogé les élèves que je suis allée faire une leçon. Mon objectif était que les enfants sachent comparer deux durées sans utiliser de mesure, ces deux durées ayant soit le même commencement, soit la même fin, soit les deux à la fois.

Mon enquête ayant fait intervenir seulement des mouvements sur des trajectoires parallèles j'ai, cette fois, cherché à placer les enfants dans des situations plus variées. Les réponses des enfants au cours de la leçon n'ont pas été enregistrées mais en fin de leçon ce qui avait constitué la situation 1 de mon enquête a été à nouveau présenté aux enfants ; les mêmes questions ont été cette fois posées par écrit. Après une leçon sur la durée ces enfants auraient-ils une meilleure compréhension de cette situation qu'ils avaient jusque là si mal analysée ?

J'ai, dans une première phase de la leçon, fait comparer la durée du bruit fait par une radio et du bruit fait par une clochette. Ces comparaisons n'ont, dans l'ensemble, posé aucun problème aux enfants.

Dans la deuxième phase j'ai montré aux enfants un sablier (un entonnoir dans lequel coulait du sucre). Ils ont pour la plupart admis que la durée du passage du sucre dans l'entonnoir était toujours la même. J'ai distribué une feuille jaune à chaque enfant et je leur ai demandé d'y dessiner ou écrire ce qu'ils voulaient entre mes deux coups de sifflet : le premier étant donné quand le sucre est versé dans l'entonnoir, le deuxième quand le sucre a fini de couler. J'ai ensuite distribué une feuille verte. Même expérience avec cette fois pour directive de dessiner ou d'écrire le plus de choses possibles.

— Avez-vous pris plus de temps pour écrire sur la feuille jaune ou sur la feuille verte ?

Les réponses ont été multiples. Une discussion s'est engagée au cours de laquelle j'ai essayé de leur faire comprendre la notion de durées égales.

La troisième phase s'est déroulée dans la cour de récréation sous forme de courses :

- Tous les élèves partent au premier coup de sifflet, tous s'arrêtent au second coup. Chacun peut courir dans n'importe quelle direction.
- Deux enfants courent sur des trajectoires parallèles. Départs et arrivées simultanées. Partis du même endroit, les enfants n'arrivent pas au même endroit.
- Situation de la course. Départs simultanés, arrivées au même endroit mais à des moments différents.

Dans chaque cas j'ai demandé qui avait couru le plus longtemps. J'ai cherché à introduire la notion de simultanéité à partir de laquelle on peut comparer les durées.

L'EVALUATION DE LA LEÇON

L'évaluation des résultats obtenus lors de cette leçon a consisté en une répétition de la situation 1 de l'enquête.

20 élèves qui avaient répondu aux questions de l'enquête ont participé à l'évaluation.

Départ des boules :

Les 20 élèves constatent correctement la simultanéité des départs contre 6 au moment de l'enquête.

Arrivée des boules :

8 élèves constatent la simultanéité des arrivées contre 0 au moment de l'enquête.

Durée des trajets :

7 élèves constatent l'égalité des durées des trajets contre 0 au moment de l'enquête.

Notons aussi une grande logique dans les réponses puisque tous ceux qui ont vu la simultanéité des départs mais non celle des arrivées en ont déduit l'inégalité des durées des trajets. D'autre part, 7 des 8 enfants qui ont vu la simultanéité des départs et des arrivées en ont déduit l'égalité des durées.

Il est enfin remarquable que 5 élèves ont correctement expliqué par une phrase écrite que les boules avaient roulé pendant la même durée parce qu'elles étaient parties et arrivées en même temps.

Les enfants ont donc profité de la leçon et plusieurs d'entre eux semblent même avoir tout à fait compris la notion de durée.



Je n'ignore pas que le fait de faire une évaluation «à chaud» dans les minutes qui suivent une leçon ne peut pas permettre d'en déduire des résultats définitifs. Il aurait fallu revoir la notion, un autre jour, dans d'autres situations, la réinvestir dans d'autres cours : histoire, éducation physique etc... Les conditions dans lesquelles je me trouvais ne le permettaient pas. Nous étions dans les tout derniers jours de l'année scolaire et je n'étais pas l'institutrice de la classe.

Je déduis pourtant de cette expérience que la durée est une notion qui peut s'enseigner. Les élèves ont paru très intéressés. Chez certains il m'a même semblé découvrir l'enthousiasme que l'on a quand on comprend enfin quelque chose que l'on sentait confusément mais que l'on n'arrivait pas à expliquer.

LES SUGGESTIONS

A la fin de ce travail l'envie me prend de faire quelques suggestions sur la façon dont l'enseignement des mathématiques pourrait aider les enfants à structurer la notion de temps, à faire du temps le contenant commun à toutes nos actions.

Au cours des deux premières années scolaires les enfants doivent être mis devant des suites d'événements et exercés à situer ces événements les uns par

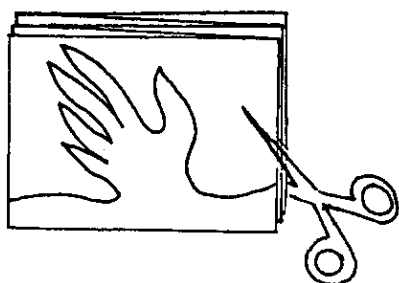
rapport aux autres. On insistera particulièrement sur la simultanéité. Cette simultanéité ne sera pas seulement celle de deux événements faisant logiquement partie d'une même séquence (Anne dit «bonjour» en même temps qu'elle ouvre la porte) mais aussi celle de deux événements indépendants l'un de l'autre (au moment même où Anne ouvrait la porte, le bus est passé sous la fenêtre).

Dès le cours élémentaire on passera aux comparaisons de durées en veillant à la variété des exemples.

Ce n'est qu'après ces exercices que seront introduites les unités de durées ainsi que toutes les conversions et opérations qui en résultent. En effet, qu'est-ce que mesurer si ce n'est comparer une grandeur à une autre grandeur qui a, arbitrairement ou légalement, été choisie comme unité ?

Quant à la vitesse au sens mathématique elle se définit comme le rapport entre un nombre qui mesure une distance et un nombre qui mesure une durée. On ne peut donc enseigner cette notion qu'à des enfants qui ont compris ce qu'est une distance, ce qu'est une durée et aussi ce qu'est un rapport. Je pense que ces conditions ne sont pas remplies avant l'enseignement secondaire.

Ces suggestions ne recourent pas exactement les contenus des manuels ni ce que je sais de la pratique pédagogique. Elles sont cependant en parfaite conformité avec le programme officiel. ■



LE SECRET DES PAVAGES

de Raoul RABA - L'Haye-les-Roses

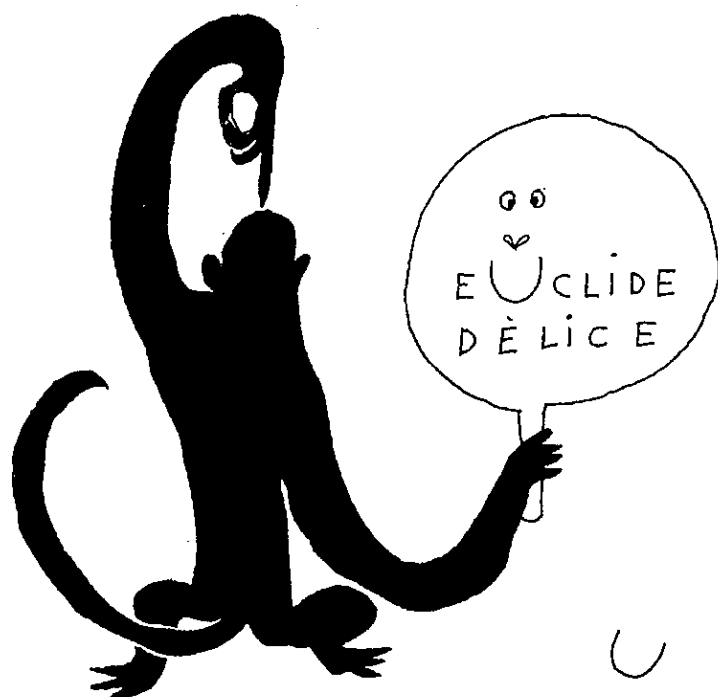
***Le journal PLOT et l'ADECUM publient le premier livre d'une collection de dossiers qui veulent marier images et textes pour en faire des livres de sciences faciles à lire avec... du «scotch», une paire de ciseaux et du papier. Des livres à mettre dans toutes les mains, mains d'enfants, d'adultes ou d'enseignants !
Le premier livre «Le Secret des Pavages» correspond tout à fait à cet objectif.***

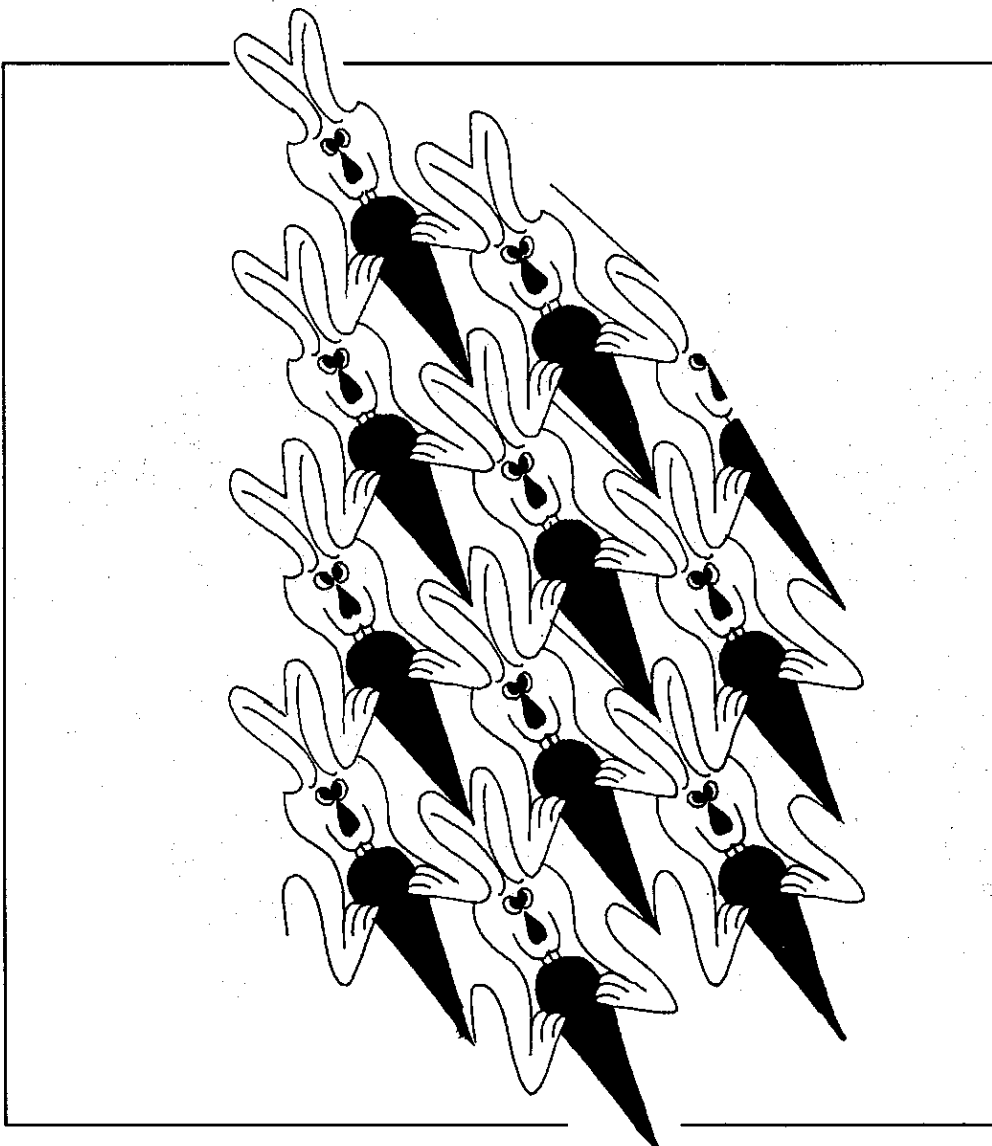
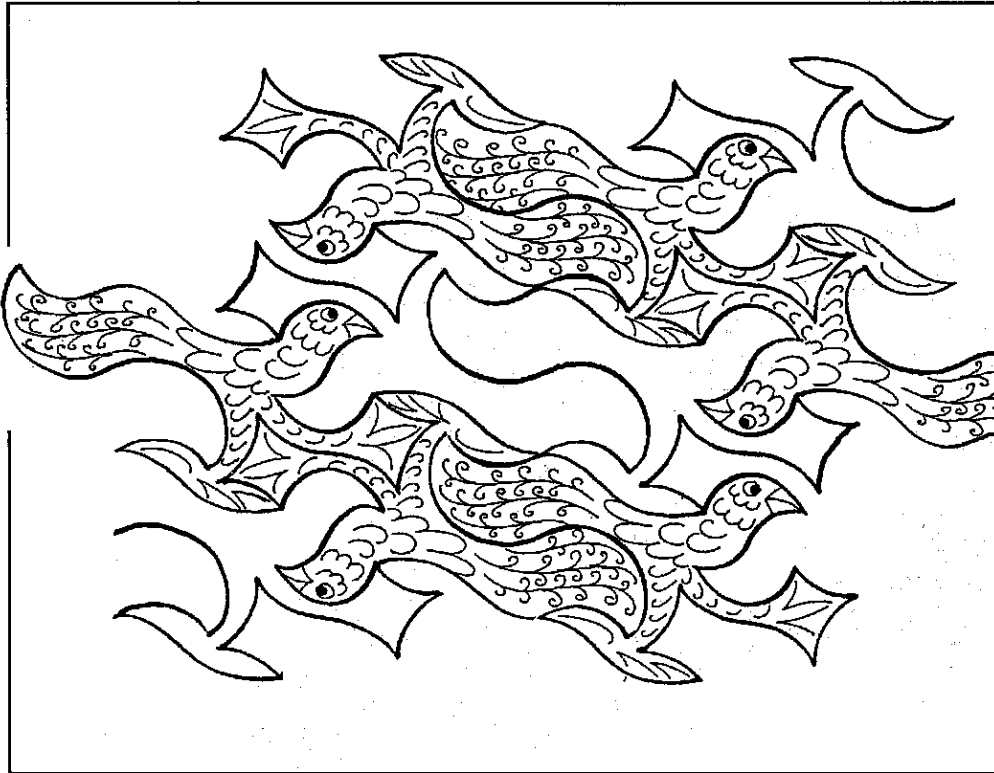
L'auteur, Raoul Raba, déjà connu des amateurs de mathématique par ses géodes, sphères images, papiers accrochés et autres taquinoscopes, nous propose ici de découvrir, en 152 pages, une nouvelle façon de paver le plan, en noir et en couleur.

