∽ Baccalauréat Paris série mathématiques ∾
septembre 1952

I. - 1er sujet.

Étudier la variation et tracer la courbe représentative de la fonction

$$y = \frac{1}{a}\left(x^2 + px + q\right)$$

dans le cas où $p^2 - 4q$ est positif.
Que peut-on dire des courbes représentatives lorsque a varie ?
Appliquer au cas $a = 1$ cm, $p = -6$ cm, $q = 8$ cm^2.
Calculer l'aire comprise entre l'axe des x et la partie de la courbe en dessous de cet axe.

I. - 2e sujet

Étude de la figure inverse, (C′), d'un cercle (C) dont le plan ne passe pas par le pôle d'inversion S :
sa nature,
sa disposition précise en utilisant le plan de symétrie de la figure formée par (C) et S.
(L'inversion des cercles et droites en géométrie plane et l'inversion des sphères et plans sont considérées comme déjà étudiées.)
Par identification, examiner si deux cercles, dont les plans sont distincts, peuvent être considérés comme des figures inverses.

I. - 3e sujet

Inégalité des jours et des nuits suivant l'époque de l'année en un lieu de la Terre ayant pour latitude 50°.

II.

On considère l'arc d'une ellipse de centre O joignant un sommet A de son grand axe (OA = a) à un sommet B de son petit axe (OB = b) et l'arc AB′ du cercle principal de cette ellipse intérieur à l'angle AOB.
Soit M un point quelconque de l'arc d'ellipse et soit M′ le point de l'arc de cercle AB′ qui se projette orthogonalement sur le segment OA au même point P que M.
On désigne par θ la mesure de l'angle POM et par φ celle de l'angle POM′.

1. Calculer la longueur du segment MM′, connaissant φ.
   Étudier les variations de cette longueur lorsque le point M décrit l'arc AB (on ne demande pas de courbe représentative).
   Construire géométriquement le point M′, connaissant la longueur ℓ du segment MM′.
2. Trouver la relation qui existe, quelle que soit la position du point M sur l'arc AB, entre θ et φ.
   Exprimer en fonction de φ une ligne trigonométrique de l'angle MOM′.
3. Déterminer φ de telle façon que l'angle MOM′ ait une mesure donnée α ; discuter.
   Montrer que, lorsqu'il existe deux valeurs de φ répondant à la question, il existe entre elles une relation indépendante de θ ; donner une interprétation géométrique de cette relation.
4. Soit T le point où se coupent la tangente en M à l'ellipse et la tangente en M′ au cercle. On désigne par θ' la mesure de l'angle OTM et par φ' celle de l'angle OTM′.
   Trouver la relation qui existe constamment entre θ' et φ'.
   Exprimer en fonction de φ', puis de (φ), une ligne trigonométrique de l'angle MTM′ et dresser le tableau de variation de cet angle lorsque M décrit l'arc AB de l'ellipse.

5. Soit N le point où se coupent la normale en M à l'ellipse et la normale en M′ au cercle.
   Calculer M′N (ou ON).
   Déduire du résultat le lieu du point N.

N. B. - Question de cours, sur 10 ; problème, sur 20.