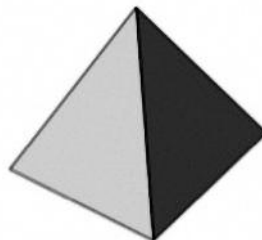
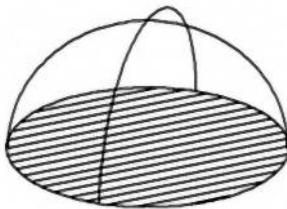
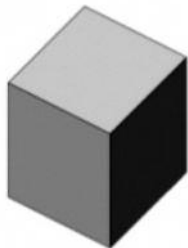


c. Déterminer celui d'une pyramide régulière à base carrée de côté a , et de hauteur verticale a .



d. En quoi, d'après vous, le facteur de compacité est lié aux performances thermiques d'un bâtiment ?

2. On se propose d'étudier le facteur de compacité d'un pavé droit de volume 1 dont les dimensions en mètres sont x , y et z .

a. Vérifier que pour tous nombres a , b et c :

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c) [(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$$

b. En déduire que pour tous nombres réels positifs a , b et c , $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$.

c. En déduire que pour tous nombres réels positifs A , B et C dont le produit est égal à 1 : $A + B + C \geq 3$.

d. Montrer que le facteur de compacité de ce pavé est : $c = 2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$.

e. Quel est le pavé droit de volume 1 qui rend minimal le facteur de compacité ?

3. Dans cette question, on désire déterminer tous les pavés droits dont le facteur de compacité est égal à 1 et dont les dimensions p , q et r , exprimées en mètres, sont des nombres entiers. On prendra $p \leq q \leq r$.

a. Établir que résoudre ce problème consiste à déterminer les triplets ordonnés d'entiers p , q et r tels que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{1}{2}$.

b. Démontrer que $3 \leq p \leq 6$.

c. Montrer que si $p = 3$ alors $7 \leq q \leq 12$.

d. Terminer la résolution.