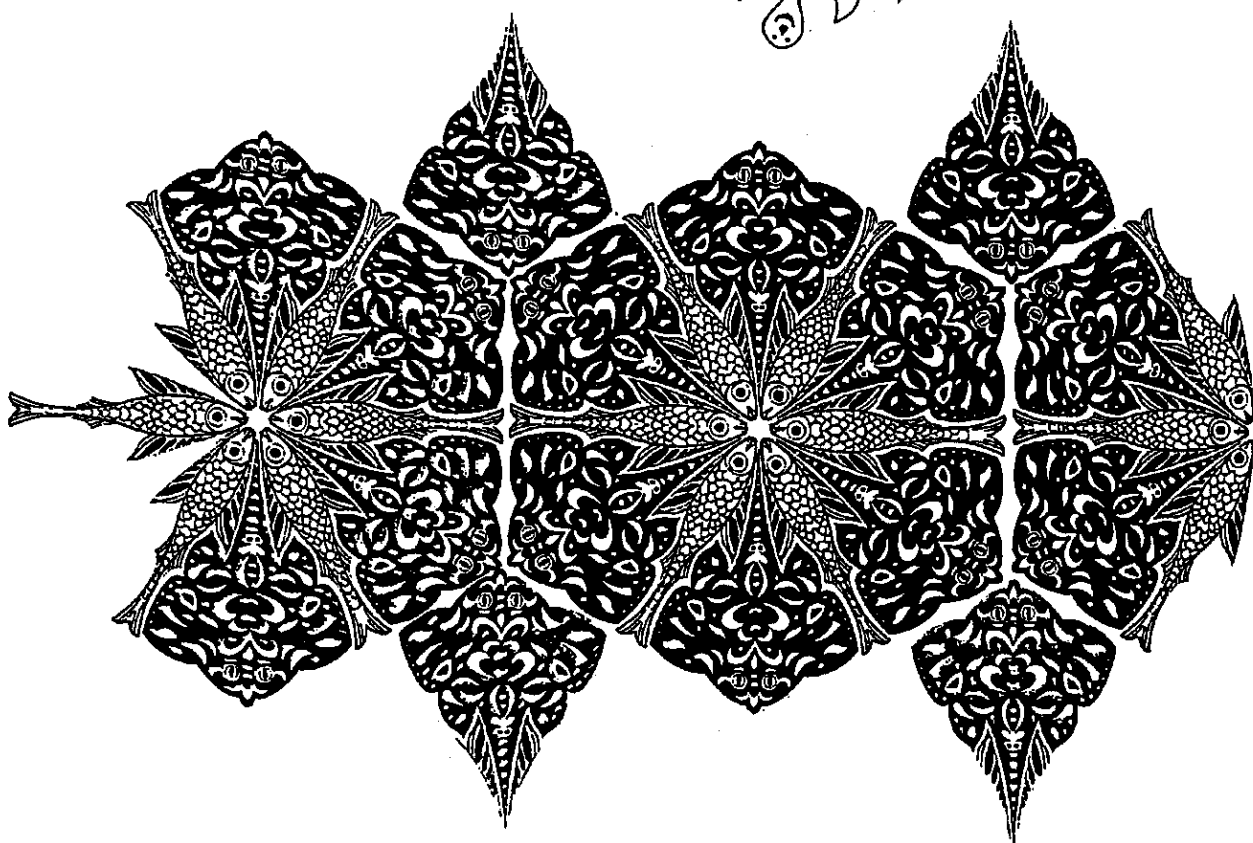
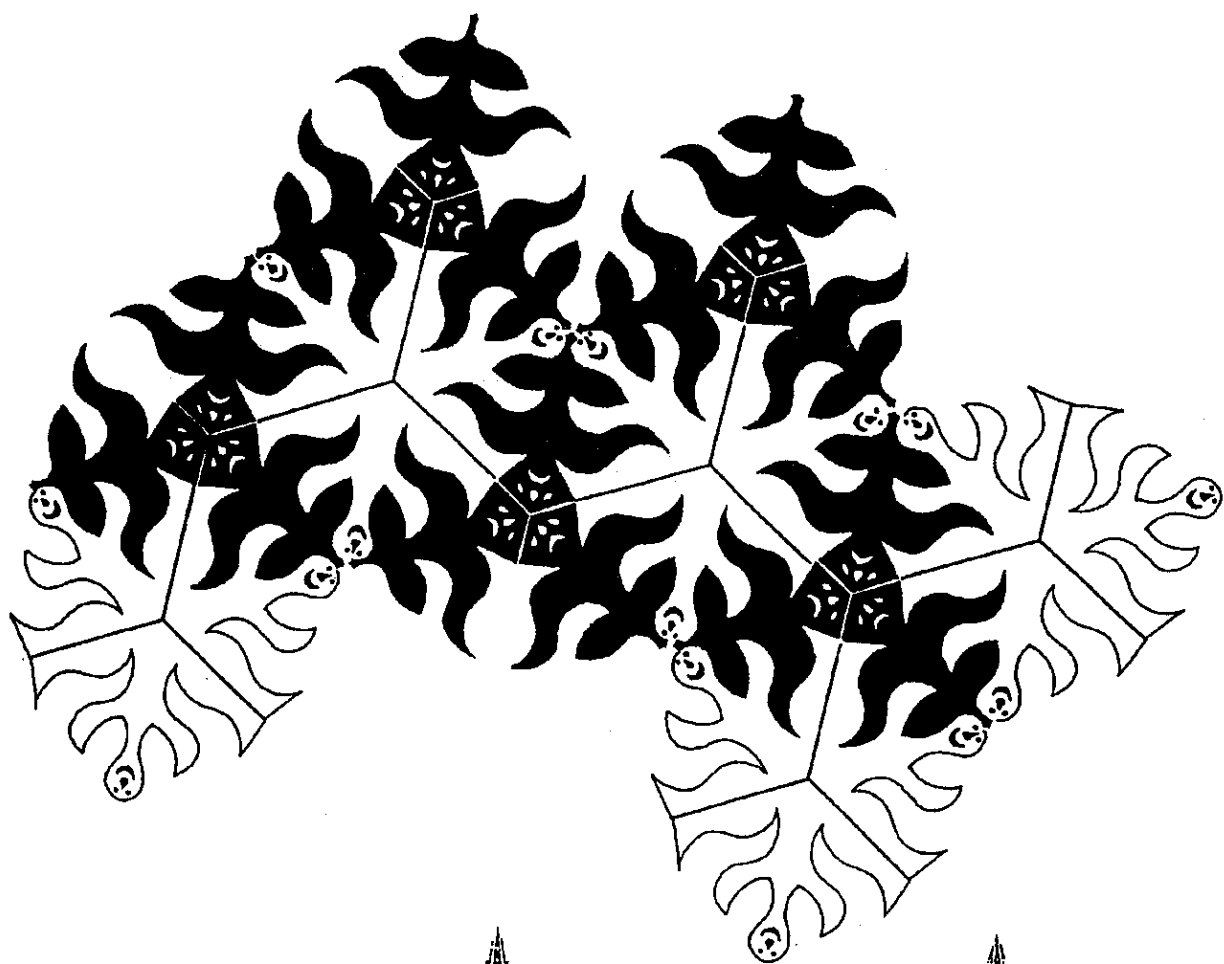
Il nous conte très simplement une histoire où Euclide Délice, le personnage principal du livre, rencontre un petit tailleur très habile qui lui confectionne, à partir d'enveloppes de formes très originales, une gamme infinie de costumes à partir de 17 patrons tous différents.

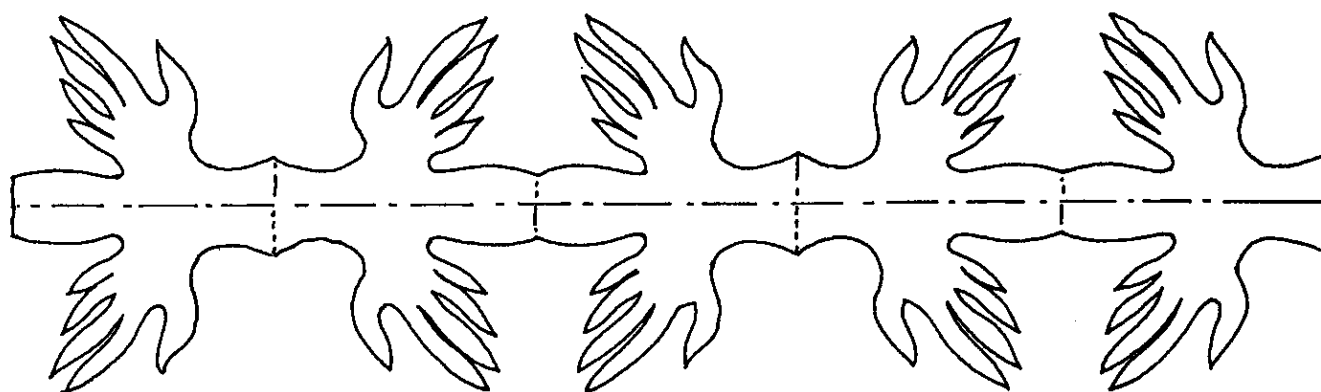
Plutôt qu'un commentaire élogieux du livre nous vous proposons de découvrir quelques pavages du livre obtenus à partir d'enveloppes originales. ■

→ Pour vous procurer ce livre ou le suivant : Maths en pièces (et en mouvement), il vous suffit d'écrire à Adecum-PLOT, Irem-Université. BP 6759. 45067 Orléans cedex 2. Prix public : 150 F l'un, 250 F les deux, port compris.

