∾ Baccalauréat Paris juin 1949 ∾
Série mathématiques

I 1^er^ sujet

Définition et propriétés du plan médiateur d'un segment. Lieu des points équidistants de trois points A, B, C donnés non alignés.

I 2^e^ sujet

Étudier les variations de la fonction homo- graphique sur l'exemple suivant :

$$y = \frac{2x-7}{4-3x}.$$

Tracer la courbe représentative.

I 3^e^ sujet

Par un calcul direct, mettre l'expression

$$\mathrm{E} = -6x^2 + 11x - 3$$

sous forme d'un produit de facteurs du premier degré. Utiliser ce calcul pour résoudre l'équation

$$-6x^2 + 11x - 3 = 2x - 3\text{ů}$$

II

Un triangle rectangle isocèle ABC a pour côtés de l'angle droit, BA = BC = $3a$, où a désigne la longueur d'un segment donné. On porte sur les perpendiculaires en A, B, C au plan de ce triangle et d'un même côté de ce plan les segments $\mathrm{AA}' = a$, $\mathrm{BB}' = 2a$, $\mathrm{CC}' = 3a$.

1. Calculer les côtés du triangle $\mathrm{A'B'C'}$ et montrer que la hauteur de ce triangle issue de B' est parallèle, au plan ABC.
2. On coupe le polyèdre $\mathrm{ABCA'B'C'}$ par un plan parallèle aU plan de ABC à une distance x de celui-ci ($a < x < 3a$).

   Dire qu'elle est, suivant la valeur attribuée à x, la nature de la section. Évaluer en fonction de x l'aire y de cette section.
3. Étudier les variations de y en fonction de x. Courbe représentative.
4. Montrer que, pour deux valeurs de x comprises entre a et $3a$ et ayant pour moyenne arithmétique $2a$, les valeurs obtenues pour y ont une somme constante. Quelle symétrie en résulte pour le graphique ? Retrouver, géométriquement ce résultat.

DEUXIÈME PARTIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES, ET TECHNIQUE

I 1^er^ sujet

1^er^ sujet. – Définition et détermination du vecteur–vitesse, à un instant donné, dans un mouvement quelconque (curviligne, en général), défini par la trajectoire et l'équation horaire $s = f(t)$ du point mobile. Application à un mouvement uniforme s'effectuant sur un cercle de 1 cm de rayon à raison de 2 tours par minute.

I 2^e^ sujet

Définition et expression du vecteur–accélération, à un instant donné, dans un mouvement rectiligne défini par son équation horaire $x = f(t)$. Application au mouvement rectiligne d'équation horaire $x = a(\cos 2t - \cos t)$, à l'instant initial, pour $a = 1$ m.

I 3e sujet

Vecteur-accélération dans un mouvement circulaire uniforme : définition et valeur. Application à un mouvement uniforme sur un cercle de 0,50 m de rayon, à raison de 1 tour en 2 minutes.

II

On se propose de résoudre et de construire un triangle ABC dont on donne le rayon R du cercle circonscrit, le rayon r du cercle inscrit et le rayon r' du cercle exinscrit dans l'angle A.

1. Le triangle étant supposé défini par son côté a et ses angles, calculer R, r, r', puis établir les formules suivantes :

$$r = 4\mathrm{R}\sin\frac{\mathrm{A}}{2}\sin\frac{\mathrm{B}}{2}\sin\frac{\mathrm{C}}{2}\quad\text{et}\quad r' = 4\mathrm{R}\sin\frac{\mathrm{A}}{2}\cos\frac{\mathrm{B}}{2}\cos\frac{\mathrm{C}}{2}.$$

   Inversement, R, r, r' étant donnés, on choisit pour inconnues principales le côté a et les angles A, B, C; écrire le système de conditions nécessaires et suffisantes qu'elles doivent vérifier. En extraire un système où les seules inconnues soient les angles, et montrer que les équations de ce système peuvent s'exprimer uniquement à l'aide de $\sin^2\frac{\mathrm{A}}{2}$ et $\sin\frac{\mathrm{A}}{2}\cos\frac{\mathrm{B}-\mathrm{C}}{2}$.
   Calculer les angles en signalant, sans les discuter, les conditions de validité des calculs; calculer ensuite les côtés. Enfin, discuter.
2. Un triangle ABC étant donné, on désigne par O le centre du cercle circonscrit (O), par 1 et I′ les centres du cercle inscrit et du cercle exinscrit dans l'angle A, par R, r, r' les rayons respectifs de ces cercles, enfin, par (Ω) le cercle de diamètre $\left(\mathrm{II}'\right)$. Quel est l'axe radical des cercles (O) et (Ω)?
   Montrer que le centre ω du cercle (Ω) est le deuxième point, de rencontre de la bissectrice intérieure de l'angle BAC et du cercle (O).
   En évaluant de deux façons la différence des puissances du point I par rapport aux cercles (O) el (Ω) et la différence des puissances du point I′ par rapport aux deux mêmes cercles, établir les relations

$$\overline{\mathrm{OI}}^2 = \mathrm{R}^2 - 2\mathrm{R}r\quad\text{et}\quad\overline{\mathrm{OI}'}^2 = \mathrm{R}^2 + 2\mathrm{R}r.$$

   Inversement, R, r, r', étant donnés, construire les distances OI, OI′, puis le triangle OII′, et achever la construction du triangle ABC. Enfin, discuter.

N B. – On peut commencer à volonté par l'une ou l'autre des deux parties.
Question de cours : sur 10; problème : sur 20.