∽ Baccalauréat A1 Polynésie ∽ juin 1994

EXERCICE 1 **4 points**

On veut ranger trois boules distinctes numérotées de 1 à 3 dans deux cases A et B. On suppose que chacune des cases peut contenir de zéro à trois boules. La place des boules dans les cases est considérée comme sans importance.

1. Montrer qu'il y a 2^3 rangements possibles.
2. On suppose que tous les rangements ont la même probabilité de se réaliser. Calculer les probabilités des évènements suivants :

   E : « toutes les boules sont dans la case A »

   F : « il n'y a pas de boule dans la case A »

   G : « A contient la boule portant le numéro 2 ».
3. Soit X la variable aléatoire qui, à tout rangement associe le nombre de boules contenues dans la case A.
   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable X.
   b. Calculer l'espérance mathématique de X.

N. B. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x - \mathrm{e}^x$$

et C_1 sa courbe représentative.

1. Calculer $g'(x)$. Étudier les variations de g, déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ (on pourra mettre x en facteur) puis déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.
   Dresser le tableau de variation de g.
2. Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à C_1 et préciser la position de C_1 par rapport à D.

Partie B

On considère maintenant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - \mathrm{e}^x.$$

Soit C_2 sa courbe représentative.

1. Montrer que $f'(x) = g(x)$. Déduire de la partie A le signe de $f'(x), x \in \mathbb{R}$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (on pourra mettre x^2 en facteur), puis déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   Dresser le tableau de variation de f.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique dans $\mathbb{R}$, cette solution appartenant à $[-1 ; 0]$.

Partie C

1. **1.** Étudier le signe de $f(x) - g(x)$, $x \in \mathbb{R}$. En déduire la position de C_2 par rapport à C_1.
2. **2.** Construire D, C_1 et C_2 dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
3. **3.** Déterminer en cm^2 l'aire de la portion du plan comprise entre les courbes C_1 et C_2 et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.