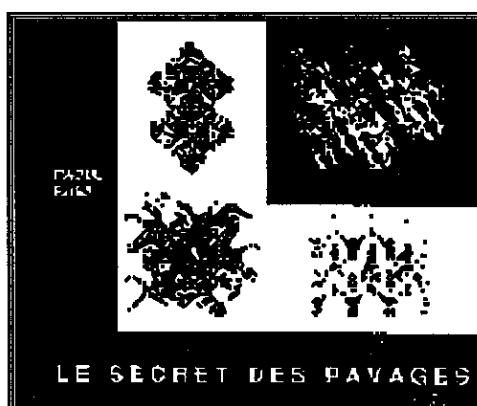
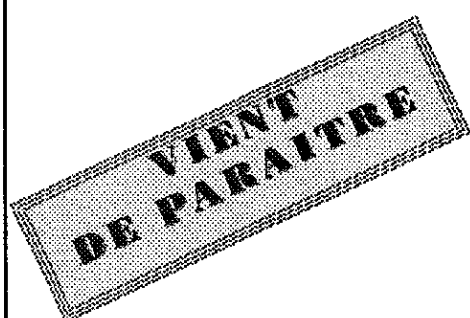








LE SECRET DES PAVAGES



Le Secret des Pavages,
un livre pour tous,
un livre à lire avec du scotch et des ciseaux!
Copiez, coupez, collez
et réalisez n'importe quel pavage. Seule votre imagination
limitera les possibilités qui vous sont offertes.

Le Secret des Pavages,
un livre original où vous trouverez des "*fiches-coutures*" dans
lesquelles le Petit Tailleur vous permettra alors d'explorer
les motifs répétitifs en dimensions 2 et 3.

Le Secret des Pavages,
un livre à lire absolument.

BON DE COMMANDE

OUI, envoyez-moiexemplaire(s) du livre de Raoul Raba :
"Le Secret des Pavages" au prix unitaire de 150 F.

Nom:..... Prénom:.....

Adresse:.....

Ville:.....

Adressez votre commande accompagnée de son règlement à :
ADECUM - B.P. 6759 — 45067 - ORLEANS CEDEX



VARIGNON aurait 338 ans !

Marc BLANCHARD - La Rochelle

Pierre Varignon (1654-1722), ami de Jean Bernoulli, est surtout connu pour avoir assis en France les idées de Leibniz sur l'analyse (reprises par De L'Hospital) face à l'opposition de Rolle et aux travaux de Newton [5].

Faire des mathématiques, c'est à la fois organiser des connaissances et résoudre des problèmes. Ces deux activités sont davantage liées et complémentaires que distinctes.

Dans l'enseignement secondaire, l'accent est mis actuellement sur le deuxième aspect ; lors de la période dite des « mathématiques modernes », c'était plutôt le contraire. Il faut savoir qu'un problème est rarement une question fermée, il en cache souvent une ou plusieurs autres. Les exercices classiques recèlent, eux aussi, des généralisations et des prolongements souvent dignes d'intérêt. A l'instar du chercheur, un élève peut-il envisager de nouvelles questions à partir de celles qu'il a résolues ? Nous pensons que oui et ce à tout niveau, c'est ce que nous voulons illustrer dans ce qui suit.

Le résultat de VARIGNON

Aussi surprenant que cela soit, il a fallu attendre 1731 pour que de façon posthume soit publié le résultat suivant dû au

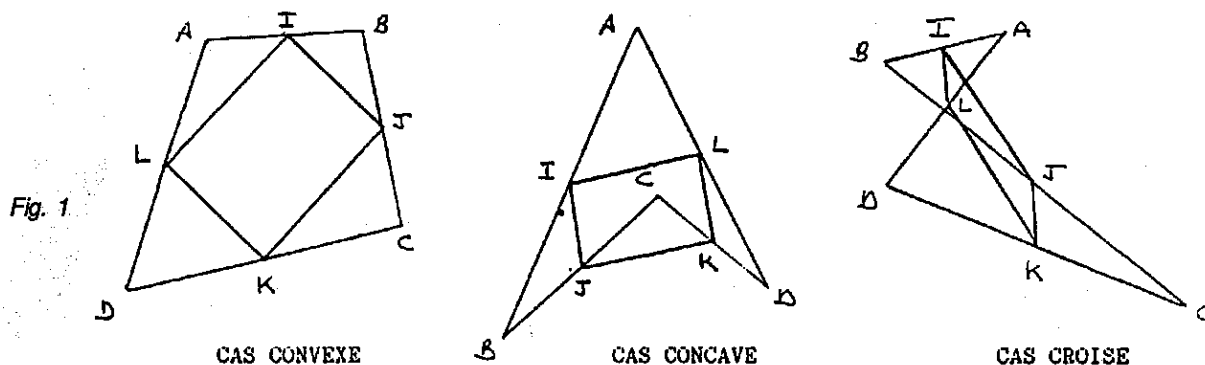
mathématicien français Pierre Varignon (1654-1722) :

Un quadrilatère étant donné, si l'on joint les milieux des côtés consécutifs, on obtient un parallélogramme.

Ce résultat est valable si le quadrilatère est convexe, concave ou croisé (fig. 1), il reste vrai si le quadrilatère est gauche. Désormais, nous supposons le quadrilatère donné plan.

Le théorème de Varignon peut être démontré dès l'année de Quatrième lorsqu'on connaît les propriétés caractéristiques usuelles du parallélogramme et le théorème relatif aux milieux des côtés d'un triangle. En corollaire, il est immédiat de prouver que :

- Les médianes d'un quadrilatère ont même milieu (étant diagonales d'un parallélogramme, ceci peut se démontrer sans attendre le barycentre) ;
- Le périmètre du parallélogramme de Varignon égale la somme des longueurs des diagonales du quadrilatère ;
- L'aire du quadrilatère (convexe ou



ble de caractériser analytiquement dans le plan affine muni du repère (I, IJ, IL) : appelons (a, a') le couple de coordonnées de A, alors les sommets ont des coordonnées $(a+2k, a'+2l)$ ou $(-a+2m, -a'+2n)$ avec k, l, m, n entiers relatifs. Les sommets opposés sur un quadrilatère ont ou leurs abscisses, ou leurs coordonnées qui diffèrent de 2.

Notons que nous avons les possibilités suivantes :

- Les quadrilatères sont convexe, croisé, concave et croisé (à une permutation circulaire près) ;
- Les quatre quadrilatères sont concaves (cf note (**)) ;
- Les quatre quadrilatères sont croisés.

Cela nous conduit à étudier un :

Régionnement du plan

1) IJKL étant un parallélogramme fixé, A est un point choisi du plan, cherchons la nature (convexe, concave ou croisé) du quadrilatère ABCD admettant IJKL comme parallélogramme de Varignon, I et L étant les milieux respectifs de [AB] et [DA]. [2]

Pour ce faire, définissons un critère pour distinguer les quadrilatères convexes, concaves et croisés.

Dans le plan muni du repère $(I, \vec{IJ}, \vec{IL})$ considérons A (a, a') , on a alors : B $(-a, -a')$, C $(a+2, a')$ et D $(-a, -a' + 2)$. Les droites (AC) et (BD) ont pour équations $y - a' = 0$ et $x + a = 0$.

Le quadrilatère ABCD est :

- **Convexe** : lorsque deux sommets opposés quelconques sont de part et d'autre de la diagonale passant par les deux autres ; analytiquement les produits $4a'(a'-1)$ et $4a(a+1)$ sont strictement négatifs ;
- **Concave** : lorsque dans un cas deux sommets opposés sont de part et d'autre de la diagonale passant par les deux au-

tres sommets et dans l'autre cas, ils sont du même côté ; analytiquement les produits $4a'(a'-1)$ et $4a(a+1)$ sont de signes contraires ;

- **Croisé** : lorsque deux sommets opposés quelconques sont du même côté de la diagonale passant par les deux autres ; analytiquement les produits $4a'(a'-1)$ et $4a(a+1)$ sont strictement positifs.

On en déduit le régionnement du plan : (cf fig. 4)

La bande horizontale hachurée correspond à $a'(a'-1) < 0$, la bande oblique hachurée correspond à $a(a+1) < 0$.

Si le point A est choisi :

- A l'intérieur du parallélogramme deux fois hachuré, alors ABCD est convexe ;
- A l'intérieur de la zone hachurée une fois seulement, alors ABCD est concave ;
- A l'intérieur de la zone non hachurée (réunion de quatre quadrants), alors ABCD est croisé ;
- Sur une frontière des régions précédentes (segments, demi-droites ou sommets), alors on obtient un quadrilatère ABCD dégénéré en triangle (entre la région «convexe» et une région «concave») ou en fanion (entre une région «concave» et une région «croisé»).

Remarquons que lorsque le parallélogramme IJKL est aplati alors nécessairement ABCD est un quadrilatère croisé et le régionnement est simplifié.

2) Plus précisément, cherchons à quelle condition le quadrilatère ABCD peut être particulier : trapèze, parallélogramme, rectangle, losange ou carré.

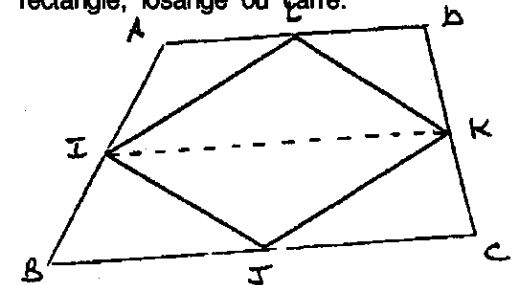


Figure 5

Supposons que ABCD soit un trapèze, alors une des diagonales de son parallélogramme de Varignon est parallèle à ses bases.

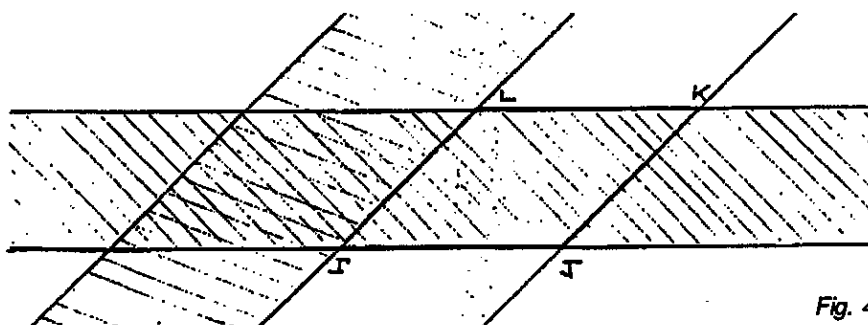


Fig. 4

concave) est le double de celle de son parallélogramme de Varignon.

Ce dernier résultat s'étend aux quadrilatères croisés en considérant les aires «algébriques» (l'aire algébrique d'un triangle orienté est son aire si le triangle est direct ou l'opposé de son aire sinon ; l'aire algébrique d'un quadrilatère ABCD est la somme des aires algébriques des deux triangles ABC et CDA ou DAB et BCD). Il semblerait que Varignon ait découvert cette propriété [1] (Les nombres entre crochets renvoient à la bibliographie).

En répétant le processus ...

Pour étudier l'itération du processus de Varignon, il suffit de l'appliquer à un parallélogramme pour obtenir la configuration suivante :

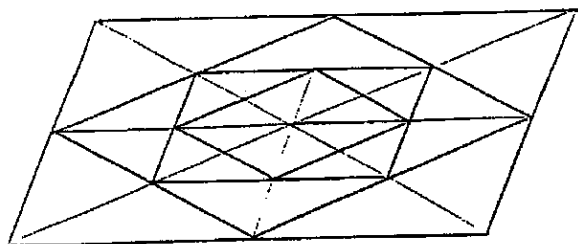


Fig. 2

On en déduit aisément que tout parallélogramme est un parallélogramme de Varignon.

Quadrilatères ayant même parallélogramme de VARIGNON

Etant donné un parallélogramme, peut-on trouver des (ou les) quadrilatères qui l'admettent comme parallélogramme de Varignon ?

Nous savons que tout parallélogramme peut être considéré de Varignon pour un autre parallélogramme. Une recherche rapide montre qu'il existe une infinité de quadrilatères admettant un parallélogramme donné comme parallélogramme de Varignon (la composée de quatre symétries centrales est l'identité si et

seulement si leurs centres sont, dans l'ordre, sommets d'un parallélogramme).

Plus précisément, fixons le parallélogramme IJKL et un point A, cherchons les quadrilatères de sommet A qui admettent IJKL comme parallélogramme de Varignon.

