∽ Baccalauréat Paris 1950 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1$^{\text{er}}$ sujet
Démontrer que le quotient, à une unité près, d'un nombre entier d par un produit de deux nombres entiers $a \times b$ peut être obtenu en cherchant le quotient q à une unité près, de d par a, puis le quotient à une unité près de q par b.
Généraliser pour la division par un produit de n nombres entiers.
On pourra établir au préalable que le quotient Q d'un nombre entier D par un nombre entier A est défini par les deux inégalités

$$\left\{\begin{array}{lcl} A \times Q & < & D, \\ D+1 & \leqslant & A \times (Q+1). \end{array}\right.$$

2$^{\text{e}}$ sujet
Recherche des diviseurs communs de deux nombres entiers a, b. Montrer que ce sont tous les diviseurs communs d'un nombre d, qui est le plus grand de ces diviseurs.
Application aux deux nombres 18 459 et 3 809.

3$^{\text{e}}$ sujet
Énoncer et démontrer une condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction soit égale à une fraction décimale.
Comment peut-on le vérifier par une division ?
Appliquer à la fraction $\dfrac{693}{17325}$.

II

Partie α
On considère une parabole, de foyer F et de sommet S. On désigne par Sx la demi-droite portant F, par Sy une demi-droite perpendiculaire et par p le paramètre de la parabole.

1. On prend sur la parabole le point M tel que l'angle (FS, FM) ait pour valeur $-\dfrac{\pi}{3}$ (le sens positif des angles étant celui de (Sx, Sy)).
   Calculer la longueur du rayon vecteur SM, les coordonnées de M relativement aux axes Sx, Sy et l'angle de la tangente en M à la parabole avec l'axe Sx.
2. Calculer la surface comprise entre la tangente au sommet S, la parabole et la droite parallèle à Sx menée par M.

Partie β
On considère un triangle équilatéral ABC, de centre F et dont la longueur du côté est désignée par a. On trace les trois paraboles de foyer F et dont les tangentes aux sommets sont respectivement les côtés AB, BC, CA.

1. Déterminer les points communs à ces paraboles, prises deux à deux.
   On montrera qu'ils sont sur les axes de symétrie du triangle et l'on calculera leurs distances à F.

2. Calculer la surface comprise à l'intérieur des trois paraboles.
3. Le cercle circonscrit au triangle rencontre les paraboles en six points ; les construire et montrer qu'ils sont les sommets d'un hexagone régulier.
   (On fera une. figure pour la partie β avec la longueur $a = 6$ cm.)

N. B. - Cotation de la question de cours : sur 10 ; du problème : sur 20.