∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 1999 ∾

Exercice 1 **4 points**

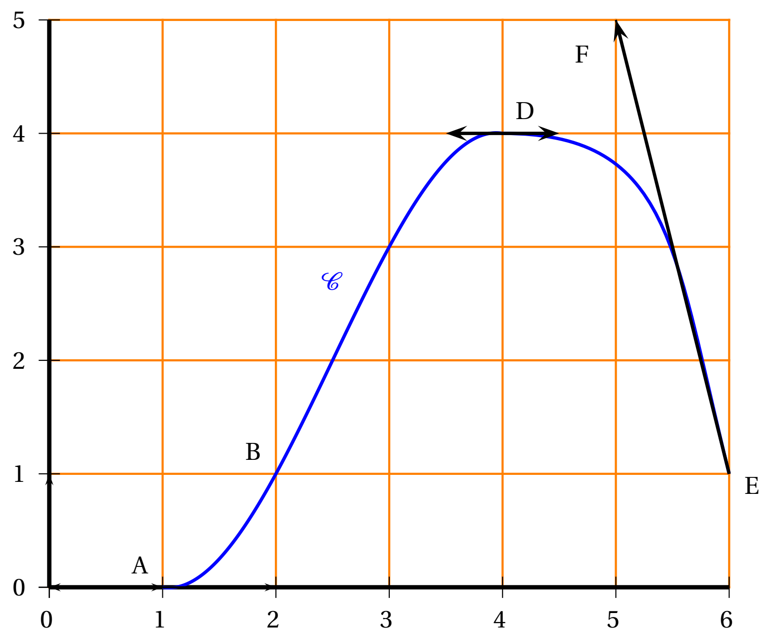
Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,6]$. Sa courbe représentative $(\mathscr{C})$ dans un repère orthogonal est donnée ci-contre.

La courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points A$(1\,;\,0)$, B$(2\,;\,1)$, D$(4\,;\,4)$ et E$(6\,;\,1)$.

Les tangentes à la courbe aux points A et D sont parallèles à l'axe des abscisses.

La tangente à la courbe au point E passe par le point F$(5\,;\,5)$.



Partie I

Par lecture graphique, résoudre l'équation $f(x) = 0$ et donner le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[\,1\,;\,6]$.

Partie II

On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]\,1\,;\,6\,]$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ et (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. **a.** Calculer $g(2)$, $g(4)$ et $g(6)$.

   b. Déterminer la limite de $g(x)$ quand x tend vers 1.
   Que peut-on en déduire pour la courbe (Γ) ?

   c. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $]\,1\,;\,6\,]$ en donnant les justifications nécessaires.

   d. Déterminer $f'(4)$; en déduire $g'(4)$.

2. Tracer la courbe (Γ) ainsi que son asymptote et la tangente au point d'abscisse 4.

Exercice 2 **4 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne pour les années indiquées, le nombre de demandes d'emploi en fin d'année dans une région.

	1996	1997
Total	85 079	85 240
Moins de 25 ans	22 238	20 276
De 25 ans à 39 ans	54 719	55 994
50 ans et plus	8 122	8 970
Hommes	39 998	39 766
Moins de 25 ans	10 176	9 170
De 25 ans à 39 ans	25 528	25 853
50 ans et plus	4 284	4 743
Femmes	45 091	45 474
Moins de 25 ans	12 062	11 106
De 25 ans à 39 ans	29 191	30 141
50 ans et plus	3 838	4 227

Source : ANPE-INSEE Poitou-Charentes.

Les résultats des calculs seront donnés sous forme approchée à 10^{-2} *près par défaut.*

1. a. Déterminer le pourcentage d'évolution du total des demandes d'emploi entre 1996 et 1997.

b. Le nombre de demandes d'emploi est en baisse pour une tranche d'âge seulement.

Calculer le pourcentage d'évolution des demandes d'emploi des hommes pour cette tranche d'âge.

2. En 1996, une entreprise est subventionnée pour employer une personne de moins de 25 ans. Elle choisit une personne au hasard parmi les demandeurs d'emploi concernés. Tous les choix sont équiprobables.

Quelle est la probabilité que la personne embauchée soit une femme ?