On envisage successivement quatre cas : A est sommet commun des côtés de milieux L et I, I et J, J et K, K et L d'où quatre quadrilatères solutions :

$AB_1C_1D_1$, $AB_1C_2D_2$, $AB_2C_3D_3$ et $AB_2C_4D_1$,

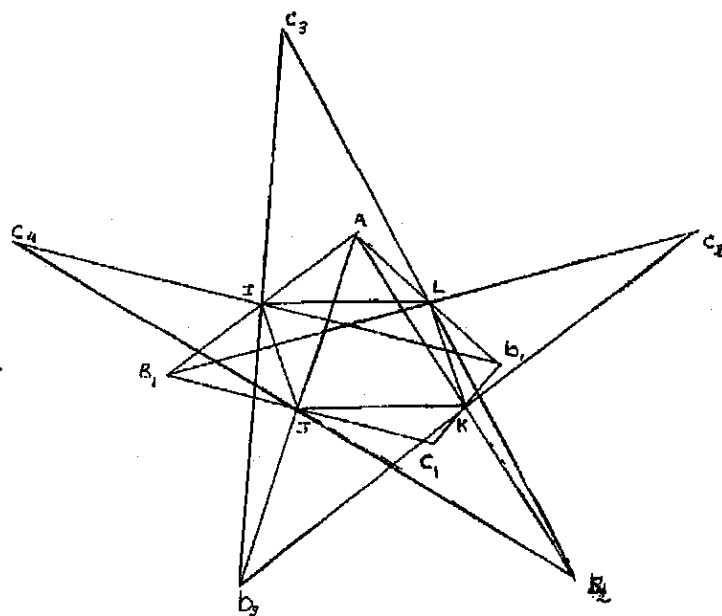


Fig. 3

Ces quatre quadrilatères n'ont au total que neuf sommets indiqués dans le tableau suivant :

	I	J	K	L
A	B_1	C_1	D_1	A
B_1	A	D_2	C_2	B_1
C_3	D_2	A	B_2	C_3
D_1	C_4	B_2	A	D_1

(On y lit par exemple que les milieux des côtés $[C_3D_2]$, $[D_2A]$ etc... du quadrilatère $C_3D_2AB_2$ sont respectivement I, J etc...).

On peut envisager d'itérer le procédé à partir des points B, C, etc... obtenus. Il en résulte un réseau de points qu'il est possi-

Cette condition nécessaire est également suffisante : IJKL étant donné, traçons par L la parallèle à (IK), on choisit A sur cette parallèle et on obtient un trapèze de base [BC] et [DA] convexe ou croisé. Les points I, J, K peuvent jouer un rôle analogue.

On en déduit qu'ABCD est un parallélogramme si et seulement si A est à l'intersection de la parallèle à (JL) passant par I et de la parallèle à (IK) passant par L. La solution est donc unique (cf figure 2).

Ce parallélogramme ABCD est un :

- **Rectangle** si et seulement si les diagonales de IJKL sont perpendiculaires, ce qui équivaut à dire que IJKL est un losange

- **Losange** si et seulement si les diagonales de IJKL ont même longueur, ce qui équivaut à dire que IJKL est un rectangle

- **Carré** si et seulement si IJKL est un carré.

3) Parenthèse

(sur une idée de D. Daviaud)

Notons G le point de concours (s'il existe) des deux diagonales du quadrilatère ABCD.

Nous remarquons que :

A est le symétrique de G dans la symétrie oblique par rapport à (LI) suivant (IJ) ; c'est analogue pour B, C, D.

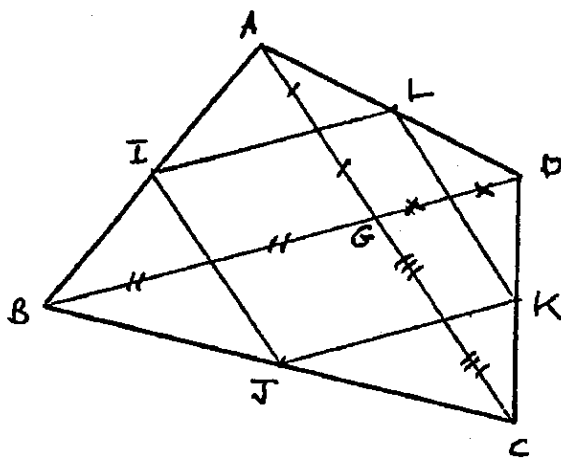


Figure 6

Le parallélogramme IJKL étant donné, le point G caractérise donc le quadrilatère ABCD ; on comprend pourquoi il existe une infinité de quadrilatères ayant IJKL pour parallélogramme de Varignon.

Le régionnement du plan à partir du point G est analogue à celui obtenu à partir du point A (par symétrie oblique), mais on ne privilégie plus un sommet et chacun des points A, B, C, D joue alors le même rôle.

Cas particuliers :

- ABCD est un trapèze si G est sur une diagonale de IJKL (car, par exemple, dans la symétrie oblique d'axe (IL) suivant (IJ), (JL) a pour image la parallèle à (IK) passant par L) ;

- ABCD est un parallélogramme si G est au centre de IJKL.

Dans le cas où $(AC) \parallel (BD)$, alors G est «à l'infini», le quadrilatère ABCD est croisé et son parallélogramme de Varignon aplati.

Plus généralement, nous sommes conduits à nous interroger à quelle(s) condition(s) nous obtenons des

Parallélogrammes de VARIGNON particuliers

Nous obtenons immédiatement les jolis théorèmes suivants (peu connus dans leur généralité) :

Dans un quadrilatère,

- Les diagonales sont perpendiculaires si et seulement si les médianes ont même longueur (cela équivaut à dire que le parallélogramme de Varignon est un **rectangle**) (**)

- Les médianes sont perpendiculaires si et seulement si les diagonales ont même longueur (cela équivaut à dire que le parallélogramme de Varignon est un **losange**) ;

- Les diagonales sont perpendiculaires et ont même longueur (1) si et seulement si les médianes sont perpendiculaires et ont même longueur $1/\sqrt{2}$ (cela équivaut à dire que le parallélogramme de Varignon est un **carré**).

(**) Dans le cas où les diagonales sont perpendiculaires, on obtient aisément huit points cocycliques : les quatre sommets du rectangle de Varignon et leurs projections sur les côtés opposés (cf [3]).

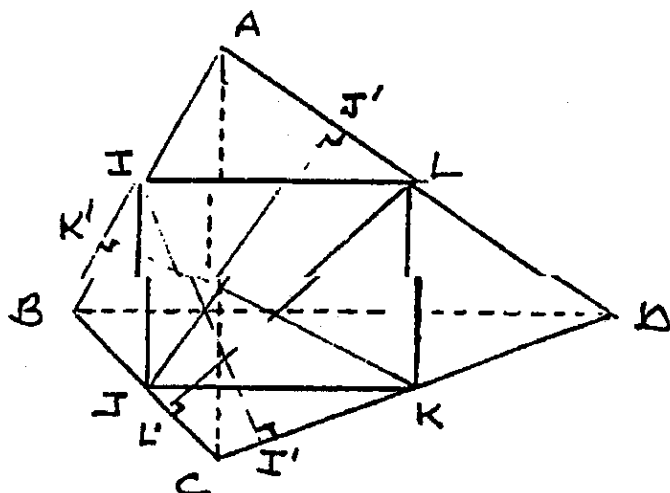


Figure 7

Dans le cas particulier où A, B, C, D sont les sommets d'un quadrangle orthocentrique (chacun est orthocentre du triangle formé par les trois autres), le cercle précédent est le cercle d'Euler commun aux quatre triangles tirés du quadrangle (on retrouve ainsi un théorème de Hamilton).

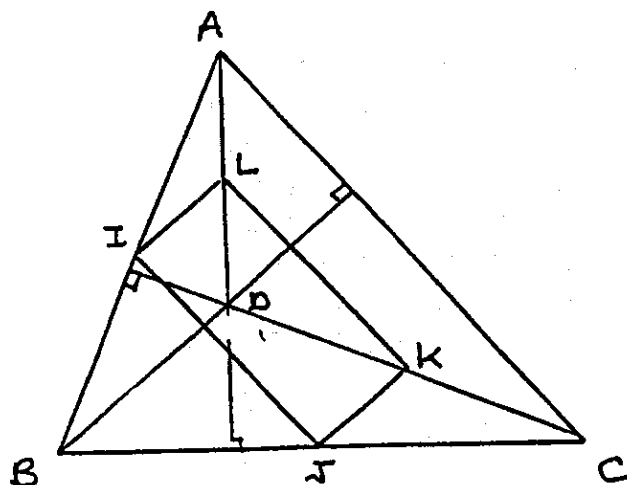


Figure 8

(ici $I' = K'$ et $J' = L'$)

Pour conclure

Les seules notions utiles pour résoudre ce qui précède sont introduites en classes de Quatrième ou de Seconde (pour le régionnement d'un plan et deux demi-plans à partir d'une équation de la droite frontière).

Quelques élèves de Quatrième ou de Troisième peuvent avancer, conjecturer ; est-il utopique de penser qu'un élève de Seconde puisse tirer profit d'une telle recherche ?

Cette étude est propice pour se poser soi-même des questions. Faire des mathématiques n'est-ce pas aussi/d'avantage cela et non pas seulement résoudre les questions des autres ? C'est pourquoi nous laissons au lecteur le soin d'imaginer et d'étudier de nouveaux prolongements, d'éventuelles généralisations (ou de voir par exemple [4]). ■

Petite bibliographie pour aller plus loin

[1] Redécouvrons la géométrie, de Coxeter et Greitzer, Dunod (p. 60).

[2] News Bulletin, Sept. 89, National Council of Teachers of Mathematics (USA).

[3] Mathématique et Pédagogie n° 69, Nov. Déc. 88, Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française (art. Pour une pédagogie des situations ouvertes, par C. Villers p. 31).

[4] Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome II, Apmep (art. Des lumières sur les projecteurs, par M. Blanchard, p. 70).

[5] Histoire des Mathématiques (tome 2, p. 108) de J.P. Collette, Vuibert/ERPI.

Un jeu d'enfant avec... des spaghettis : la transvection !!!

Isabelle JOLIVET - Lomé

On n'en parle guère dans les manuels de géométrie élémentaire... Pourtant, si l'on veut avoir une idée exhaustive de la façon dont agit une application affine d'un plan affine dans lui-même, il est intéressant de compléter le répertoire classique du lycée par la transvection plane. Après une étude élémentaire de celle-ci, nous retrouverons le résultat important de la génération des applications affines par les affinités.

Qu'est-ce qu'une transvection ?

Une transvection du plan affine P est une application affine t de P dans P laissant au moins un point de P invariant, et dont l'endomorphisme associé Q admet, dans une base $B =$ du plan vectoriel P sous-jacent à P , une matrice de la forme

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad \text{avec } a \text{ réel } \neq 0$$

Q est une **transvection vectorielle**, qui, comme on le voit, n'est autre qu'un endomorphisme à valeur propre double 1, non diagonalisable. (Notons que la forme triangulaire supérieure

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

est équivalente à la forme ci-dessus puisqu'on l'obtient par permutation des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$).

Par rapport à un repère affine (O, B) de P — où O est invariant par t — l'expression analytique de t est donc, avec les notations classiques et si l'on considère le premier type de matrice,

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = ax + y \end{cases}$$

Il s'agit bien sûr d'une bijection dont la réciproque est également une transvection (changer a en $-a$). L'ensemble des points invariants est la droite d'équation $x = 0$. Nommons-la D , axe de t .

Pour un point $M(x, y)$ non situé sur cette droite et son image $t(M) = M'$, le vecteur $(0, ax)$ est toujours parallèle à la droite D , et pour une abscisse x fixée ce vecteur est constant. Donc tous les points de la parallèle à D d'abscisse x , soit D_x , subissent la même translation de vecteur, si bien que cette droite est globalement invariante : elle effectue un glissement sur elle-même, d'amplitude proportionnelle à son éloignement de la droite des invariants :

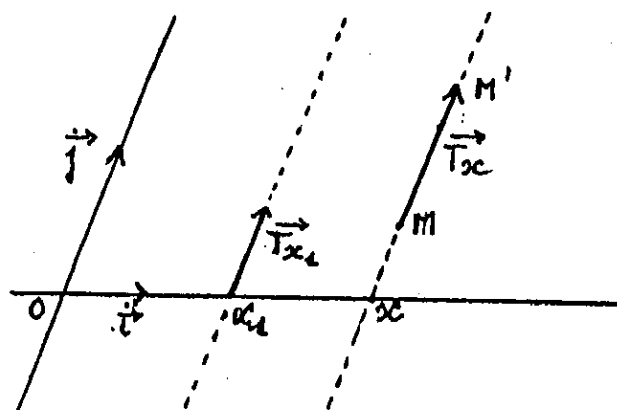


fig 1 : $a = 0,25$

On a pour tout point M d'abscisse x :

$$\overrightarrow{Mt(M)} = ax \cdot \vec{j} = \overrightarrow{T_x}, \quad \overrightarrow{Mt^2(M)} = 2 \overrightarrow{T_x} \dots \overrightarrow{Mt^n(M)} = n \overrightarrow{T_x}$$

pour tout n entier.

