

## ∞ Baccalauréat Poitiers juin 1952 série mathématiques ∞

### I. - 1<sup>er</sup> sujet.

Trouver, sans faire l'opération, le reste de la division de 314 532 par 11.  
Indiquer et justifier la méthode employée.

### I. - 2<sup>e</sup> sujet

Définition, existence et calcul du plus grand commun diviseur de deux nombres entiers  $A$  et  $B$ .  
On exposera la théorie sur l'exemple

$$A = 63\,083, \quad B = 36\,455.$$

### I. - 3<sup>e</sup> sujet

Définition, existence et calcul du plus petit multiple commun de deux nombres entiers  $A$  et  $B$ .  
On exposera la théorie sur l'exemple

$$A = 9\,827, \quad B = 6\,974.$$

## II.

Soient  $(C)$  un cercle de diamètre  $AB$ ,  $P$  un point pris sur la tangente en  $B$ ,  $M$  le milieu de  $BP$ ; la droite  $AP$  coupe  $(C)$  en  $A$  et  $Q$ , la droite  $AM$  le coupe en  $A$  et  $N$ .  
On posera

$$AB = 2r, \quad BP = 2a.$$

1. Démontrer que les triangles  $AQN$  et  $AMP$  sont semblables.  
Calculer en fonction de  $a$  et  $r$  les tangentes des angles du triangle  $AQN$ .  
Chercher pour quelle valeur de  $a$  (supposée seule variable) l'angle  $NAQ$  est maximum; montrer qu'alors  $NQ$  est parallèle à  $AB$ .
2. Soit  $H$  la projection orthogonale de  $A$  sur la droite  $NQ$ .  
Montrer que  $Q$  est le milieu de  $HN$ , que les points  $F$  et  $F'$  où  $AB$  coupe les normales à  $NQ$  en  $N$  et  $Q$ , sont fixes quand  $P$  varie; quelle est alors l'enveloppe de la droite  $NQ$ ?
3. Soit  $(T)$  le cercle orthogonal à  $(C)$  en  $Q$  et  $N$ .  
Quelle est la figure inverse de  $(T)$  dans l'inversion qui a pour pôle  $A$  et pour puissance  $\overline{AB}^2$ ?  
Quelle est l'enveloppe de  $(T)$  quand  $P$  décrit la tangente à  $(C)$  en  $B$ ?  
Construire cette enveloppe.  
Montrer que la droite qui joint les points de contact de  $(T)$  avec son enveloppe passe par un point fixe et que ce point a même puissance par rapport à tous les cercles  $(T)$ .

**N. B.** - Les trois parties peuvent se traiter dans l'ordre que l'on voudra.

*Barème*: 8 + 6 + 6.