Baccalauréat Poitiers – Limoges septembre 1966
série mathématiques élémentaires

I.

Construire dans un même repère orthonormé les courbes (C), d'équation $y = \text{Log}\,x$, et (Γ), d'équation $y = \text{e}^x$.
Un point M_0 d'abscisse x_0 étant donné sur (C), déterminer en fonction de x_0 l'abscisse, x_1, puis l'ordonnée, y_1 d'un point M_1 de (Γ) tel que les tangentes à (C) en M_0 et à (Γ) en M_1 soient parallèles.
Déterminer, en fonction de x_0, l'équation de la tangente à (C) en M_0, ainsi que l'équation que doit vérifier x_0 pour que cette tangente passe par M_1.
Que peut-on dire alors de la droite M_0M_1 par rapport à (C) et (Γ) ?

II.

Soit un triangle équilatéral ABC, de côté $2a$, orienté dans le sens trigonométrique, inscrit dans un cercle de centre I.

1. On désigne par R la rotation de centre I et d'amplitude 2π.
   Soit Q un point du segment AC, P son homologue dans R.
   Démontrer que l'ensemble des points M, intersection de BQ et CP, est un arc de cercle (ω), dont on précisera la position par rapport au triangle ABC.
   Montrer que la médiatrice de PQ passe par un point fixe.
2. Soit O le milieu de BC, Ox porté par la droite BC, orienté de B vers C, Oy porté par la droite OA, orienté de O vers A.
   On pose $\lambda = \dfrac{\overline{\text{AP}}}{\overline{\text{AB}}} = \dfrac{\overline{\text{CQ}}}{\overline{\text{CA}}}$.
   Quelles sont les coordonnées de P et Q en fonction du paramètre λ ?
   Trouver l'équation de la médiatrice de PQ.
   Retrouver ainsi que la médiatrice de PQ passe par un point fixe.
3. Soit G le centre de gravité du triangle APQ.
   Trouver par le calcul, en utilisant les coordonnées, l'ensemble des points G quand M décrit l'arc de cercle (ω).
4. Montrer que A, P, M, I et Q sont sur un même cercle.
   Écrire l'équation de ce cercle.