Sur la figure 2 ci-dessous, on a représenté des «trajectoires de points», c'est-à-dire

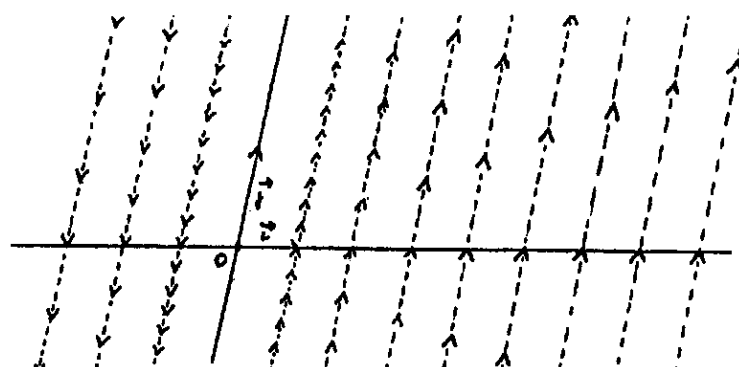
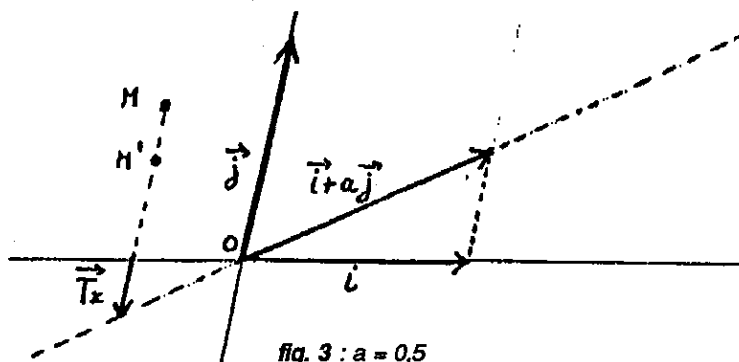


fig. 2 : $a = 0,25$

certain points et leurs images successives par t , donnant une idée globale de l'action de t .

Puisque $\Theta(\vec{i}) = \vec{i} + a\vec{j}$, la droite $(O, \vec{i})$ a pour image la droite $(O, \vec{i} + a\vec{j})$, et le tracé de cette dernière permet de représenter, pour chaque valeur de l'abscisse x , le vecteur de translation $\vec{T}_x$ et ainsi de construire le transformé d'un point quelconque en utilisant un report de longueur :

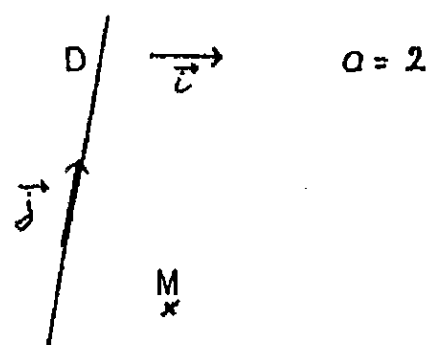


ce qui montre que a' dépend seulement du rapport p/r , et non de q .

En clair, la définition géométrique de t repose sur la donnée - non unique - d'un triplet

- Axe (droite D orientée par un vecteur $\vec{j}$)
- Vecteur $(\vec{i})$
- Rapport (coefficient a)

Exemple : ces trois éléments sont donnés ci-dessous. Le schéma de droite montre la construction de l'image d'un point M .



Remarquons que le point O ne joue aucun rôle particulier vis à vis de t . Il peut être remplacé par tout autre point de D . De même, l'axe $(O, \vec{i})$ ne représente pas une direction privilégiée : Deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{i}'$ définissant les mêmes abscisses (c'est-à-dire $\vec{i}' - \vec{i}$ colinéaire à $\vec{j}$) définiront la même application t , avec le même coefficient a . Pour préciser le lien entre le choix des vecteurs $\vec{i}, \vec{j}$ et le coefficient a , effectuons un changement de base préservant la forme triangulaire de la matrice, c'est-à-dire du type :

$$\begin{cases} \vec{i}' = p\vec{i} + q\vec{j} \\ \vec{j}' = \vec{j} \end{cases} \quad \text{avec } p.r \neq 0$$

La matrice de passage $S = \begin{pmatrix} p & 0 \\ q & r \end{pmatrix}$

a pour inverse $S^{-1} = \begin{pmatrix} 1/p & 0 \\ -q/r.p & 1/r \end{pmatrix}$

et la matrice de t dans la base

$B' = (\vec{i}', \vec{j}')$ est :

$$S^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 0 \end{pmatrix} \cdot S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a' & 0 \end{pmatrix}$$

avec $a' = a.p/r$

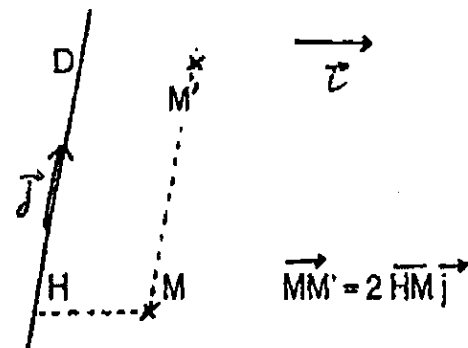


fig. 4 :

L'application t peut aussi être donnée par la droite affine D et l'image d'un point non invariant. La construction de l'image d'un point quelconque M utilise la conservation de l'alignement par t et ne nécessite plus que la règle :

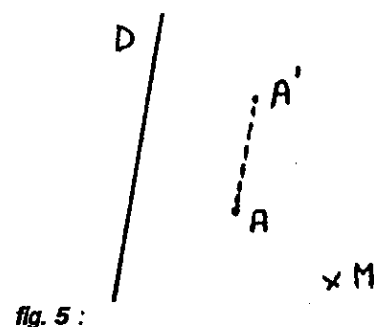


fig. 5 :

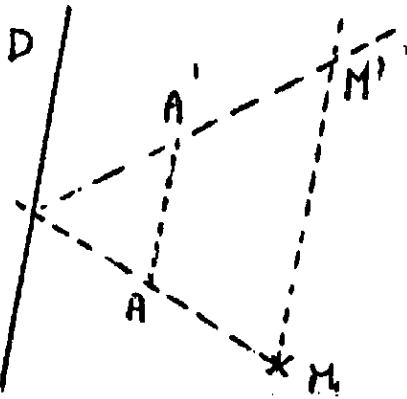


Fig. 5

De même, connaissant un couple de points et son image par une transvection, on peut, (sauf dans le cas où les quatre points sont alignés...) construire son axe.

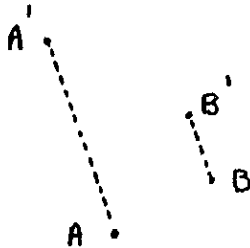


fig. 6 :

Remarque : Si l'on travaille dans un plan euclidien et que l'on décide de choisir $(\vec{i}, \vec{j})$ orthonormé il n'y a plus (lorsqu'on a choisi une orientation D) que deux triplets possibles, de la forme $(D, \vec{i}, a)$ et $(D, -\vec{i}, -a)$, pour définir géométriquement t . Si, en outre, le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, orthonormé, oriente P, le coefficient a n'est alors autre que la tangente de l'angle de l'axe des abscisses Ox et de son image Ox' par t :

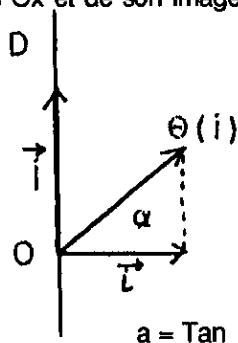


fig. 7 :

$$a = \tan \alpha$$

Et la transvectée d'une figure ?

Pour avoir une idée globale et dynamique de l'action d'une transvection, nous proposons le dispositif suivant, nécessitant deux réglettes, un feutre, et... un bon paquet de spaghettis...

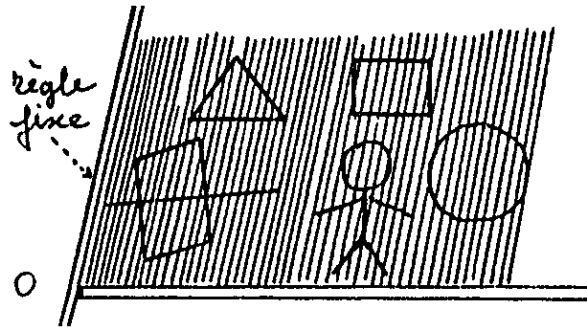


fig. 8 :

Dessignons au feutre (sans faire rouler les spaghettis sur eux-mêmes) quelques figures simples : triangles, quadrilatères (parallélogramme), ellipses, figurine... puis faisons tourner la réglette mobile autour de O, en veillant bien à ce que tous les spaghettis demeurent jointifs : nous observons, à l'issue de ce mouvement, les figures images... Attention cependant ! Les positions initiale et finale de la réglette mobile matérialisent la droite et son image, mais il est clair qu'il n'en est pas de même des points de la réglette. C'est pourquoi on ne devra pas dessiner sur la réglette mobile.

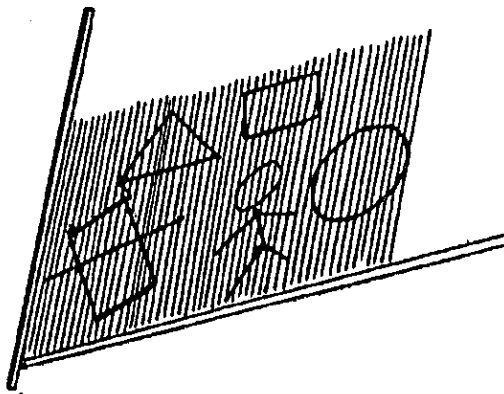


fig. 9 :

Décomposition d'une transvection en deux affinités :

Il s'agit de trouver deux affinités d'axe D, dont le produit transforme (dans le repère de la figure 1) le point A (1,0) en A' (1,a). La solution est offerte par la figure 10 suivante, où l'on a achevé le parallélogramme OAA'A' : l'affinité d'axe D, de direction la droite (OA') et de rapport 2, suivie de l'affinité de même axe, de direction (OA) et de rapport inverse 1/2 répond bien à notre problème.

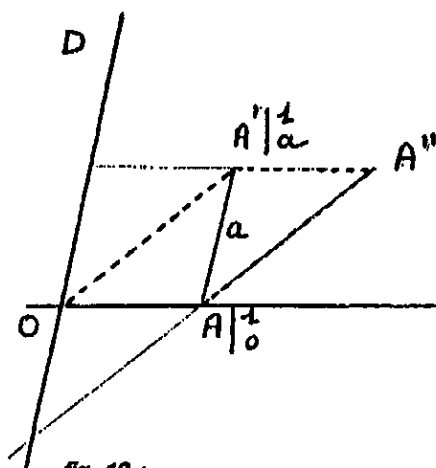


fig. 10 :

Pour terminer, nous donnons un tableau récapitulatif de la décomposition, en affinités, d'une application affine quelconque f du plan, d'endomorphisme associé f .

Remarques préliminaires :

- Une projection est une affinité (de rapport nul).
- Une application constante est le produit de deux projections (donc de deux affinités).
- Une homothétie est le produit de deux

affinités supplémentaires (c'est-à-dire : l'axe de l'une est parallèle à la direction de l'autre) de même rapport égal au rapport d'homothétie, d'axe contenant le centre de h , et dont l'une est arbitraire.

— Une translation est le produit de deux affinités (de rapport -1 et d'axes parallèles).

— Que l'on travaille ou non en structure euclidienne, toute application affine de matrice $\begin{pmatrix} u & -v \\ v & u \end{pmatrix}$

— dans une certaine base —

(avec $u^2 + v^2 = 1$) est le produit de deux symétries axiales laissant toutes deux invariant un même point O , (cette décomposition ne présentant pas le même caractère d'arbitraire que dans le cas de la rotation) en effet, on peut factoriser la matrice précédente par la matrice de symétrie axiale

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

et on trouve :

$$\begin{pmatrix} u & -v \\ v & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v \\ v & -u \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Nous appellerons dans la suite une telle application «rotation» (entre guillemets !!).

