Poitiers juin 1967
Baccalauréat mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

Dans un repère orthonormé, on donne la droite (d) de vecteur directeur $\overrightarrow{V}(-1\,;\,+3\,;\,+1)$ passant par le point A$(+1\,;\,+2\,;\,-3)$ et le plan P d'équation $x-3y+z-1=0$.
Calculer les coordonnées du point d'intersection de la droite (d) et du plan P.

EXERCICE 2

Montrer qu'on peut appliquer le théorème des accroissements finis à la fonction

$$y=\sqrt{4-x^2}$$

entre les extrémités de l'intervalle de définition.
Reconnaitre son graphique et donner une interprétation géométrique du résultat précédent.

EXERCICE 3

1. Étudier et représenter les deux fonctions

$$z_1=x+1-\mathrm{e}^x$$

$$\text{et}\quad z_2=-x-1-\mathrm{e}^x\quad\text{(axes orthonormés).}$$

   Faire deux figures différentes pour leurs graphiques respectifs.
2. λ étant un nombre réel donné, soit f_λ une fonction de la variable x définie par

$$y_\lambda=f_\lambda(x)=\lambda(x+1)-\mathrm{e}^x$$

   et Γ_λ son graphique dans un repère orthonormé $x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}Oy$.
   Montrer que, quand x tend vers $-\infty$, Γ_λ admet une asymptote, qui passe par un point fixe, A, quand λ varie.
   Montrer que Γ_λ passe également par un point fixe, B, quand λ varie.
3. Quel est l'ensemble, E_1, des valeurs de λ pour lesquelles f_λ admet un maximum ? Soit M_λ le point correspondant de Γ_λ. Déterminer et construire l'ensemble (γ) des points M_λ quand λ varie.
   Quelle est, en fonction de λ, l'équation de la tangente à (γ) au point M_λ ?
   En déduire les coordonnées du point P_λ, intersection de cette tangente avec $y'\mathrm{O}y$.
4. Le paramètre $t\in[1\,;\,+\infty[$ représente le temps et l'on considère le mouvement, dans le repère orthonormé $x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}y$, d'un mobile dont la position à l'instant t est le point $G(x\,;\,y)$ défini par

$$x=\mathrm{Log}\,t\quad\text{et}\quad y=1-t+\mathrm{Log}\,t.$$

   Si $t\in[1\,;\,+\infty[$ déterminer la trajectoire du mobile.
   Quel est l'hodographe relatif à O ? Étudier l'allure du mouvement.