∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 1995 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une étude statistique de l'INSEE sur la situation des familles françaises a permis de construire le graphique joint ci-après.
On se propose de faire une prévision pour la situation en 1995, en admettant que l'évolution se poursuive de la même façon.

1. **a.** Utiliser le graphique pour compléter le tableau suivant (que l'on recopiera sur la copie) :

Année a_i	1970	1975	1980	1985	1990
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre de naissances hors mariage					
Pourcentage correspondant z_i	6,5				30
$y_i = \ln z_i$					

Les pourcentages z_i seront lus à 0,5 % près et les valeurs de y_i données à 10^{-2} près.

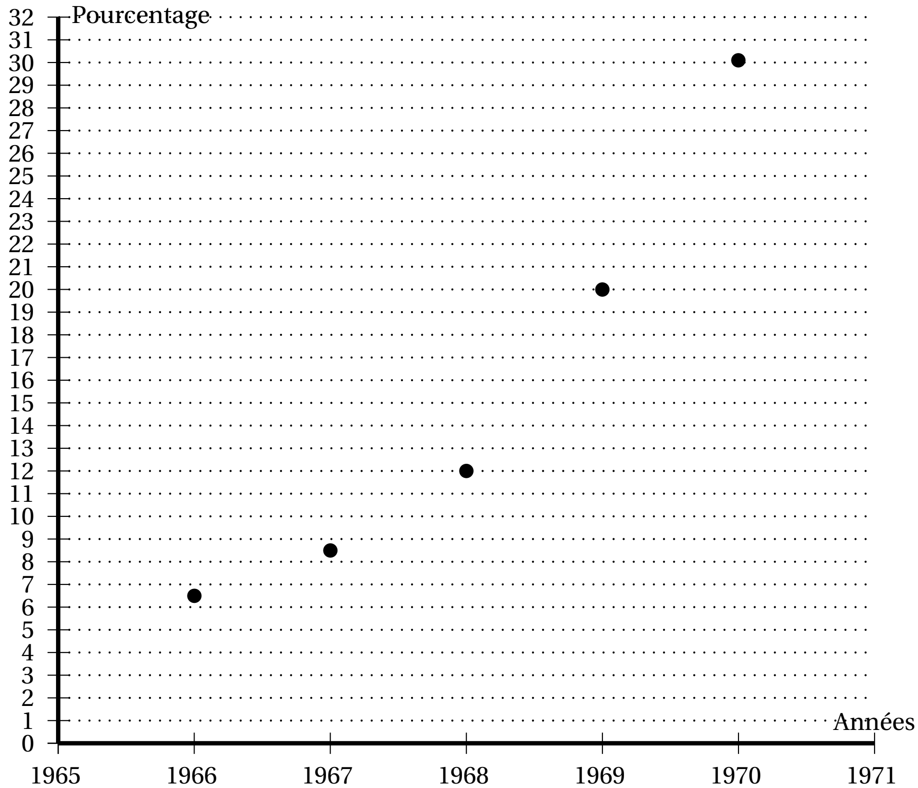
b. Calculer le nombre total de naissances en 1990.

2. Comme le suggère le graphique, un ajustement affine est à rejeter. On va procéder à un ajustement exponentiel. Le détail des calculs n'est pas demandé. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

   a. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 5 cm sur l'axe des ordonnées) dont on choisira convenablement l'origine.

   b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Donner l'équation de la droite de régression de y en x, par la méthode des moindres carrés. Représenter cette droite sur le graphique de la question précédente.

   c. Quelle valeur de y peut-on prévoir en 1995 ? En déduire une estimation du pourcentage du nombre de naissances hors mariage, par rapport au nombre total de naissances, en 1995.



Document graphique : source INSEE, statistiques de l'état-civil.

Exemple de lecture : en 1980, 229 107 enfants sont nés hors mariage et représentent 30,1 % du total des naissances.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Le but de cet exercice est de vérifier l'efficacitéé d'un vaccin sur une population donnée. On dispose des données suivantes :

i. Un quart de la population a été vaccinée contre la maladie.

ii. Au cours d'une épidémie. on constate qu'il y a 1 vacciné sur 13 parmi les malades.

iii. La probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il est vacciné est égale à $0,1$.

Pour une personne choisie au hasard on notera
M l'évènement « être malade », $\overline{M}$ son contraire,
V l'évènement « être vacciné », $\overline{V}$ son contraire.

1. On choisit au hasard une personne dans la population.

Décrire à l'aide de M et de V les diverses situations possibles de cette personne, en ce qui concerne la vaccination et l'atteinte par la maladie (par exemple : « être malade et être vacciné », etc.).

Traduire, en langage de probabilités, les hypothèses de l'énoncé.

2. Calculer la probabilité de l'évènement « M et V », notée $p(M \cap V)$.

En déduire que la probabilité $p(M)$ de l'évènement M est égale à $\dfrac{13}{40}$.

3. Calculer les probabilités des deux évènements suivants :

a. « être malade et ne pas être vacciné », notée $p\left(M \cap \overline{V}\right)$.

b. « être malade sachant que l'on n'est pas vacciné », notée $p\left(M/\overline{V}\right)$.

4. Déterminer le réel k tel que $p(M/V) = kp\left(M/\overline{V}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules blanches.
On tire simultanément 2 boules.

1. Quelles sont les probabilités des évènements suivants :
A : « Obtenir 2 boules blanches ».
B : « Obtenir 2 boules rouges ».
C : « Obtenir 2 boules de couleurs différentes ».
Quelle est la probabilité pour qu'il soit satisfait 4 fois sur 5 ?

2. On fixe la règle du jeu suivante : lors d'un tirage de deux boules
— on gagne 10 francs si l'on tire deux boules blanches (évènement A) ;
— on gagne 2 francs si l'on tire deux boules rouges (évènement B) ;
— on perd 5 francs si l'on tire deux boules de couleur différente (évènement C).
On définit ainsi une variable aléatoire X égale au gain, positif ou négatif, associé à une partie.
Quelle est l'espérance de gain au cours d'une partie (espérance mathématique de X) ?

3. On répète 5 fois de suite le tirage, en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne, de sorte que les tirages successifs peuvent être considérés comme indépendants. Le joueur est satisfait à chaque fois que A est réalisé.
Quelle est la probabilité pour qu'il soit satisfait 4 fois sur 5 ?
On donnera une valeur décimale approchée à 10^{-5} près. -

PROBLÈME **10 points**

L'objectif de ce problème est l'étude de la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{3\text{e}^x - 1}{\text{e}^x + 1}$$

et de sa représentation graphique $\mathcal{C}$ dans un plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique : 2 cm).

1. a. Soit la fonction g définie dans $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{3x - 1}{lx + 1}.$$

Étudier les variations de g ; on précisera la limite en $+\infty$.

b. Montrer que la fonction f est la composée de g et d'une fonction à préciser, dont on rappellera le sens de variation.

c. Utiliser b. pour étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$. On déterminera les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ et on en donnera l'interprétation graphique.

2. a. Calculer $\dfrac{f(x) + f(-x)}{2}$.
Il en résulte, ce que l'on admettra, que la courbe $\mathcal{C}$ a le point I(0 ; 1) comme centre de symétrie.

b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

3. a. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
Donner une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

b. Utiliser tous les résultats obtenus précédemment pour construire $\mathscr{C}$.

4. **a.** Démontrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = 4\ln\left(\mathrm{e}^{x} + 1\right) - x$$

est une primitive de f.

b. Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$. On donnera une valeur exacte, puis une valeur approchée en cm^2, au mm^2 près.