Par ailleurs, toute matrice réelle

$$\begin{pmatrix} u & w \\ v & x \end{pmatrix}$$

dont les valeurs propres sont complexes non réelles peut s'écrire sous la forme

$$\begin{pmatrix} u & -v \\ v & u \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

la deuxième matrice ayant des valeurs propres réelles.

— Si h est une homothétie de centre O , a et b deux affinités supplémentaires conservant O , alors le produit hab peut encore s'écrire $a'b'$ où a' et b' sont deux affinités supplémentaires conservant O .

— Si h est une homothétie de centre O , a une affinité conservant O , le produit ha peut encore s'écrire $a'a'$, où a'' et a' sont deux affinités conservant O . (Décomposition de h en deux affinités dont la deuxième, dans l'ordre de l'écriture, a les mêmes axe et direction que a). ■

nature spectrale de f	existence d'un point invariant	décomposition de f
f est diagonalisable sur $\mathbb{R}$	oui	2 affinités (ou 1)
	non (une valeur propre vaut donc 1)	3 affinités (ou 2) (affinité translation)
f n'est pas diagonalisable (ni sur $\mathbb{R}$ ni sur $\mathbb{C}$)	oui	2 affinités et une transvection ((homothétie-transvection)) donc 4 affinités, réductibles à 3 ou une transvection donc 2 affinités
	non (la valeur propre double vaut donc 1)	2 affinités et une transvection ((translation-transvection)) donc 4 affinités, réductibles à 3
f est diagonalisable sur $\mathbb{C} - \mathbb{R}$	oui (nécessairement)	5 affinités réductibles à 4 ((homothétie-rotation-affinité)) ou 6 affinités réductibles à 5 ((homothétie-rotation-transvection))

PAGE DE PUBLICITE

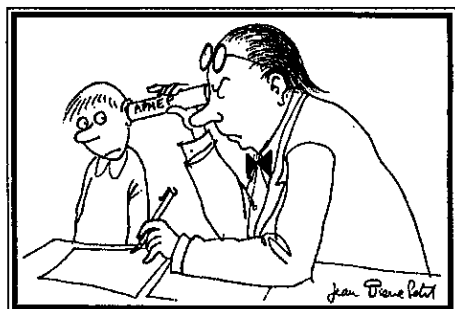
Evaluation-Apmep

EVALUATION

DU PROGRAMME

DE MATHÉMATIQUES

FIN DE QUATRIÈME 1989



UNE ÉTUDE DE L'APMEP

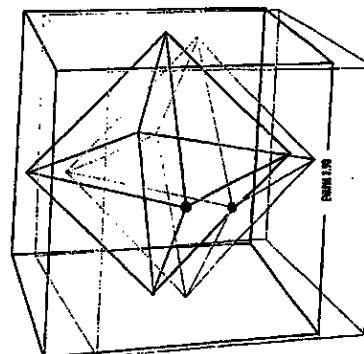
Association des Professeurs de Mathématique de l'Enseignement Public

EVALUATION

DU PROGRAMME

DE MATHÉMATIQUES

FIN DE TROISIÈME 1990



UNE ÉTUDE DE L'APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

*Avant les prochaines évaluations de septembre
(en collège et en seconde "nouvelle"),
c'est le moment de prendre vos stylos
et de passer commandes de brochures "Evaluation"*

37

Pour commander:

	prix unitaire	membre apmep
Programme 6ème 1987	100 F	70 F
Programme 5ème 1988	135 F	95 F
Programme 4ème 1989	140 F	100 F
Programme 3ème 1990	140 F	100 F
Actualisation 6ème/5ème	150 F	105 F
Programme 2nde	155 F	110 F

**Prix franco de port à commandert à
Apmep, 26 rue Duméril. 75013 Paris**

Une quadrature circonvenue

Francis Ullmann – Paris

En écrivant son livre "Les Mystères de la cathédrale de Chartres" (Robert Lafont, édit.), Louis Charpentier ne pouvait supposer qu'il me permettrait, quelques années plus tard, de tracer pour le plaisir une épure apportant la preuve de la justesse de ce qui m'avait été enseigné lors de mes études.

L'auteur, afin de faire la démonstration de sa théorie sur le tracé du plan de la cathédrale de Chartres, indique la méthode utilisée par des Compagnons pour transformer une surface rectangulaire, dénommée "table" dans l'ouvrage, en un cercle de même surface.

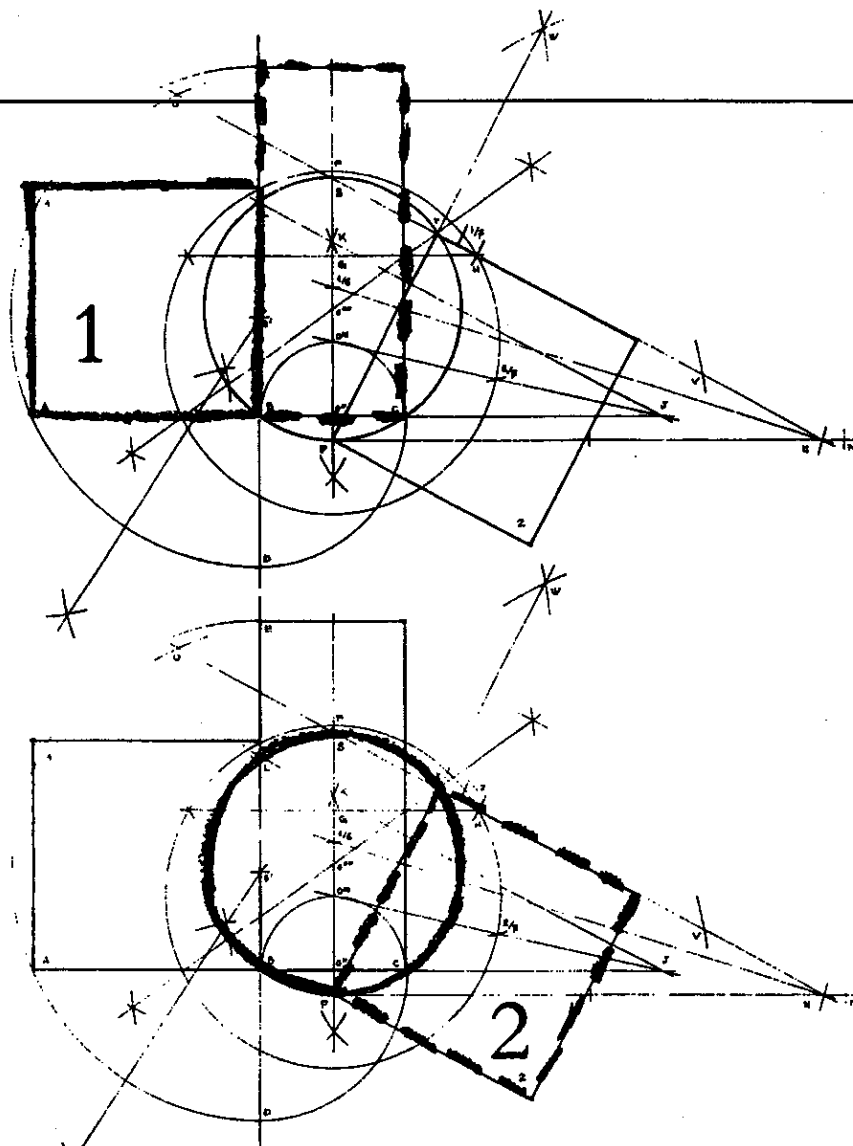
Il ajoute en commentaire :

"Construire une table ronde ayant même surface qu'une table carrée ou rectangulaire, c'est la quadrature du cercle, une impossibilité géométrique bien démontrée. Le calcul intégral n'arrive, lui-même, qu'à une approximation de la constante Pi. Cela est vrai en mathématiques de laboratoire; en pratique, on parvient, géométriquement, à une approximation parfaitement suffisante pour que les "accords" ne soient point faussés.

Il peut sembler étonnant que cette quadrature du cercle, qui est passée en proverbe comme une allégorie de l'impossible, ait tant inquiété nos ancêtres; lesquels tenaient, d'ailleurs, à une solution géométrique."

J'avais encore en mémoire le tracé permettant, tout en gardant la même surface, de transformer d'une part le cercle en carré et d'autre part un carré en rectangle. C'est la synthèse de la transposition de la méthode des Compagnons rapportée par Louis Charpentier et de mes souvenirs qui a donné naissance à cette épure. Le carré 2 est issu du carré 1 et ils sont "presque" identiques après passage par un rectangle, puis par un cercle.

L'écart, s'il y en a un, peut être considéré comme "pratiquement" négligeable.



QUADRATURE MODE D'EMPLOI

1) Tracé du carré 1

Tracer un carré quelconque.

2) Tracé du rectangle

- Dans le prolongement du côté AB de ce carré, tracer la largeur quelconque du rectangle BC.

Placer la pointe du compas en B et partir de C, trouver D dans le prolongement de EB.

- Tracer la ligne perpendiculaire passant à égale distance des points A et D qui détermine le centre O' à son intersection avec DE.

(Ce point O' doit se situer entre les points BL; modifier la largeur BC du rectangle pour obtenir ce résultat.)

3) Tracé du cercle

- Du point O' situé au centre de la ligne BC, tracer un demi-cercle déterminant le centre O'' qui servira de centre à un cercle de diamètre quelconque.

- Du point F déterminer un arc de 2/7 de la circonférence ayant pour centre O''. Le 1/7 de la circonférence GH est obtenu en reportant le rayon du cercle O'' sur la circonférence en prenant F comme point de départ et permettant de trouver H.

- Le point J est à l'intersection des prolongements des lignes reliant O'' à 2/7 et AC.

- Le point L est à l'intersection du côté BE du rectangle et de la prolongation de la ligne JK. Il est à la rencontre

des diagonales du rectangle.

Tracer la ligne perpendiculaire passant à égale distance des points C et L et qui détermine le centre O''' à son intersection avec PF.

Tracer le cercle dont le rayon est égal à O''' L ayant ce point O''' comme centre.

4) Tracé du carré 2

- Perpendiculairement à PF, tracer une ligne PM (PM = 2 Ø du cercle de centre O''').

- Reporter 1/6 du rayon du cercle O''' sur la ligne O'''F.

- Le point N est déterminé en reportant la distance PM en prenant le point 1/6 comme départ rabattue sur la droite PM.

- Relier le point N à l'intersection S de la ligne PF et de la circonférence de centre O'''.

- T est l'intersection de la ligne NS et de la circonférence de centre O'''.

- Le côté du carré 2 est TP, qui est à reporter sur la ligne FN.

- Finir le tracé de ce carré 2.

5) Vérification

- Par un arc quelconque ayant P comme centre déterminer les points U et V à l'intersection avec la ligne NS et son prolongement. Avec le même arc ayant U et V comme centres, déterminer W.

Le Point T doit se trouver sur la ligne PW.

DES EXEMPLES DE «MACROS» AVEC LE GEOMETRE

Michèle DUPERIER
et Yves BOUTEILLER - Irem d'Orléans

**Ce dernier article fait suite
aux articles parus dans les
PLOT n° 55 et 56.**

**Si vous voulez en savoir
plus ou aller plus loin,
demandez la brochure de
200 pages, bientôt publiée
par l'IREM d'Orléans.**

Le logiciel «Le Géomètre» permet de réaliser toutes les constructions de base réalisables à la règle et au compas et deux transformations symétrie centrale et réflexion.

Les autres transformations : translation, rotation, homothétie ne sont pas prévues de même que la construction du barycentre de deux points. Ces outils, en classe de seconde et surtout de première font partie des outils que doivent manipuler nos élèves.

On doit donc, soit refaire à chaque fois toutes les constructions, soit fabriquer des «macros» que l'on pourra utiliser comme les constructions du menu initial.

Cette possibilité, une fois les «macros» réalisées, de les inclure ou non dans le menu construction accessible aux élèves, permet à l'enseignant de fabriquer un environnement adapté à une classe donnée, évoluant au fur et à mesure des acquisitions des élèves.

Les problèmes posés par la fabrication de ces macros «clés en main» sont de deux types :

— La construction doit fonctionner dans n'importe quel cas de figure,

— Quelques artifices sont nécessaires pour pallier à l'absence de possibilité de saisie de valeur numérique homothétie, rotation, barycentre de deux points.

