Baccalauréat C Poitiers juin 1962

Le candidat doit traiter les DEUX *exercices et le problème*

EXERCICES (8 points sur 20)

I

Soit l'équation $f(x) = 0$, où

$$f(x) = 6(x-a)(x-b) + 3a(x-b) + 2b(x-a),$$

a et b désignant deux nombres positifs inégaux.
Calculer $f(a)$, $f(b)$, $f(0)$.
Montrer, sans développer $f(x)$, que l'équation a deux racines et qu'elles sont toutes deux positives.

II

Deux points M_1 et M_2 sont mobiles sur un même axe $x'Ox$. Leurs mouvements *commencent* à l'instant de date $t = 0$. L'équation horaire du mouvement de M1 est $x_1 = -t^2 + 10t$, celle du mouvement de M_2 est $x_2 = -\dfrac{6}{5}t^2 + 7t + 20$, x_1 et x_2 désignant les abscisses des points M_1 et M_2 à l'instant de date t.
Montrer que les mobiles M_1 et M_2 se rencontrent une fois et une, seule au cours du mouvement.
Dire à quel instant et en quel point.
Calculer les vitesses algébriques des deux mobiles à l'instant de leur rencontre.

PROBLÈME (12 points sur 20)

Les parties **I** et **II** du problème sont indépendantes

Soit un trapèze ABCD, rectangle en A et B, tel que $AB = 4a$, $BC = a$, $AD = 3a$.
On prend un point M sur le segment AB; on pose $AM = x$; on désigne par u, v respectivement les angles AMD, CMB, et par θ l'angle DMC.

I

1. Calculer $\text{tg}\,u$, $\text{tg}\,v$, $\text{tg}\,\theta$ en fonction de a et x.
   En déduire les valeurs de x pour lesquelles l'angle θ est droit, et vérifier géométriquement qu'il en est bien ainsi pour chacune de ces valeurs.
2. Calculer en fonction de x la valeur y du rapport $\dfrac{\text{tg}\,u}{\text{tg}\,v}$.
   Étudier la variation de y lorsque M se déplace le long du segment AB.
   Tracer la courbe représentative en prenant $a = 1$ centimètre et en représentant par une ordonnée de 1 centimètre un rapport y égal à 1.

II

1. Sur la perpendiculaire en M au plan du trapèze, et toujours d'un même côté de ce plan, on marque un point S tel que $MS = AM = x$.
   Évaluer en fonction de a et x le volume V de la pyramide SMCD.
   Étudier la variation de V lorsque M varie dans les conditions indiquées.
   Tracer la courbe représentative en prenant $a = 1$ centimètre et en représentant par une ordonnée de 1 centimètre un volume V égal à 1 centimètre cube.
2. Trouver le lieu géométrique du point S et celui du centre de gravité G du triangle SCD lorsque M se déplace le long du segment AB.
   Déterminer les projections orthogonales de ce dernier lieu sur le plan ABCD et sur le plan mené par AB perpendiculairement au plan ABCD.