# ∽ Baccalauréat Paris juin 1941 ∾

**SÉRIE MATHÉMATIQUES**

**I**

**1er sujet**
Démontrer la relation

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$$

Montrer comment on en déduit les autres formules relatives à l'addition des arcs.

**2e sujet**
Donner et démontrer la formule transformant en un produit la somme des sinus de deux arcs. Montrer comment on on déduit les formules analogues permettant la transformation d'une somme ou d'une différence de deux cosinus.

**2e sujet**
Parmi le méthodes connues, en exposer une permettant la résolution et la discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

Appliquer à $\cos x + \sqrt{2} \sin x = \sqrt{3}$.

**II**
On considère un cercle (Γ) de centre O, un diamètre AB de (Γ), et une droite (D) perpendiculaire sur ce diamètre en un point C extérieur à AB ; on supposera A à gauche de B, C à droite de B et on désignera :

par R le rayon de (Γ),

par $a$ la distance AC.

Par un point M variable sur (D) on mène les deux droites tangentes à (Γ) en P′, Q′, qui coupent en P, Q respectivement la tangente (T) à (Γ) au point A.

1. Que dire du point I où la droite P′Q′ coupe AB ?
   Les droites BP′ et BQ′ coupent la tangente (T) en P″, Q″ respectivement. Comparer les segments AP, AP″ d'une part, AQ, AQ″ d'autre part.
2. Dans l'inversion qui transforme (Γ) dans la droite (T), la droite P′Q′ devient un cercle (S).
   Montrer que (S) coupe AB en deux points fixes.
   Préciser les points où (S) coupe (T) et en déduire que le produit $\overline{\text{AP}}.\overline{\text{AQ}}$ garde, lorsque M varie sur (D), une valeur constante que l'on déterminera.
3. On désigne par O′ le centre du cercle exinscrit dans l'angle M au triangle MPQ ; la droite MO rencontre le cercle circonscrit (Ω) au triangle MPQ en un point $\mu$, et la droite (T) en $\alpha$.
   Quelle est la propriété remarquable de la figure formée par les quatre points $\alpha$, M, O, O′ ?
   Préciser la position de $\mu$ par rapport à O et O′ ; en déduire les lieux géométriques des points O′ et $\mu$.
   Rôle du lieu de $\mu$ par rapport à (Ω).
4. La propriété obtenue dans la seconde partie met en évidence une inversion qui laisse invariants les cercles (Ω).
   En déduire qu'ils sont tangents à un cercle fixe que l'on caractérisera et trouver le lieu géométrique de leurs centres.

**N. B.** - Coefficients 1 et 2 respectivement pour la question de cours et le problème.