Les quelques exemples qui suivent sont un début de bibliothèque de «macros» que nous avons essayé de mettre au point à l'Irem d'Orléans dans le but de les mettre à la disposition des collègues. Essayez-les, faites-nous part de vos commentaires, des anomalies constatées. Si vous avez d'autres idées, des suggestions, elles sont les bienvenues.

ROTATION

**Rotation définie par son centre, un point
et son image dans la rotation**

— **Méthode employée** : Considérer la rotation comme composée de deux réflexions par rapport à des axes sécants. Soit R la rotation de centre O qui transforme A en A' . Soit d_1 la droite (OA) et d_2 la bissectrice de l'angle $\angle AOA'$. R est la composée de la réflexion d'axe d_1 et de la réflexion d'axe d_2 .

Le point M a pour image m par la réflexion d'axe d_1 , le point m a pour image M' par la réflexion d'axe d_2 , donc l'image de M par R est le point M' .

— **Mode d'emploi de la macro «Rotation centre point image».**

a) Ouvrir la macro «rotcepti» (menu divers).

b) Construire sa figure de base et utiliser dans le menu construction la macro «rotation centre point image» pour transformer le point voulu. Pour cela cliquer dans l'ordre :

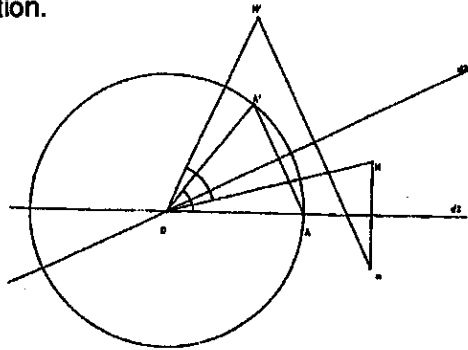
- Le centre de la rotation.
- Le point de référence et son image (A et A' dans l'exemple de la figure).
- Le point à transformer.

Remarque : cette macro ne permet pas d'obtenir l'identité car il faudrait cliquer deux fois le même point (A et A' confondus) ni l'image du centre.

— Fichiers utilisés :

Rotcepti.mac : contenant la macro.

Figrotal.fig : contenant l'exemple d'utilisation.

Rotation définie par son centre et un angle q

— **Méthode employée** : On emploie la même méthode que précédemment mais l'angle ne peut pas être défini par une mesure, il faut donc utiliser un représentant de cet angle : sur la figure. Pour faire varier l'angle il suffit de déplacer le point j sur le cercle.

Soit R la rotation de centre O et d'angle q , le représentant de q obtenu par translation de d_1 la droite (Oj) et d_2 la bissectrice de l'angle. R est la composée de la réflexion d'axe d_1 et de la réflexion d'axe d_2 .

— **Mode d'emploi de la macro «Rotation centre angle»** :

- Ouvrir le fichier «gradota»
- Ouvrir la macro «rotceang» (menu divers)
- Construire sa figure de base et utiliser dans le menu construction la macro «rotation centre angle» pour transformer le point voulu. Pour cela cliquer dans l'ordre :

- Le centre de la rotation
- Les points i, w, j pour définir l'angle q
- Le point à transformer.

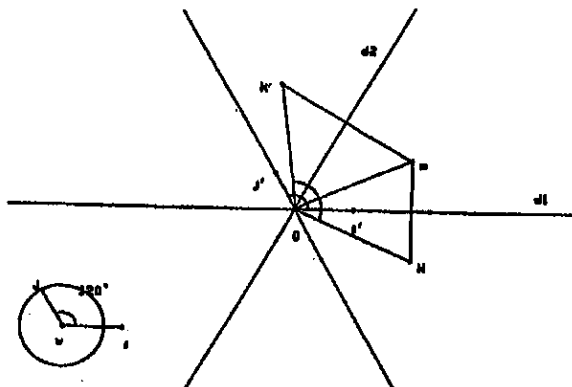
Remarque : cette macro permet d'obtenir l'identité mais pas l'image du centre.

— Fichiers utilisés

Rotceang.mac : contenant la macro.

Gradota.fig : contenant l'angle de référence à faire varier.

Figrota2.fig : contenant la figure correspondant à l'exemple.



HOMOTHETIE

Homothétie définie par son centre, un point et son image dans l'homothétie

Soit H l'homothétie définie par son centre O , le point A et son image A' .

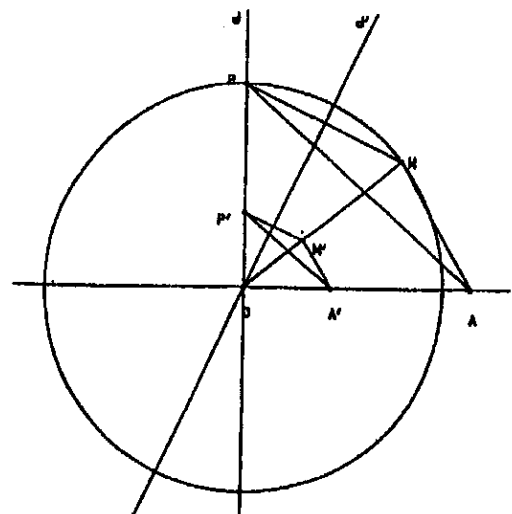
Pour construire l'image M' du point M par H , on peut le déterminer par l'intersection de la droite (OM) et de la parallèle à la droite (AM) passant par A' . Cette construction ne fonctionne pas si M est sur la droite (OA) .

- Le point de base et son image (A et A' dans l'exemple).
- Le point à transformer.

— Fichiers utilisés :

Hoceptim.mac: contenant la macro "homothétie centre point image".

Fighomol.fig: contenant l'exemple d'utilisation.



Homothétie définie par son centre et son rapport

Soit H l'homothétie de centre O et de rapport k .

— Contraintes particulières au logiciel:

- Avec "Le Géomètre" on ne peut pas donner de valeur numérique. Nous avons contourné le problème en utilisant un axe gradué sur lequel on définira le rapport k de l'homothétie.
- Dans une "macro" on ne peut pas cliquer plusieurs fois le même point. Cela impose donc de disposer d'une graduation annexe pour que le rapport k puisse être égal à 1.

— **Méthode employée:** On translate w_i en O_i et OK en OK' . Pour que la construction fonctionne même si (OM) est parallèle à l'axe gradué, on ramène I' et K' en I et K sur la droite d perpendiculaire en O à (OM) en utilisant la symétrie par rapport à une bissectrice de (d, d') et on termine la construction.

— **Mode d'emploi de la macro "homothétie centre rapport"**

- Ouvrir le fichier "gradhomo" contenant la graduation.
- Ouvrir la macro «homcerap» (menu divers).
- Construire sa figure puis utiliser dans le menu construction la macro "Homothétie centre rapport" pour transformer le point voulu. Pour cela cliquer dans l'ordre:
 - Le point ω et le point i pour définir l'unité.
 - Le point O et un point de l'axe gradué pour définir k .
 - Le centre de l'homothétie et le point à transformer.

— **Fichiers utilisés:**

Gradhomo.fig: contenant la graduation.
Homcerap.mac: contenant la macro.
Homcerap.fig: contenant l'exemple d'utilisation.

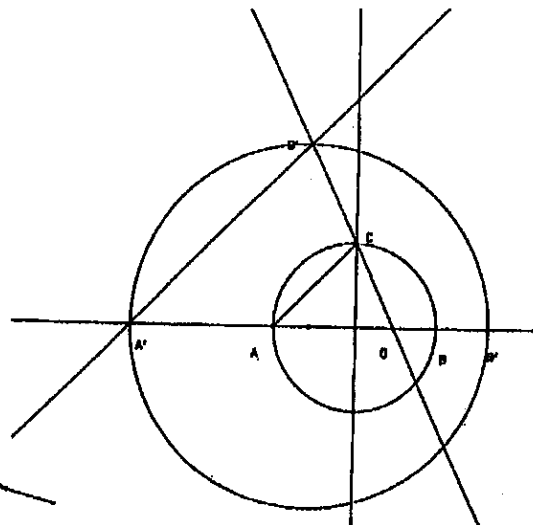
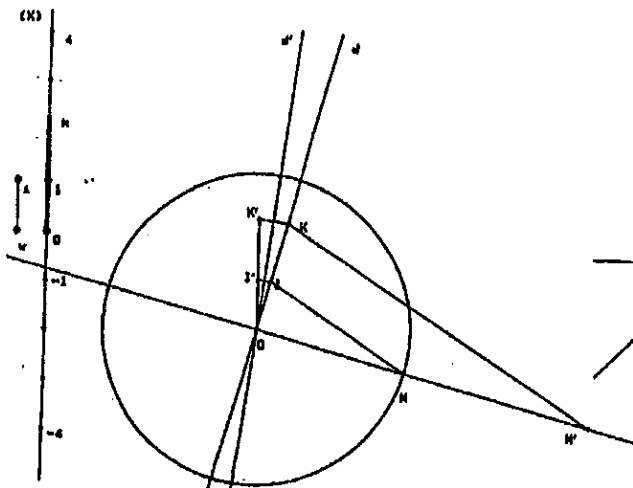
— **Méthode utilisée:** On peut déterminer l'image C' du point C tel que ACB soit rectangle en C et isocèle. C appartenant au cercle de diamètre $[AB]$, C' appartient au cercle de diamètre $[A'B']$, et il appartient aussi à la droite parallèle à la droite (AC) passant par A' .

— **Mode d'emploi de la macro "Centre de l'homothétie":**

- Ouvrir la macro "Homcentr".
 - Construire la figure contenant les deux bipoints définissant l'homothétie et utiliser la macro "centre de l'homothétie" pour définir le point O . Pour cela cliquer dans l'ordre:
 - Les deux points (A et B dans l'exemple)
 - Leur image (A' et B' dans l'exemple).
- Remarque: Une fois le point O déterminé on peut bien sûr, en utilisant la macro "hoceptim" transformer n'importe quel point.

— **Fichiers utilisés:**

Homcentr.mac: contenant la macro.
Homcentr.fig: contenant l'exemple d'utilisation.



Centre d'une homothétie définie par un bipoint et son image

Soit H l'homothétie définie par le bipoint (A, B) et son image (A', B') .

Si les quatre points A, A', B, B' ne sont pas alignés on peut définir le centre O de H comme intersection des droites (AA') et (BB') . Dans le cas où les points sont alignés on doit utiliser une autre méthode.

Présentation des livrets

Chaque document, de présentation soignée, comporte 8 à 16 pages, en deux couleurs.

Le format est de 15x21 cm pour faire des économies de fabrication et de classement !

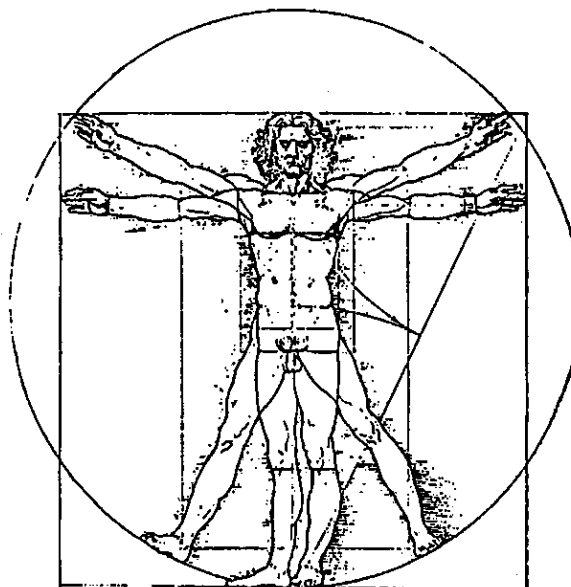
Il contient une à deux activités par page, éventuellement des indications historiques,

des références bibliographiques, pour ceux qui veulent en savoir plus, parfois des indications sur les outils mathématiques nécessaires.

Certains de ces documents sont accompagnés de compléments mathématiques et d'autres d'ouvertures à l'usage du professeur (tirés-à-part joint).

GALION THÈMES

Le Nombre d'Or



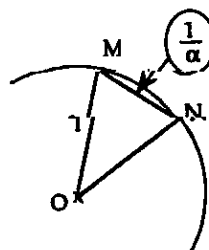
d'après Léonard de Vinci.



Le triangle d'Or

Reprenons le décagone régulier de l'activité (12).

[MN] est un côté de ce décagone : nous allons nous intéresser au triangle OMN appelé "Triangle d'Or" car $\frac{OM}{MN} = \alpha$: démontrez-le !