3. L'entreprise désire créer un emploi en 1998 et choisit au hasard une personne dans les demandeurs d'emploi de 1997. Tous les choix sont équiprobables.

Calculer la probabilité p que la personne embauchée soit un homme.
Vérifier que 0,46 est une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de p.

4. Dans cette question, on prendra p égal à $0,46$. L'entreprise choisit trois demandeurs d'emploi de 1997. Les choix sont indépendants et on assimilera ce choix à un tirage avec remise.

a. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse trois hommes ?

b. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse un homme et un seul

On pourra utiliser un arbre pondéré.

EXERCICE 2 **4 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour financer ses études, une étudiante fait du démarchage par téléphone pour vendre un produit qui lui rapporte 20 francs. Elle ne peut vendre qu'un produit par appel.

Lorsqu'elle compose un numéro de téléphone, trois possibilités se présentent :

• l'évènement A « Personne ne répond » de probabilité $p(A)$ égale à 0,3 ;

• l'évènement B « Le répondeur téléphonique diffuse un message » avec une probabilité $p(B)$ égale à 0,1 ;

• l'évènement C « Un correspondant répond » de probabilité $p(C)$ égale à 0,6.

1. La probabilité que l'étudiante vende son produit sachant qu'un correspondant répond à son appel est égale à $0,4$.

Les probabilités qu'elle vende son produit dans les autres cas sont nulles.

Vérifier que la probabilité que l'étudiante réalise une vente lors d'un appel téléphonique fait au hasard est égale à $0,24$.

2. Lorsque personne ne répond à son appel téléphonique, l'étudiante débourse 0 franc.
Lorsqu'un répondeur téléphonique diffuse un message, l'étudiante débourse 1 franc.
Lorsqu'un correspondant répond, l'appel coûte 1 franc et dans ce cas
$\triangleright$ si l'étudiante vend son produit, qui lui rapporte 20 francs, elle aura donc fait un gain de +19 francs,
$\triangleright$ si elle ne vend pas son produit, elle aura perdu 1 franc.
On considère la variable aléatoire X correspondant au gain algébrique possible lors d'un appel téléphonique de l'étudiante.

   a. Démontrer que la probabilité que le gain algébrique soit égal à -1 est 0,46.

   b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

   c. Calculer l'espérance mathématique de X.

3. On suppose que l'étudiante compose successivement de manière indépendante cinq numéros de téléphone au hasard. Déterminer la probabilité qu'elle réalise exactement trois ventes.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On prendra pour unité graphique 2 cm.
On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (-\,x+4)\mathrm{e}^{x-1} \text{ et } g(x) = \ln\left(\frac{x+6}{2x+2}\right).$$

Dans le repère choisi, on appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f et (Γ) la courbe représentative de g.

Partie A

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. Vérifier que la fonction dérivée de f est définie pour tout x positif par $f'(x) = (-x+3)\mathrm{e}^{x-1}$.
3. Étudier le sens de variation de la fonction f et dresser son tableau de variation. On précisera $f(0)$, $f'(0)$, $f(3)$, $f'(3)$.
4. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.
5. Déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $F(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{x-1}$ soit une primitive de la fonction f.

Partie B

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$u(x) = \frac{x+6}{2x+2}.$$

1. Vérifier que, pour tout x positif, $u(x)$ est strictement positif.
2. **a.** Déterminer la limite de $u(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

   b. étudier le sens de variation de u.
   Dresser le tableau de variations de u et retrouver le résultat de la question **1.** de la partie **B**.
3. En utilisant les résultats précédents, déterminer le sens de variation de la fonction g et démontrer que la courbe (Γ) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ dont on donnera une équation.
4. Tracer la courbe (Γ) et la droite (D) sur le même graphique que celui de la partie **A**.

5. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$G(x) = (x+6)\ln(x+6) - (x+1)\ln(2x+2).$$

Démontrer que G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Partie C

1. Résoudre, à l'aide des représentations graphiques faites, l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$.
2. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ en cm^2 du domaine du plan constitué des points $M(x~;~y)$ tels que :

$$2 \leqslant x \leqslant 3 \text{ et } g(x) \leqslant y \leqslant f(x).$$

Donner l'arrondi de $\mathscr{A}$ à l'unité près.