Baccalauréat B Polynésie juin 1994

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous présente la répartition des ménages en France en 1982 par catégories socio-professionnelle et selon le nombre d'enfants.
La catégorie socio-professionnelle (C.S.P.) est celle de la personne de référence. Les nombres de ménages sont donnés en milliers.

	Nombre d'enfants							
	0	1	2	3	4	5	> 5	TOTAL
Agriculteurs exploitants	480	146	119	52	14	4	1	816
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	634	285	232	72	15	4	2	1244
Cadres, professions intellectuelles supérieures	737	330	323	102	18	3	1	1 514
Professions intermédiaires	1 259	608	504	136	21	4	1	2 533
Employés (y compris personnels des services)	1 307	468	315	99	22	6	3	2 220
Ouvriers (y compris ouvriers agricoles)	2 156	1 184	930	423	137	54	36	4 920
Retraités	4 822	77	18	5	2	1	1	4 926
Autres personnes sans activité professionnelle	1 177	119	65	32	14	6	4	1 417
TOTAL	12 572	3 217	2 506	921	243	82	49	19 590

Source : recensement de 1982 - Sondage au 1/20

1. D'après ce tableau, quelles sont les probabilités (arrondies à 10^{-2} près)
   a. qu'un ménage dont la personne de référence est dans la catégorie Ouvriers ait 2 enfants ?
   b. qu'un ménage qui a 2 enfants soit dans la catégorie Ouvriers ?
   c. qu'un ménage qui a 2 enfants ne soit pas dans la catégorie Ouvriers ?
   d. qu'un ménage soit dans la catégorie Ouvriers et ait 2 enfants ?
2. **a.** Calculer les fréquences marginales du caractère « Nombre d'enfants » (arrondies à 10^{-3} près).
   b. Quelle est la probabilité qu'un ménage pris au hasard ait au minimum 2 enfants ?
3. On interroge 10 ménages sur leur catégorie socio-professionnelle et le nombre d'enfants qu'ils ont.
   Les réponses données par chacun de ces ménages sont supposées indépendantes de celles des autres.
   La probabilité de l'évènement « Ouvrier sans enfant » est : $p = 0,11$.
   Quelle est la probabilité (arrondie à 10^{-2} près) que 3 des 10 ménages interrogés soient dans la catégorie Ouvriers et n'aient pas d'enfants ?

EXERCICE 2 **4 points**

Le tableau donne le nombre de salariés de l'un des constructeurs français d'automobiles, selon les années :

Année	Rang de l'année x_i	Nombre de salariés y_i
1986	1	196 731
1987	2	188 936
1988	3	178 665
1989	4	174 573
1990	5	157 378
1991	6	147 185

Sources : Les Balises de l'Express, M 4326 ; Hors série n° 2

1. représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique ci-dessus. Le plan est rapporté à un repère orthogonal, avec les indications suivantes :
   — l'unité, sur l'axe des abscisses, est 2 cm pour 1 année.
   — l'origine, sur l'axe des ordonnées, correspondant à 147 000 salariés.
   — l'unité, sur l'axe des ordonnées, est 0,5 cm pour 1 000 salariés.
2. Le détail des calculs n'est pas demandé.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire.
   b. Écrire une équation de la droite de régression de y en x, par la méthode des moindres carrés. La tracer sur la figure précédente.
3. En supposant que l'évolution continue de façon analogue, estimer le nombre de salariés en 1993.

PROBLÈME **11 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + (x+2)\text{e}^{-x}.$$

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm). On note C la courbe représentative de f dans P.

1. **a.** Calculer la limite de f quand x tend vers $-\infty$.
   b. Montrer qu'on peut écrire :
   $$f(x) = x + \frac{x}{\text{e}^x} + \frac{2}{\text{e}^x}.$$
   Calculer la limite de $d(x) = \dfrac{x}{\text{e}^x} + \dfrac{2}{\text{e}^x}$ quand x tend vers $+\infty$.
   En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$, et une conséquence graphique pour C.
   c. Soit D la droite d'équation $y = x$.
   Déterminer les coordonnées du point d'intersection de D et C.
   Étudier, suivant les valeurs de x, la position de C par rapport à D.
   Représenter D.
2. **a.** Calculer $f'(x)$, puis $f''(x)$, où f' et f'' désignent respectivement les fonctions dérivées première et seconde de f.
   $\big($'On vérifiera que $f''(x) = x\text{e}^{-x}\big)$.
   b. Recopier, puis compléter, à l'aide de tous les résultats précédents, le tableau suivant :

s	$-\infty$ 0 $+\infty$
Signe de $f''(x)$	
Sens de variation de f'	
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

c. Représenter, dans le plan P, le point A de C d'abscisse 0 et la tangente à C en ce point.

Tracer la courbe C.

3. Soit l'équation : $f(x) = 0 \quad$ (E).

Calculer $f(-2)$ et $f(-1)$. Justifier que (E) admet une racine unique α dans l'intervalle $[-2~;~-1]$.

4. À l'aide d'une intégration par parties, calculer :

$$I = \int_{-2}^{0} (x+2)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

Donner une interprétation graphique du résultat.