- ★ Quels sont les angles de ce triangle ?
- ★ Tracez la hauteur (OH) : calculez OH en fonction de α .
- ★ Quels sont les angles et les côtés du triangle OHM ?
- ★ En déduire, en fonction de α , $\sin 18^\circ$, $\cos 18^\circ$, $\cos 72^\circ$, $\sin 72^\circ$.
- ★ Calculez en fonction de α les autres hauteurs de OMN, ainsi que l'aire de ce triangle.

Et l'on refait encore du dessin !

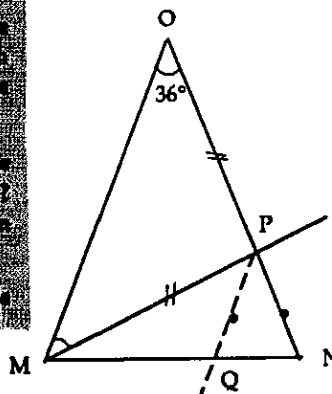
- ★ Dessinez un autre triangle d'or assez grand : prendre par exemple $OM = 20$ cm et attention aux angles !

- Tracez la bissectrice de $\widehat{OMN}$: elle coupe ON en P. Montrez que MNP est encore un triangle d'Or et que $OP = PM$. Calculez alors PN en fonction de α .

- Tracez la bissectrice de $\widehat{MPN}$ qui coupe MN en Q. Que dire du triangle PQN ? Démontrerez que $QP = QM$. Calculez QN en fonction de α .

- ... et vous pouvez continuer avec la bissectrice de $\widehat{PQN}$.

- mettre en évidence des droites parallèles.



- ★ Et en admettant que $\cos 36^\circ = 1 - 2(\sin 18^\circ)^2$, calculez $\cos 36^\circ$ en fonction de α .

Les prochains thèmes :

3. La photographie
4. Avec des spirales
5. Polygones réguliers
6. Problèmes linéaires
7. Sont-elles perpendiculaires ?
8. La parabole

...

Comment les obtenir ?

Les commander par paquet de 10 pour la classe au prix de 50 F les 10.
ou faire une commande de 50 ou 100 pour le CDI de votre établissement ;
pour cela il vous suffit de remplir le bon de commande du PLOT.

Rallye, Tournoi et autres Kangourou : Le juste prix !

Nicole Chéramy, Tours

Je vais donner dans le sujet à la mode des rallyes et autres compétitions mathématiques ... pour dire ce que je pense de quelques effets pervers de telles manifestations.

Je n'irai pas jusqu'à faire un rapprochement avec des "poussées nationalistes" comme le fait Gilbert Walusinski (Tangente n°25) mais les finalités de telles compétitions doivent être très claires. D'après tout ce que j'ai lu sur la question, le but principal de telles compétitions semble être généralement de faire des mathématiques autrement. Pourquoi pas ? Mais si pour cela il faut mettre en jeu des lots importants, alors c'est raté, le but principal devient : gagner un prix.

Le principal, c'est de participer

Quand le Rallye du Centre a été lancé, j'ai trouvé la formule plutôt sympathique et je l'ai proposée à mes élèves. Je ne leur ai pas, à ce moment là, parlé des lots à gagner pour la simple raison que j'ignorais cet aspect des règles du jeu. Personne dans la classe ne m'a posé de questions dans ce sens et tous ont souhaité que j'inscrive la classe.

Ils ont donc participé à ce premier Rallye du Centre et ils ont été contents de le faire. Quand, au moment des résultats, ils ont découverts que les premiers avaient gagné des lots prestigieux, j'ai senti comme un parfum d'amertume flotter dans cette classe qui était dans le groupe ... des derniers.

Cette modeste expérience m'a montré qu'il n'est pas "nécessaire de mettre des prix en jeu" pour motiver les élèves, contrairement à ce qu'affirme le compte-rendu du

séminaire APMEP de juin 91 (Bulletin national de l'Apmp n°381) et que, si l'on en met, on crée un sentiment de frustration chez les mal classés. Compétition, je veux bien, si c'est pour un trophée symbolique.

Lors de l'assemblée générale 1991 de la régionale d'Orléans-Tours, où un débat sur ce sujet s'était engagé, on m'a fait remarquer qu'il fallait savoir vivre avec son temps et que face aux avalanches de lots qui tombent des jeux télévisés, il était impensable de faire autrement. Ce sont là quelques principes de l'éducation qui sont en cause et j'avais cru, naïvement, que les enseignants pouvaient avoir un petit rôle à jouer dans l'éducation des jeunes.

La médiatisation

Autre effet pervers, la médiatisation de tels événements. Cela pourrait sembler bénéfique pour notre profession puisque pour une fois on parle de notre travail. En fait, on monte en épingle un phénomène marginal et on laisse dans l'ombre tout le travail de fond qui est le lot quotidien des enseignants. On renforce par ailleurs l'idée, répandue dans le grand public, que l'enseignement des mathématiques est forcément rébarbatif, puisqu'il faut de telles manifestations pour motiver les élèves.

La sponsorisation

Et pour finir, la sponsorisation, qui accompagne toutes ces manifestations et qui envahit de plus en plus notre milieu. On commence par sponsoriser des activités marginales mais où cela peut-il mener ? (cf les futures réformes scolaires aux Etats-Unis). La recherche de sponsors sera-t-elle, bientôt, une partie incontournable de notre travail ? Devrai-je, un jour, afficher le nom de mes sponsors sur mon sac ou ma blouse ?

près de 400 000 F de prix

5

IBM PS/2

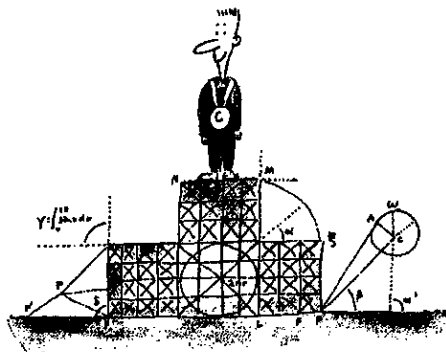
6

Collections
ENCYCLOPEDIA
UNIVERSALIS

10

Calculatrices
HP 28S

...des livres et logiciels Hatier
des micro-ordinateurs
des calculatrices, des abonnements...
Et des centaines
d'autres prix!

FEDERATION FRANCAISE DES
JEUX MATHÉMATIQUESCHAMPIONNAT DE FRANCE
DES JEUX MATHÉMATIQUES
ET LOGIQUES

Ne manquez pas
le rendez-vous
le plus astucieux
de l'année

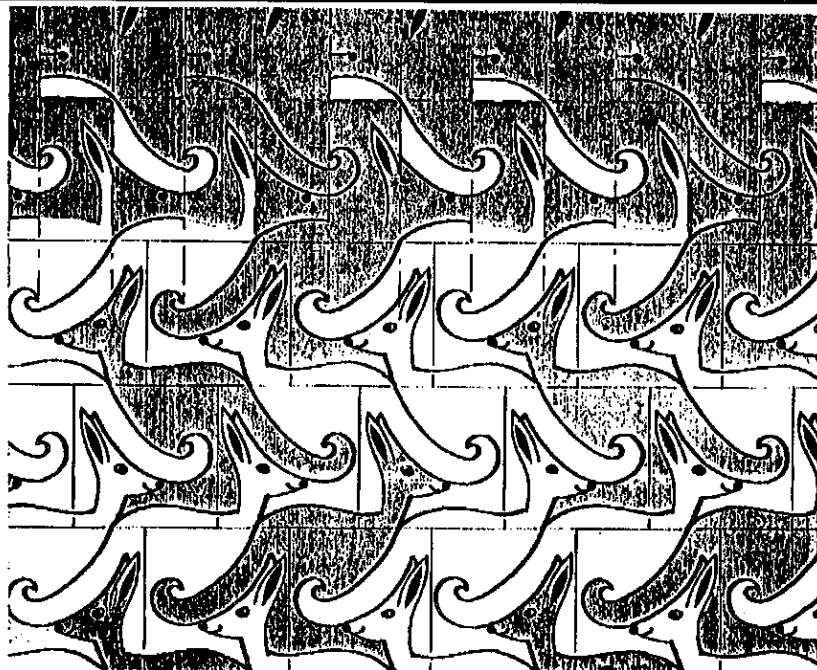
IBM

HATIER

HEWLETT
PACKARDENCYCLOPEDIA
UNIVERSALIS

came

Lancette

SCIENCE
& VIEJEUX &
STRATÉGIE

Le Kangourou des Mathématiques

1er Prix 1991 : Un Voyage dans les îles du Pacifique

47

Pourquoi faut-il sponso-
riser les Rallyes? Pour
pouvoir entre autres,
distribuer des lots de
grandes valeurs, qui
permettront de faire un
beau coup médiatique !
... et la boucle est bou-
clée.

En attendant des articles
de fond sur l'analyse des
rallyes et tournois, et
pour élargir un débat
déjà entamé dans la
régionale Apmep d'Or-
léans-Tours, voici un
courrier qui devrait faire
réagir ! (ndlr)

SCIENCE & VIE
JUNIORTEXAS
INSTRUMENTSHACHETTE
Education
jouez gagnant

Le journal PLOT - Tarifs 1992

Nom et prénom
ou établissement _____

Adresse complète _____

Code postal et ville _____

Ecole élémentaire ☐

Collège ☐

Lycée ☐

Supérieur ☐

Autre ☐

Pour les 4 numéros de :

1987 ☐ 1991 ☐
1988 ☐ 1992 ☐
1989 ☐ 1993 ☐
1990 ☐ 1994 ☐

	Tarif normal et établissements*	Adhérents Apmp	Supplément avion	Désire facture ☐	Nouvel abonné ☐
Pour un an	120 F	100 F	+ 45 F		Total à payer
Par année supplémentaire	+ 100 F	+ 80 F	+ 45 F		F
Co-abonnement :					
à PLOT et à	Tangente	Jeune Archimède	Tangente & J.A.	Suppl' avion	Total à payer
	215 F	150 F	275 F	+ 90 F	F

* 2 exemplaires pour les établissements

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

DOSSIERS & MATERIELS du PLOT

**10%,
15%,
20%
de
RÉDUCTION***

si vous êtes abonné
au PLOT
pour 1 an, 2 ans, 3 ans...

Prix unitaire	- Tarifs 92 -	Qté	Total
50 F	Kit matériel Polyèdres n°1		
50 F	Kit matériel Polyèdres n°2		
50 F	Dossier Polyèdres dans l'espace		
50 F	Papiers accrochés (dossier et matériel)		
50 F	Pliages et mathématiques (dossier matériel)		
50 F	Les Dossiers "Ludi-Math" 3 et 4		
50 F	Catalogue exposition : Mosaïque Mathématique		
150 F	Dossiers Spécial II		
200 F	La cassette vidéo TANGENTE		
10 F	Affiches pour la classe : Format minimum 40 x 60 cm		
10 F	1. Horizons Mathématiques		
10 F	2. L'esprit informatique		
10 F	3. Volume impossible		
20 F	4. Polyèdres dans l'espace		
20 F	5. Pavage hyperbolique		
20 F	6. L'Univers mathématique		
20 F	7. Triangles (1) ou (2)		
20 F	8. Cercles et sphères		
20 F	9. Perpendiculaires		
20 F	10. Déplacements		
50 F	Pour envoi des affiches roulées dans un tube (en option)		
50 F	Gallion-thèmes n° 1 ☐ n° 2 ☐		
50 F	Pochettes pour rétroprojecteur n° 5 à 10, 12 à 16		
100 F	Pochettes de diapositives n° 1 à 6		
100 F	Géode - miroir ☐ Sphère - Image ☐		
	Sous total		
	*Réduction pour les abonnés à Plot pour 1 an 10% ☐ pour 2 ans 15% ☐		
	* 10% pour les écoles élémentaires Frais d'envoi forfaitaires*		20 F
	* Frais d'envoi par avion à compter en plus		
	TOTAL A PAYER		

NOM :

Adresse :

Code Postal & Ville:

Règlement à envoyer à l'APMEP Orléans-Tours — BP 6759, 45067 Orléans-Cedex 2 — CCP La Source 144009X

Bon de commande (1)

Le Secret des Pavages
144 pages. 150 F

nom:

adresse:

Maths en pièces,
116 pages. 150 F

ville :

Les deux : 250 F (franco de port)

(1) Adressez votre commande
accompagnée de son règlement à:

ADECUM B.P. 6759
45067 - ORLEANS - Cedex 2

RAOUL
RABA

LE SECRET DES PAVAGES