

♫ Baccalauréat Poitiers septembre 1939 ♫
série mathématiques

I. - 1^{er} sujet

Par quelles constructions géométriques détermine-t-on les points de rencontre d'une droite donnée XY et d'une hyperbole non tracée dont on donne les foyers F et F' et la longueur 2a de l'axe transverse AA'? Discuter.

I. - 2^e sujet

L'ellipse et l'hyperbole ayant été définies comme lieu des points tels que la somme ou la différence de leurs distances aux deux foyers est constante, et la parabole comme lieu des points équidistants du foyer et de la directrice, démontrer que le lieu des points d'un plan dont les distances à un point donné F et à une droite fixe donnée D sont dans un rapport donné e, est une de ces trois courbes.

Discuter suivant les valeurs de e.

I. - 3^e sujet

Dans quel cas la section d'un cône de révolution par un plan est-elle une parabole?

Déterminer le foyer et la directrice de cette parabole.

Réciproquement, une parabole donnée par la distance p du foyer à la directrice peut-elle être considérée comme la section plane d'un cône de révolution donné?

II.

On considère l'équation en x

$$(1) \quad (x-1)^2 - (2x-3)\operatorname{tg} u = 0,$$

où u désigne un angle donné compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$.

1. Pour quelles valeurs de u l'équation a-t-elle des racines? Étudier le signe de celles-ci.
2. Désignant par x' et x'' les racines de cette équation, former l'équation du second degré en z qui a pour racines $z' = x' - i$ et $z'' = x'' - i$.

Montrer que le produit $\left(x' - \frac{3}{2}\right)\left(x'' - \frac{3}{2}\right)$ est indépendant de la valeur de l'angle u.

3. Construire la courbe qui représente les variations de la fonction

$$(2) \quad y = \frac{(x-1)^2}{2x-3}.$$

Déterminer les asymptotes de cette courbe et ses points de rencontre avec les axes de coordonnées.

4. Montrer comment le graphique obtenu permet de répondre immédiatement aux questions posées dans la première partie et interpréter géométriquement le résultat vérifié dans la deuxième partie.

Transportant les axes parallèlement à eux-mêmes en O_1 , de coordonnées $\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$ (O_1Z parallèle à Ox et O_1Y parallèle à Oy), former l'équation de la courbe dans le nouveau système d'axes.

Écrire dans ce système l'équation de la droite passant par O_1 et de coefficient angulaire donné m et dire pour quelles valeurs de m cette droite coupe la courbe.

Comment sont disposés par rapport à O les deux points d'intersection ?

N. B. - Cotation : Question de cours sur 10 ; problème sur 20.